

problematario

unidad 2

1 Se llevo a cabo una prueba para determinar si cierto tipo de vacuna tiene un efecto sobre cierta enfermedad. Una muestra de 1000 ratas, 500 de las cuales recibieron la vacuna, En el grupo que no fue vacunado, 120 ratas presentaron la enfermedad, mientras que en el grupo inoculado 98 ratas la contrajeron. Si p_1 es la probabilidad de incidencia de la enfermedad en las ratas sin vacuna y p_2 es la probabilidad de incidencia en las ratas inoculadas, calcula un intervalo de confianza del 90 %

Datos

$$p_1 = \frac{120}{500} = 0.24 = 24\%$$

$$p_2 = \frac{98}{500} = 0.196 = 19.6\%$$

$$IC = 1.64$$

Fórmula y Sustitución

$$(0.24 - 0.196) \pm 1.64 \sqrt{\frac{0.24(1-0.24)}{500} + \frac{0.196(1-0.196)}{500}}$$

$$0.044 \pm 1.64 (\sqrt{0.0003648 + 0.0003151})$$

$$0.044 \pm 1.64 (0.02607)$$

$$0.044 \pm 0.04276$$

$$0.0867$$

$$0.044 - 0.04276$$

$$0.00124$$

Intervalo

$$0.00124 < p_1 - p_2 < 0.0867$$

2 En el estudio Germination and Emergence of Broccoli, un investigador encontró que a 5°C , de 20 semillas de brócoli germinaron 10; entanto que a 15°C , de 20 semillas germinaron 15. Calcula un intervalo de confianza del 95%

Datos

$$p_1 = \frac{10}{20} = 0.5 = 50\%$$

$$p_2 = \frac{15}{20} = 0.75 = 75\%$$

$$IC = 1.96$$

Fórmula y Sustitución

$$(0.5 - 0.75) \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{20} + \frac{0.75(1-0.75)}{20}}$$

$$-0.25 \pm 1.96 (\sqrt{0.0125 + 0.009375})$$

$$-0.25 \pm 1.96 (0.147901)$$

$$-0.25 \pm 0.28988$$

$$0.03988$$

Intervalo

$$-0.25 - 0.28988$$

$$-0.53988$$

$$-0.53988 < p_1 - p_2 < 0.03988$$

3 Un fabricante de batería para automóvil afirma. Una encuesta de 1000 estudiantes reveló que 274 eligen al equipo de béisbol. En 1991 se realizó una encuesta con 760 estudiantes y 240 eligieron a ese equipo como su favorito. Calcula un intervalo del 95%

Datos

Fórmula y Sustitución

$$p_1 = \frac{274}{1000} = 0.274$$

$$= 27.4\%$$

$$(0.274 - 0.315) \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.274(1-0.274)}{1000} + \frac{0.315(1-0.315)}{760}}$$

$$p_2 = \frac{240}{760} = 0.315$$

$$= 31.5\%$$

$$-0.041 \pm 1.96 (\sqrt{0.0001989 + 0.0002839})$$

$$-0.041 \pm 1.96 (0.02197)$$

$$IC = 1.96$$

$$-0.041 \pm 0.04306$$

$$0.00206$$

$$-0.041 - 0.04306$$

$$-0.00406$$

Intervalo

$$-0.00406 < p_1 - p_2 < 0.00206$$

4 Un fabricante de baterías para automóvil afirma que sus baterías duran en promedio 3 años con una varianza de 1 año. Suponga que 5 de estas baterías tienen duraciones de 1.9, 2.4, 3.0, 3.5 y 4.2 años y con base en esto se construya un intervalo del 95% para $\sigma = 2$, después decida si la afirmación del fabricante de que $\sigma^2 = 1$ es válida. Suponga que la población de duraciones de las baterías se distribuye de forma aproximadamente normal.

Datos

Calcular alfa

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\alpha = 1 - 0.95$$

$$\alpha = 0.05$$

Calcular media

$$\bar{X} = \frac{1.9 + 2.4 + 3 + 3.5 + 4.2}{5}$$

$$\bar{X} = \frac{15}{5} = 3$$

Varianza muestral

$$S^2 = \frac{(1.9-3)^2 + (2.4-3)^2 + (3-3)^2 + (3.5-3)^2 + (4.2-3)^2}{5-1}$$

$$S^2 = \frac{1.21 + 0.36 + 0.25 + 1.44}{4}$$

$$S^2 = \frac{3.26}{4} = 0.815$$

Distribuciones

$$v = 5 - 1 = 4$$

$$a = \frac{\chi^2_{1-0.05}}{2} = 0.484$$

$$b = \frac{\chi^2_{0.05}}{2} = 11.143$$

Fórmula y Sustitución

$$\frac{(5-1)(0.815)}{11.143} \leq \sigma^2 \leq \frac{(5-1)(0.815)}{0.484}$$

$$\frac{3.26}{11.143} \leq \sigma^2 \leq \frac{3.26}{0.484}$$

$$0.292 \leq \sigma^2 \leq 6.735$$

Intervalo

Con un 95% de confianza las baterías duran 5 años con una varianza de 1 año, ya que la varianza dada por la empresa está dentro del rango de confianza que nos da el intervalo.

5 Una muestra aleatoria de 20 estudiantes obtuvo una media de $\bar{x} = 72$ y una varianza de $s^2 = 16$ en un examen. Suponga que las calificaciones se distribuyen normalmente y con base en esto construya un intervalo de confianza del 98% para σ^2

Datos

$$n = 20$$

$$1 - \alpha = 0.98$$

$$s^2 = 16$$

$$\alpha = 1 - 0.98$$

$$\bar{x} = 72$$

$$\alpha = 0.02$$

$$NC =$$

Fórmula y Sustitución

$$\frac{(20-1)16}{36.19} \leq \sigma^2 \leq \frac{(20-1)16}{7.63}$$

$$\frac{304}{36.19} \leq \sigma^2 \leq \frac{304}{7.63}$$

Distribuciones

$$a = \frac{\chi^2_{1-0.02}}{19} = 36.19$$

$$b = \frac{\chi^2_{0.02}}{19} = 7.63$$

Intervalo

$$8.4 \leq \sigma^2 \leq 39.84$$