INSTITUTO TECNOLOGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA

ASIGNATURA:

F I S I C A

DOCENTE:

PABLO PROMOTOR CAMPECHANO.

ALUMNO:

ADDIEL DE JESUS MARTINEZ SOLIS.

JOSE ANGEL GOXCON SOSA.

CARRERA:

ING. INDUSTRIAL. 401 a.

TEMA:

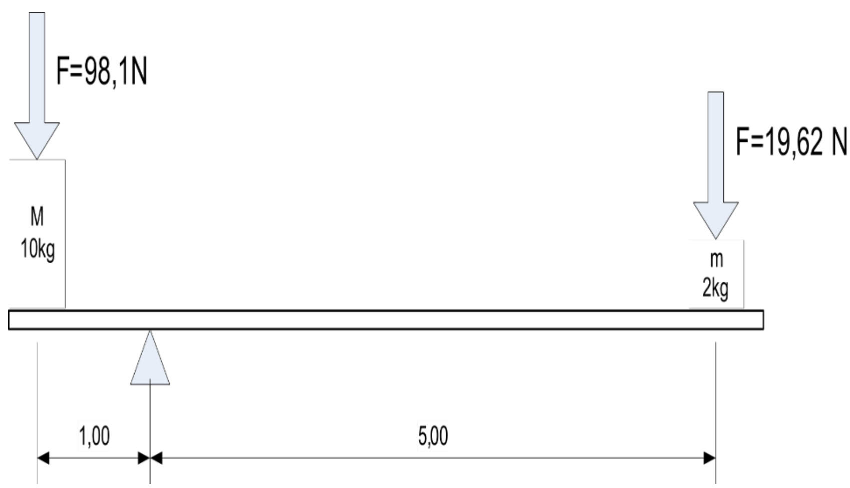
INVESTIGACION.

3.3 MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN PUNTO.

El momento de una fuerza respecto a un punto o respecto a un eje es una medida de la tendencia de la fuerza a hacer girar el cuerpo alrededor del punto o del eje.

La forma más sencilla de aplicar a nuestro favor la característica del momento de las fuerzas es mediante una palanca.

En el ejemplo de la imagen puedes comprobar como una masa de 2kg puede estar en equilibrio con otra de 10k. ¿Cómo?



Simplemente porque la de 2kg está alejada 5 metros. Multiplicando las masas por la aceleración de la gravedad 9,81 m/s2 obtenemos las fuerzas respectivas de 98,1N y 19,62 N. Tenemos que 98,1Nx1m = 19,62x5m. En este caso las dos fuerzas producen un momento de 98,1 Nm.

3.4 TEOREMA DE VARIGNON.

El teorema de Varignon, es un planteamiento que forma parte de los principios del cálculo vectorial más elementales. También se le llega a conocer como el principio del momento, elementos de la física que permiten entender la realidad.

El teorema parte de establecer el momento como un producto de un sistema de fuerzas concurrentes determinado. Siendo esto igual a la suma total correspondiente a todos los momentos de las fuerzas aplicadas.

El teorema de Varignon es resultado de las investigaciones y aplicaciones de la geometría euclidiana. Su definición establece que es posible formar un paralelogramo tomando como origen los puntos medios de un cuadrilátero.

Se afirma que, cuando dicha figura es plana y convexa, el paralelogramo formado adquiere un área equivalente a la mitad del cuadrilátero original.

Las aplicaciones de este teorema han llegado más allá sobre los cálculos de polígonos de cuatro lados. Dando que, al momento de unir los puntos medios para generar el polígono derivado, se especifica que no tiene lados paralelos ni simétricos.

Sin embargo, si se toma en cuenta la siguiente situación, deberán tomarse otras consideraciones:

Se tiene un polígono de tipo 2n lados y vértices, A1, A2, A3, A2n.

Ante la situación anterior, se considera que AiAi+1 es paralelo y simétrico a Ai+nAi+n+2, cuando se cumple el teorema. Para el escenario de Bj, es el punto medio del lado AjAj+1, donde el polígono será B1 B2 B3…B2n, comprendido de lados paralelos.

También será posible aplicar el enunciado del teorema de Varignon sobre todos los cuadriláteros que no sean planos. Ante este tipo de problemas, se suele modificar la prueba euclidiana.

Cabe mencionar otro procedimiento que es aplicable a través de una demostración vectorial. En estos escenarios es aplicable cuando se trabaja con dimensiones mayores. Para los octaedros, los centroides de las caras pueden ser considerados como simétricos a los puntos medios de los lados del cuadrilátero. En este orden de ideas, cuando se une cada punto de los centroides, es posible obtener un paralelepípedo.

Es así como se puede afirmar que todas las propiedades aplicadas dentro del teorema de Varignon, son variaciones del teorema de tales.

Aplicación del teorema de Varignon:

La propuesta realizada para sentar las bases del teorema de Varignon dio lugar años más tarde a su validez dentro de la mecánica. Según establecía el matemático, la primera denominación que obtuvo el teorema era principio del momento.

Su primera definición fue resultante de un sistema de fuerzas concurrentes. Dando lugar a la equivalencia entre la suma de todos los momentos de las fuerzas aplicadas. Es decir, el momento con respecto a un punto en el espacio de la figura, es igual a la suma de los momentos. Correspondientes a cada vector que componga en su totalidad al sistema, siempre respecto al mismo punto.

Demostración del teorema de Varignon:

Se estima que un número n de fuerzas concurrentes F1, F2, F3 … , Fn, estarán aplicados sobre puntos específicos A1, A2, A3, … An. El momento que resulta de la relación con respecto a un punto O da la siguiente fórmula:

MO=iOAiFi

Cuando las rectas de soporte pasan por medio del punto de concurrencia P. Deberá cumplir con el siguiente enunciado ya que se trata de vectores paralelos:

PAiFi=0

Entonces, para cada momento individual:

OAiFi=OP+PAiFi=OPFi

Y para hallar la resultante:

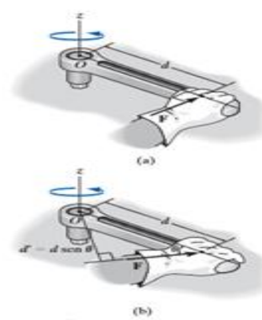
MO=iOPFi=OPiFi=OPF

La forma en que se apliquen las fórmulas resultantes para hallar el momento requiere que todas las fuerzas atraviesen el punto de concurrencia. Se obtendrán las resultantes de cada fuerza junto a su momento con respecto al punto inicial O.

3.5 MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN EJE.

El momento de una fuerza es una rotación de un cuerpo, Hibbeler (2010) nos explica que es una tendencia a que un cuerpo gire alrededor de un punto que no está en la línea de acción de la fuerza.

Figura 5La proyección de OL es igual a la suma de sus componentes x, y, z con sus cosenos directores.



En la figura 6 se muestra lo que físicamente es un momento, existe una fuerza aplicada en la mano, esta fuerza sigue una línea de acción con base al principio de transmisibilidad hasta una distancia perpendicular (triangulo rectángulo) a un cierto punto donde producirá el giro; sin embargo, el giro dependerá mucho al momento que encontrar el sentido o el signo que deberá llevar. Es posible determinar el sentido de giro, en dos dimensiones, con usar la regla de la mano derecha. En el caso de las tres dimensiones se sigue usando la regla, pero si no tienes una práctica adecuada o los conceptos muy claros no podrás usar muy bien está herramienta. No está comprobado, pero puedes sufrir de pequeñas lesiones en vuestra mano derecha.

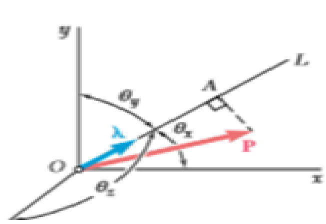


Figura 6 Al desatornillar una tuerca se produce un momento el cual hace que apriete o se des afloje.

Hibbeler (2010), así mismo, nos explica de una forma sencilla, aunque técnicamente hablando es sencilla, las condiciones a seguir para determinar el sentido con el uso de la mano derecha como se visualiza en la figura 7. Dice que si el sentido que produce es acorde al horario a las manecillas del reloj es un sentido negativo, y se comprueba también con el producto cruz, en contraparte si el sentido es contrario a las manecillas del reloj es sentido será positivo.

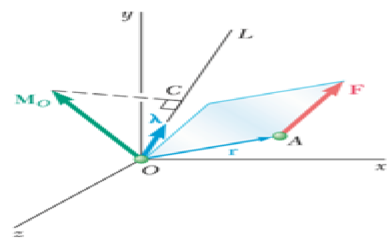


Figura 7 El uso de la mano derecha es muy útil en los temas de equilibrio de cuerpos rígidos.

Un pequeño truco es determinar muy bien la fuerza con respecto al punto a "girar".

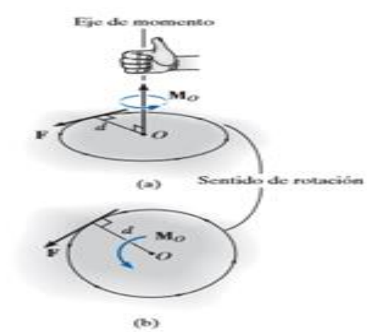


Figura 8 Momento de una fuerza respecto a un eje.

Ahora bien, tomemos en cuenta la figura 8, se muestra tres vectores y un vector momento. Los vectores son ahora existe un cuarto vector que es el resultado del producto cruz entre él $F, r\ y$ λ También es posible visualizar un segmento de línea OL donde está situado el vector F, r y que forma una línea perpendicular al momento producido por el vector fuerza y el vector deslizante λ que se obtiene como la resta entre el punto de aplicación y el punto de la fuerza (ósea desde el punto O al punto A).

Cada uno de los vectores se puede representar en sus componentes rectangulares, los cuales son los vectores unitarios o canónicos en tres dimensiones r "Sea OL un eje a través de O; el momento MOL de F con respecto a OL se define como la proyección OC del momento MO sobre el eje OL"(Beer y Johnston, 2010).

En términos algebraicos el momento de una fuerza respecto a un eje es un triple producto escalar y es dada por la siguiente forma:

$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}\ y\ \boldsymbol{k}$ Para visualizar las operaciones correspondientes podemos exportar la fórmula en una determinante de 3×3, se escribe así:

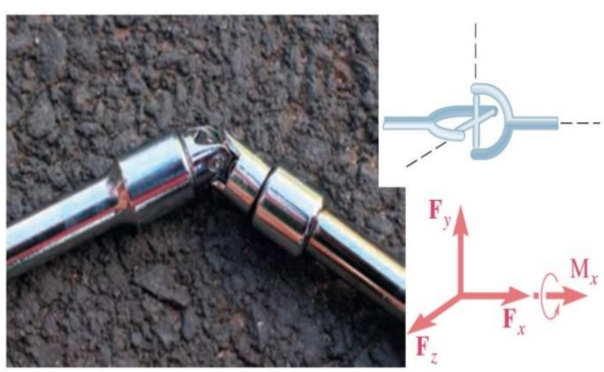
$M_{OL} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{M_o} = \boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{r}\ x\ \boldsymbol{F})$ Se sobreentiende que los vectores se descomponen en sus componentes rectangulares; ya se ha explicado anteriormente el método para resolver la determinante 3×3 es el método de cofactores, aunque, independientemente, el lector puede usar el método que más le resulte fácil. Usar la regla de Sarrus o el método de condensación da lo igual el resultado.

3.6 REACCIONES EN APOYOS Y CONEXIONES.

Se considera al equilibrio de una estructura bidimensional, esto es, se supone que la estructura que se está analizando y las fuerzas aplicadas sobre la misma están contenidas en el mismo plano. Mas claro, las reacciones necesarias para mantener a la estructura en la misma posición también estarán contenidas en este mismo plano. Las reacciones ejercidas sobre una estructura bidimensional pueden ser divididas en tres grupos que corresponden a tres tipos diferentes de apoyos (puntos de apoyo) o conexiones: Reacciones equivalente a una fuerza cuya línea de acción es conocida. Los apoyos y las conexiones que originan reacciones de este tipo incluyen rodillos, balancines, superficies sin fricción. Las reacciones de este grupo involucran dos incógnitas que usualmente se representan por las componentes x y y. En el caso de una superficie rugosa, la componente perpendicular a la superficie debe dirigirse alejándose de esta. Reacciones equivalentes a una fuerza y un par. Estas reacciones se originan por apoyos fijos los cuales se oponen a cualquier movimiento del cuerpo libre y, por lo tanto, lo restringen completamente. Los soportes fijos producen fuerzas sobre toda la superficie de contacto; sin embargo, estas fuerzas forman un sistema que se puede reducir a una fuerza y un par. Las reacciones de este grupo involucran tres incógnitas, las cuales consisten en las dos componentes de la fuerza y en el momento del par. Cuando el sentido de una fuerza o un par desconocido no es evidente, no se debe intentar determinarlo. En lugar de ello, se supondrá arbitrariamente el sentido de la fuerza o el par; el signo de la respuesta obtenida indicara si la suposición fue correcta o no. Problema resuelto Los apoyos son los puntos a través de los cuales los cuerpos rígidos se fijan. Estos apoyos impiden o restringen el movimiento del cuerpo rígido en una o en varias direcciones. A través de los apoyos también se transmiten las reacciones, que son fuerzas opuestas a las ejercidas por el cuerpo rígido y que anulan a las fuerzas que ejerce el cuerpo, permitiendo así que el mismo se encuentre en equilibrio. Dependiendo del tipo de apoyo, pueden restringirse uno, dos o tres grados de libertad. Los rodillos o patines son apoyos que restringen únicamente el movimiento perpendicular y por lo tanto tienen una sola fuerza de reacción, se representan por un triángulo con rodillos debajo. Fuerzas y reacciones: Presentan una única fuerza de reacción que es perpendicular. Ejemplo: Un ejemplo son los apoyos mediante cilindros. Pernos o pasadores Los pernos o pasadores son apoyos que restringen movimientos en dos direcciones. El cuerpo no puede moverse vertical ni horizontalmente. Sin embargo, puede girar. Se representan con un triángulo con líneas debajo.

Fuerzas y reacciones: Presentan dos fuerzas de reacción, una que impide el desplazamiento sobre cada eje.

Ejemplo: Un ejemplo de este apoyo puede verse en una barra como la siguiente. Empotramientos Los empotramientos restringen tres grados de libertad. El cuerpo no puede moverse verticalmente, horizontalmente ni rotar. Para resolver ejercicios de equilibrio es muy importante diferenciar el tipo de apoyo para saber cuáles son las fuerzas de reacción que aparecen.



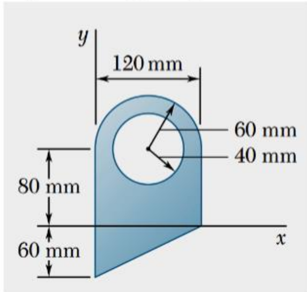
3.7 CENTROIDES DE GRAVEDAD DE LINEAS, AREAS Y VOLUMENES DE CUADRADOS COMPUESTOS UTILIZANDO TABLAS.

Cada partícula que existe en la tierra tiene al menos una fuerza en común con cualquier otra partícula: su peso en el caso de un cuerpo formado por múltiples partículas estas fuerzas son esencialmente paralelas y dirigidas hacia el centro de la Tierra independientemente de la forma y tamaño del cuerpo, existe un punto en el que se puede considerar que está concentrado todo el peso del cuerpo. Por supuesto, el peso no actúa de hecho en este punto, pero podemos calcular el mismo tiempo de momento de torsión respecto a un eje dado si consideramos que todo el peso actúa en este punto.

El centro de gravedad de un cuerpo regular, como una esfera uniforme un cubo una varilla o una viga se localiza en su centro geométrico. Aun cuando el centro de gravedad es un punto fijo no necesariamente tiene que estar dentro del cuerpo. Por ejemplo, una esfera hueca un arco circular y un neumático tiene en su centro de gravedad fuera del material del cuerpo.

A partir de la definición de centro de gravedad se acepta que cualquier cuerpo suspendido desde este punto está en equilibrio. Esto es verdad ya que el vector peso que representa la suma de todas las fuerzas que actúan sobre cada parte del cuerpo tienen un brazo de palanca igual a cero. Por lo tanto, es posible calcular el centro de gravedad de un cuerpo determinando el punto en el cual una fuerza ascendente producirá un equilibrio rotacional.

Calcular la ubicación del Centroide de la siguiente figura geométrica.



Solución:

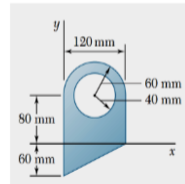
El área se obtiene con la suma de un rectángulo, un triangulo y un semicírculo y después se resta un circulo (se sobre entiende que la figura tiene un hueco en forma de circulo).

Area A1 (Rectángulo) : Base por altura.

A1 = (120)(80) = **9.600 mm2**

Area A2 (Triángulo) : Base por altura entre 2.

A2 = (120)(60)/2 = **3.600 mm2**

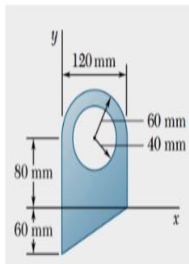


Area A3 (Semicirculo) :

A3 = $\frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot (60)^2}{2}$ = **5.654,87 mm2**

Area A4 (Circulo) : Base por altura entre 2.

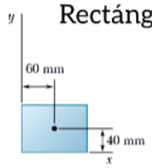
A4= $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot (40)^2 =$ **5.026,55 mm2**



Area Total = A1 + A2 + A3 – A4 = **13.828,32 mm2**

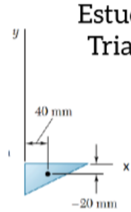
Luego, resulta más cómodo determinar los valores de “X” y “Y” del centroide de cada una de las figuras simples para incluirlas en la fórmula respectiva, tomando en cuenta el sistema de coordenadas de referencia.

Estudiando Rectángulo



X_1 = 60 mm
Y_1 = 40 mm

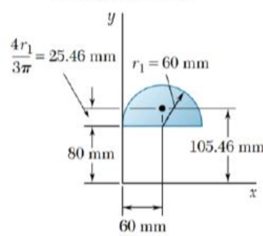
Estudiando Triangulo



X_2 = 40 mm
Y_2 = - 20 mm

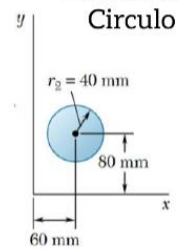
Nótese que la coordenada "Y" del centroide del triangulo es NEGATIVA para el sistema de coordenadas

Estudiando Semicirculo



X_3 = 60 mm
Y_3 = 105,46 mm

Estudiando Circulo



X_4 = 60 mm
Y_4 = 80 mm

Con toda esta información el problema se limita a introducir estos valores en las dos fórmulas:

$$Xcentroide = \frac{A_1.X_1 + A_2.X_2 + A_3.X_3 + \cdots + A_n.X_n}{Area\ total\ de\ la\ figura}$$

$$Ycentroide = \frac{A_1.Y_1 + A_2.Y_2 + A_3.Y_3 + \cdots + A_n.Y_n}{Area\ total\ de\ la\ figura}$$

Instituto Tecnológica Superior de San Andrés Tuxtla.

Ingenieria Industrial. 401 A

Unidad 3. Problemario.

Docente: Ing. Pablo Promotor C.

Asignatura: Física.

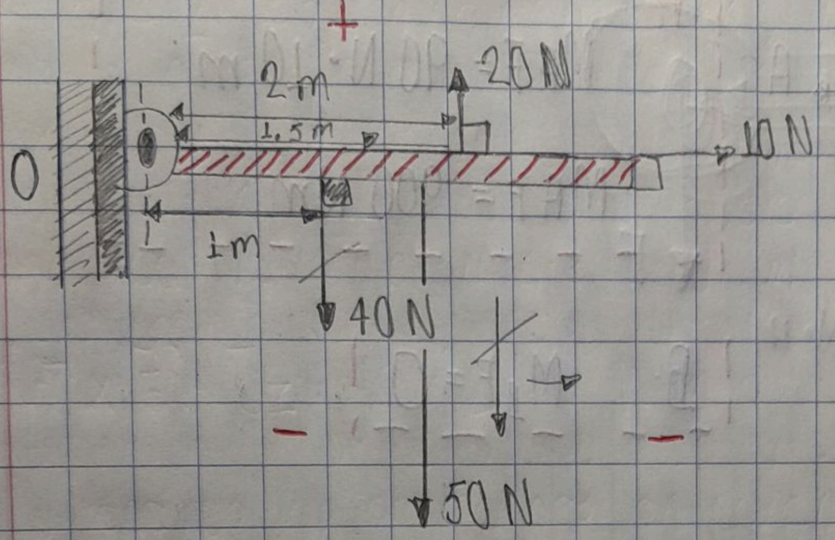
Alumnos: José Angel Gaxcan S.

Addiel de Jesús Martinez Solis.

Problemario. Unidad 3.

3.3. Momentos de una fuerza con respecto a un punto.

Problema 1°. Calcular el momento resultante respecto del punto O en la barra homogénea y horizontal de 3 m de longitud y 50 N de fuerza.



$M_d^F = F \cdot d$

$M^R = M_1^{40} + M_{1.5}^{50} + M_2^{20} + M_0^{10}$

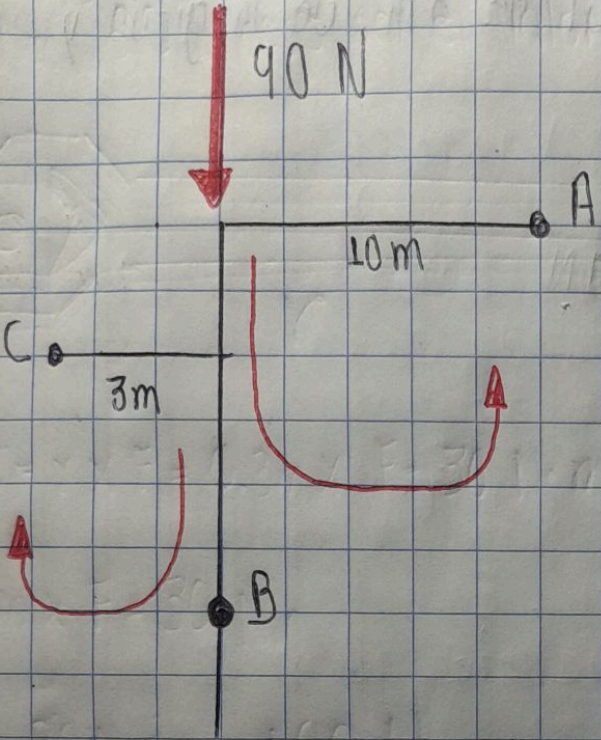
$M^R = -40 \cdot 1 - 50 \cdot 1.5 + 20 \cdot 2 + 0$

$M^R = -40 - 75 + 40$

El momento resultante con respecto a O es:

$M_O^F = -75\ N \cdot m$

Problema 2°. Supongamos que tenemos una fuerza de 90 N y tenemos 3 puntos dados, el punto A con una distancia de 10 m y el punto C con una distancia de 3m



A

$$M_A F = F \cdot d$$

$$M_A F = 90\,N \cdot 10\,m$$

$$M_A F = 900\,Nm$$

B $\quad M_B F = 0$

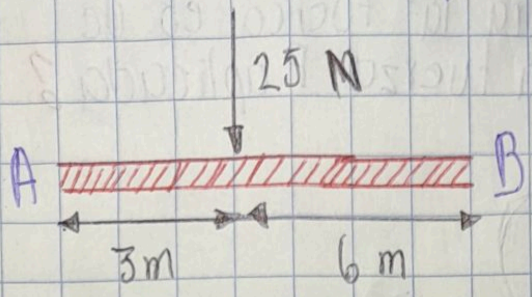
C

$$M_C F = F \cdot d$$

$$M_C F = 90\,N \cdot 3\,m$$

$$M_C F = -270\,Nm$$

Problema 3. Tenemos 2 puntos A y B, necesitamos saber el momento respecto a cada uno.



$M_A = r \cdot F$

donde

r = distancia que hay desde el punto A a donde se aplica la Fuerza

F = Fuerza

$r = 3i$

$F = -25j$

$$M_A = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & -25 & 0 \end{vmatrix} =$$

$i = 0(0) - 0(-25) = 0$

$j = -[-3(0) - 0(0)] = 0$

$K = 3(-25) - 0(0) = -75$

$M_A = -75 \ N \cdot m$

$M_B = r \cdot F$

donde

$r = -6i$

$F = -25j$

$$M_B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -6 & 0 & 0 \\ 0 & -25 & 0 \end{vmatrix} =$$

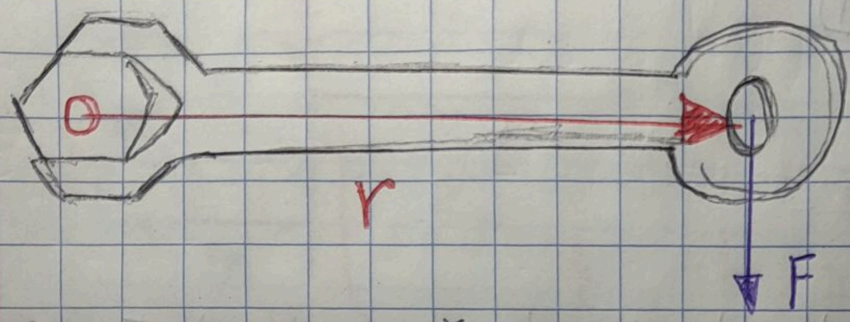
$i = 0(0) - 0(-25) = 0$

$j = -[-6(0) - 0(0)] = 0$

$K = -6(-25) - 0(0) = 150$

$M_B = 150 \ N \cdot m$

Problema 4: Se coloca una tuerca con una llave como se muestra en la figura. Si el brazo r es igual a 30 cm y el torque de apriete recomendado para la tuerca es de 30 Nm ¿Cuál debe ser el valor de la fuerza F aplicada?

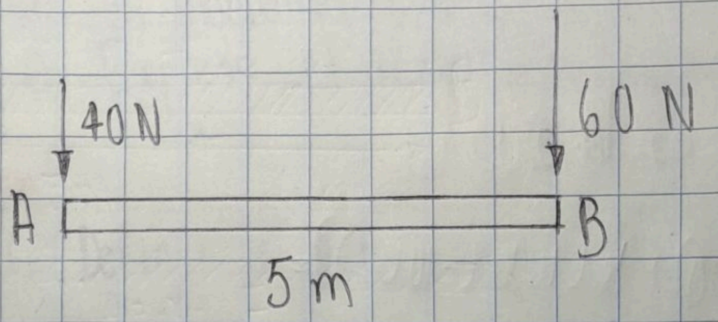


$\sum \tau = r \times F = 0.3m \times F = 30\ N \cdot m$

$0.3m \times F = 30\ Nm$

$F = \dfrac{30\ Nm}{0.3m} = \underline{100\ N}$

Problema 5: La figura muestra una barra ingrávida AB de longitud 5 m ¿A qué distancia del punto A se debe colocar un apoyo fijo para establecer el equilibrio de la barra?



Cálculo de la fuerza resultante

$F_R = 40\ N + 60\ N = 100\ N \Rightarrow \downarrow 100\ N$

Cálculo de "X" usando el teorema de Varignon:

$M_A^{F_R} = \Sigma M_A$

$-100(x) = -60(5)$

Resolviendo: $X = 3\ m$

El apoyo se debe colocar a 3 m del extremo A, para establecer el equilibrio.

3.4 Teorema de Varignon.

Problema 1: Si $F1 = (100i - 120j + 75k)$ lb y $F2 = (-200i + 250j + 100k)$ lb Determine el momento producido por estas fuerzas sobre el punto O. Exprese el resultado como un vector cartesiano.

Solución:

Paso 1. Definir $\vec{r}$ y $\vec{F}$.

$\vec{F}_1 = (100i - 120j + 75k)$ 120j

$\vec{F}_2 = (-200i + 250j + 100k)$

$\vec{r} = 4i + 5j + 3k$

Paso 2. Realizar el producto cruz.

$$F_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ -100 & -120 & 75 \end{vmatrix} \quad F_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ 100 & -120 & 75 \end{vmatrix} \quad F_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ 100 & 120 & 75 \end{vmatrix}$$

El resultado del producto cruz es la sig.

$\vec{F}_1 = i(375 - (-360)) - j(300 - 300) + k(-480 - 500) = 735i - 980k$

Ahora se obtiene el producto cruz de F2.

$$F_2 = \begin{array}{ccc} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ -200 & 250 & 100 \end{array}$$

El resultado del producto cruz es lo sig.

$$\vec{F_2} = i\,(500-750) - j\,(400-(600)) + k\,(1000(-1000)) =$$
$$-250i - 1000j + 2000k.$$

Paso 3 Obtener el resultado.

Se suma el resultado de F_1 y F_2 para obtener el valor del momento ($\vec{M_O}$)

$$\vec{M_O} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$\vec{M_O} = i\,(735-250) + j\,(-1000) + k\,(-980+2000) =$$
$$485i - 1000j + 1020k$$

El resultado del momento de Fuerzas en el punto O es

$$\vec{M_O} = 485i - 1000j + 1020k$$

Problema 7: Dos muchachos empujando sobre la compuerta como se muestra. Si el chico en B ejerce una fuerza de $F_B = 30\ lb$, determine la magnitud de la fuerza FA que debe ejercer el niño A a la puerta de para que no gire.

Solución.

Paso 1. Definir $\vec{r}$ y $\vec{F}$

$\vec{M}A$, $\vec{M}B = 0$

$\vec{r} \times A = 9 ft$

$\vec{r} \times B = 6 ft$

$FAx = -FA \cos \emptyset A = -4/5 FA$

$FAY = FA\ sen \emptyset A = -3/5 FA$

$FBx = -FB \cos 60°$

$FBY = FB\ sen\ 60°$

Paso 2. Obtener $\vec{M}_1$ y $\vec{M}_2$

Existen varios momentos, por lo que se tienen que sumar para obtener $\vec{M}_0$

Obtener $\vec{M}_1$ con la fórmua $(r_x F_y - r_y F_x)$

$\vec{M}_1 = 155.88$

Para obtener $\vec{M_2}$:

$M_2 = (9)(-3/5) - (6)(-4/5) = 5.A\ FA$

Paso 3. Obtener el resultado.

$\vec{M_O} = \vec{M_1} + \vec{M_2}$

$M_O = 155.88 + (-5.4\ FA)$

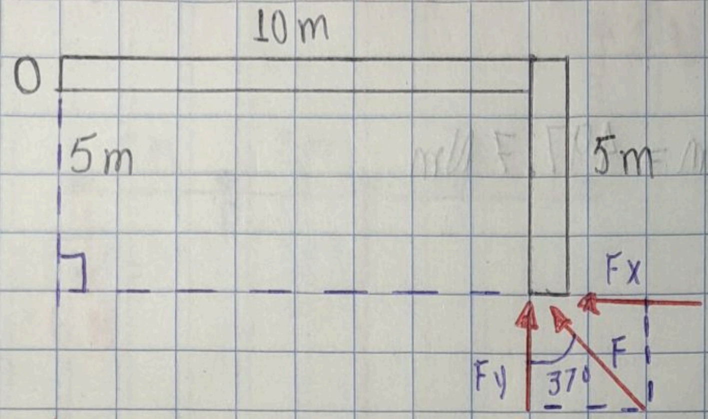
$5.4\ FA = 155.88$

$FA = \frac{155.88}{5.4} = \underline{28.86\ lb}$

La magnitud de la fuerza que debe ejercer el niño que está en el punto A son 28.86 lb, con el fin de que la puerta no dé giro.

3.5 Momento de una fuerza con respecto a un eje.

Determine el valor del momento de la fuerza oblicua $F = 100N$ respecto del punto O.



Solución.

$F_x = 100N \operatorname{sen} 37° = 60.18\ N$

$F_y = 100N \cos 37° = 79.86\ N$

Si aplicamos el momento en "X", estaría dado por la fuerza en "X" y su línea de acción vertical de 5m, es decir:

$M_x = F_x \times d = 60.18N \times 5m = -300.9\ N \cdot m$

Pero el resultado sería negativo esto es porque la acción de esta fuerza va en sentido de las manecillas del reloj.

Para poder obtener el momento generado en "y", aplicamos

$M_y = F_y \cdot d = 79.86\ N \cdot 10m = 798.6\ Nm$

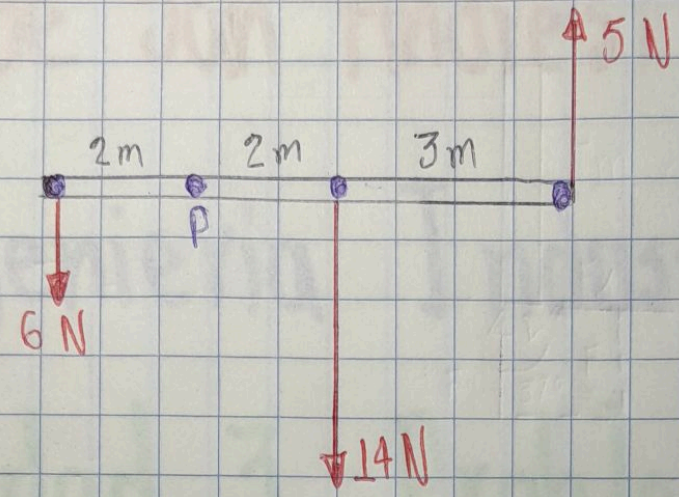
En este caso el momento sería positivo puesto que la acción de la fuerza va en contra de las manecillas del reloj ↺

Ahora es momento de obtener la resultante de todos los momentos:

$M_R = -300.9\ Nm + 798.6\ Nm = 497.7\ Nm$

$\boxed{M_R = 497.7\ Nm}$

Problema 9: El diagrama de abajo muestra un conjunto de fuerzas que actúan sobre un punto de una barra.
Calcular la suma de los momentos respecto al punto P



Solución.

Cada fuerza está perpendicular al punto P, por lo que haremos el cálculo de momentos de izq. a derecha

$M_1 = F \times d = 6N \times 2m = 12\ Nm$

$M_2 = F \times d = 14\ N \times 2m = -28\ Nm$

$M_3 = F \times d = 5\ N \times 5m = 25\ Nm$

Ahora realizamos la suma total;

$M_R = 12\ Nm - 28\ Nm + 25\ Nm = 9\ Nm$

$\boxed{M_R = 9\ Nm}$