

MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA ADMINISTRACIÓN GRUPO 501 A

LISTA DE COTEJO: TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE: SAN ANDRÉS TUXTLA		ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES II		GRUPO: 501 A	
NOMBRE DEL DOCENTE: ARMANDO ALVARADO ALVARADO		FECHA: 21/06/2023			
NOMBRE DE (LOS) ALUMNOS (S): JOSÉ ANGEL GOXCON SOSA		UNIDAD: 4			
		TEMA: CADENAS DE MARKOV			
INSTRUCCIÓN					
Revisar los documentos o actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia a evaluar se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" ocúpela cuando tenga que hacer comentarios referentes a lo observado.					
VALOR DEL REACTIVO % PLANEADO	CRACTERÍSTICAS A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE			OBSERVACIONES
		SI	NO	% REAL	
3%	Portada: Nombre de la escuela (logotipo), Carrera, Asignatura, Nombre del Profesor, Nombre de Alumno, Grupo, Lugar y fecha de entrega.	+		3%	
12%	Especificaciones. Los conceptos deben ser coherentes al tema de análisis. Ejemplos de cada tema.	+		12%	
2%	Ortografía: Enunciados coherentes, palabras legibles y sin errores ortográficos.	+		2%	
3%	Fecha de entrega: La indicada en clases.	+		3%	
20%	Calificación.			20%	

LISTA DE COTEJO: PROBLEMARIO.

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE: SAN ANDRÉS TUXTLA		ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES II		GRUPO: 501 A	
NOMBRE DEL DOCENTE: ARMANDO ALVARADO ALVARADO.		FECHA: 21/06/2023			
NOMBRE DE (LOS) ALUMNOS (S): JOSÉ ANGEL GOXCON SOSA		UNIDAD: 4			
		TEMA: CADENAS DE MARKOV			
INSTRUCCIÓN					
Revisar los documentos o actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia a evaluar se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” ocúpela cuando tenga que hacer comentarios referentes a lo observado.					
VALOR DEL REACTIVO % PLANEADO	CRACTERÍSTICAS A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE			OBSERVACIONES
		SI	NO	% REAL	
2%	Portada: Nombre de la escuela, Carrera, Asignatura, Nombre del Profesor, Nombre de Alumno, Grupo, Lugar y fecha de entrega.	+		2%	
12%	Especificaciones. Los problemas se deben resolver de acuerdo a los procedimientos analizados en clases para que sean correctos de lo contrario la calificación será proporcional.	+		12%	
3%	Presentación: limpieza y formalidad	+		3%	
3%	Fecha de entrega: La indicada en clases.	+		3%	
20%	Calificación.			20%	

LISTA DE COTEJO: LIBRETA DE APUNTES.

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE: SAN ANDRÉS TUXTLA		ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES II		GRUPO: 501 A	
NOMBRE DEL DOCENTE: ARMANDO ALVARADO ALVARADO.		FECHA: 21/06/2023			
NOMBRE DE (LOS) ALUMNOS (S): JOSÉ ANGEL GOXCON SOSA		UNIDAD: 4			
		TEMA: CADENAS DE MARKOV			
INSTRUCCIÓN					
Revisar los documentos o actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia a evaluar se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” ocúpela cuando tenga que hacer comentarios referentes a lo observado.					
VALOR DEL REACTIVO % PLANEADO	CRACTERÍSTICAS A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE			OBSERVACIONES
		SI	NO	% REAL	
2%	Portada: Nombre de la escuela, Carrera, Asignatura, Nombre del Profesor, Nombre de Alumno, Grupo, Lugar y fecha de entrega.	+		2%	
12%	Especificaciones. Los ejemplos analizados en clases deben contener los procedimientos necesarios para comprender los temas.	+		12%	
3%	Presentación: limpieza y formalidad.	+		3%	
3%	Fecha de entrega: La indicada en clases.	+		3%	
20%	Calificación.			20%	

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN 4 (20%).



**INSTITUTO TECNOLÓGICO
SUPERIOR DE SAN ANDRÉS
TUXTLA**



INGENIERIA INDUSTRIAL. 501 A

ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES II

DOCENTE: M.I.I. ARMANDO ALVÁRADO ALVÁRADO

TEMA: INTRODUCCIÓN A LAS CADENAS DE MARKOV

ALUMNO: JOSE ANGEL GOXCON SOSA

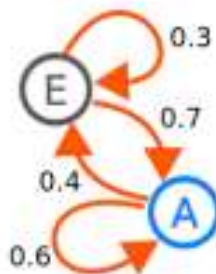
FECHA: 17/06/2023

¿Qué es una cadena de Markov?

La explicación de estas cadenas la desarrolló el matemático de origen ruso Andréi Márkov en 1907. Así, a lo largo del siglo XX, se ha podido emplear dicha metodología en numerosos casos prácticos de la vida cotidiana.

La explicación de estas cadenas la desarrolló el matemático de origen ruso Andréi Márkov en 1907. Así, a lo largo del siglo XX, se ha podido emplear dicha metodología en numerosos casos prácticos de la vida cotidiana.

También se conoce como cadena simple biestable de Markov.



Según señaló Markov, en sistemas o procesos estocásticos (es decir, aleatorios) que presentan un estado presente es posible conocer sus antecedentes o desarrollo histórico. Por lo tanto, es factible establecer una descripción de la probabilidad futura de los mismos.

Más formalmente, la definición supone que en procesos estocásticos la probabilidad de que algo suceda solamente depende del pasado histórico de la realidad que estamos estudiando. Por este motivo, a menudo se dice que estas cadenas cuentan con memoria.

La base de las cadenas es la conocida como propiedad de Markov, la cual resume lo dicho anteriormente en la siguiente regla: lo que la cadena experimente en un momento $t + 1$ solamente depende de lo acontecido en el momento t (el inmediatamente anterior).

¿Dónde se utiliza la cadena de Markov?

Las cadenas de Markov han experimentado una importante aplicación real en el ámbito de los negocios y las finanzas. Esto, al permitir, como se ha señalado, analizar y esilar futuros patrones de conducta de los individuos atendiendo a la experiencia y los resultados anteriores.

Lo anterior puede reflejarse en diferentes campos como la morosidad, el estudio de las conductas de consumidores, la demanda estacional de mano de obra, entre otros. El sistema elaborado por Markov es bastante sencillo y cuenta, como hemos dicho, con una aplicación práctica bastante fácil. Sin embargo, muchas voces críticas señalan que un modelo tan simplificado no puede ser totalmente efectivo en procesos complejos.

Probabilidades y matriz de transición

La probabilidad de ir del estado i al estado j en n unidades de tiempo está dada por:

$$P_{ij}^{(n)} = Pr (X_n = j | X_0 = i)$$

En la probabilidad de transición, en un paso, se omite el superíndice y de esta forma se obtiene:

$$P_{ij} = Pr (X_1 = j | X_0 = i)$$

Las probabilidades de transición en n pasos satisfacen la ecuación de Chapman-Kolmogorov, es decir, para cualquier k tal que $0 < k < n$ se cumple que:

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{r \in E} P_{ir}^{(k)} P_{rj}^{(n-k)}$$

Donde E denota el espacio de estados.

Cuando la cadena de Markov es homogénea, muchas de sus propiedades se pueden obtener a través de su matriz de transición, definida, entrada a entrada, como:

$$A_{ij} = P_{ij}$$

En donde la entrada i, j corresponde a la probabilidad de ir del estado i a j en un paso.

De la misma manera se puede obtener la matriz de transición en n pasos como:

$$A_{ij}^{(n)} = P_{ij}^{(n)}, \text{ donde } P_{ij}^{(n)} = Pr (X_n = j | X_0 = i)$$

Una **matriz de transición** para una cadena de Markov de n estados es una matriz de $n \times n$ con todos los registros no negativos y con la propiedad adicional de que la suma de los registros de cada columna (o fila) es 1.

Los P_{ij} se agrupan en la matriz de transición de la cadena de Markov, de tal forma que:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots \\ P_{21} & P_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = (P_{ij}) \quad i, j \in S$$

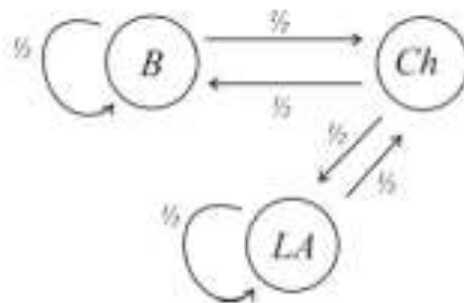
Ejemplo 1

Las siguientes matrices son de transición.

$$\begin{bmatrix} 0.80 & 0.20 & 0.00 \\ 0.18 & 0.75 & 0.16 \\ 0.02 & 0.05 & 0.84 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.70 & 0.30 \\ 0.50 & 0.50 \end{bmatrix}$$

Una cadena de Markov es un proceso evolutivo que consiste de un número finito de estados en cual la probabilidad de que ocurra un evento depende solamente del evento inmediatamente anterior con unas probabilidades que están fijas. Para motivar este concepto exploremos el siguiente ejemplo:

Ejemplo: Supongamos que hay tres centros principales de camiones de una empresa. Cada mes, la mitad de los que están en Boston y en Los Angeles, van a Chicago, la otra mitad permanece donde está y los camiones de Chicago se dividen igualmente entre Boston y L.A. Lo anterior se puede resumir con la siguiente figura:



Si inicialmente la compañía tenía 100, 200, 100, 200 y 300 camiones en Boston, Chicago y L.A. respectivamente, encontrar la distribuciones de camiones después de un mes y después de dos meses en las tres ciudades.

Solución: Denotemos por a_0, b_0 y c_0 la cantidad de camiones en Boston, Chicago y L.A. respectivamente. Después de 1 mes, utilizando la información dada se tiene que después de un mes, la distribución de los camiones será:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{3}{4}a_0 + \frac{1}{2}b_0 = 75 + 100 = 175, \\ b_1 &= \frac{1}{4}a_0 + \frac{1}{2}c_0 = 25 + 150 = 175, \\ c_1 &= \frac{1}{2}b_0 + \frac{1}{2}c_0 = 100 + 150 = 250. \end{aligned}$$

Y después de 2 meses, vemos que la distribución será:

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{3}{4}a_1 + \frac{1}{2}b_1 = 75 + 100 = 175, \\ b_2 &= \frac{1}{4}a_1 + \frac{1}{2}c_1 = 25 + 125 = 150, \\ c_2 &= \frac{1}{2}b_1 + \frac{1}{2}c_1 = 100 + 125 = 225. \end{aligned}$$

Los cálculos de este ejemplo se pueden realizar de manera más conveniente si utilizamos notación matricial. Para ver esto, denotemos por a_0 al vector de

probabilidades en el instante $t=0$, es decir, denotemos $a_0 = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{bmatrix}$. El cálculo realizado para el primer mes se puede realizar de la siguiente manera:

$$a_1 = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/4 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{bmatrix}$$

En otras palabras, si

$$P = \begin{bmatrix} 3/4 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix},$$

entonces la evolución sucesiva se puede escribir de la forma $a_1 = P a_0$. De manera análoga, $a_2 = P a_1 = P^2 a_0$. En general, después de k meses la distribución será $a_k = P^k a_0 = P^k \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{bmatrix}$.

En general una cadena de Markov finita es un proceso estocástico que consiste de un número finito de estados que usualmente se denotan como estado 1, estado 2, ..., estado n . En cada paso o punto en el tiempo el proceso puede estar en cualquiera de los estados o puede cambiar de estado mediante unas probabilidades (las llamadas probabilidades de transición).

Para cada tiempo k definamos el vector a_k como el vector de probabilidades de estar en los distintos estados en el tiempo k , es decir,

$$a_k = \begin{bmatrix} a_{k,1} \\ a_{k,2} \\ \vdots \\ a_{k,n} \end{bmatrix}.$$

donde $a_{k,i}$ denota la probabilidad de estar en el estado i -ésimo en el tiempo k . Los vectores a_k son vectores de probabilidad, esto significa que $a_{k,i} \geq 0$ para $i = 1, 2, \dots, n$ y además $a_{k,1} + a_{k,2} + \dots + a_{k,n} = 1$. Denotemos a P_k la probabilidad de pasar de estado j -ésimo al estado i -ésimo, esta probabilidad está en la entrada ij de una matriz P que se denomina la matriz de transición de la cadena de Markov. La matriz P tiene la propiedad que la suma de los elementos de cada columna es 1, es decir, los vectores columna de P son vectores de probabilidad. La regla fundamental en un proceso de Markov nos dice que el vector de probabilidades a_k está dado por

$$a_k = P^k a_0.$$

Por lo tanto si conocemos la matriz de transición P y el vector de estados iniciales a_0 , entonces utilizando la regla anterior podemos encontrar el vector de probabilidades para cualquier tiempo. En el ejemplo anterior:

Comportamiento a largo plazo

Un aspecto interesante en una cadena de Markov es su comportamiento a largo plazo. Intuitivamente, el comportamiento a largo plazo en una cadena de Markov (en caso que este exista), es un vector de probabilidades π que nos indica las probabilidades de estar en cada uno de los estados después de un número grande de repeticiones. De manera formal, el comportamiento a largo plazo en una cadena de Markov con caso que este estado es dicho caso:

$$\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n)$$

Nota: Existen cadenas de Markov que no tienen comportamiento a largo plazo definido. Sin embargo, existen condiciones que garantizan que una cadena de Markov tenga comportamiento a largo plazo bien definido, por ejemplo, si la matriz de transición P tiene todas sus entradas estrictamente positivas se puede demostrar que la cadena de Markov tiene un comportamiento a largo plazo que está bien definido y este comportamiento a largo plazo es único.

Definición: Supongamos que tenemos una cadena de Markov con matriz de transición P . Decimos que un vector π es un vector estacionario si π es un vector de probabilidades, es decir, si sus entradas son mayores o iguales a cero y suman 1 y además $P\pi = \pi$.

Algunas veces si π es un vector estacionario, entonces $P\pi = \lambda \pi$, esto significa que π es un vector propio de P asociado al valor propio $\lambda = 1$. En otras palabras, un vector estacionario es un vector propio de P asociado al valor propio $\lambda = 1$ que también es un vector de probabilidades.

Teorema: Si una cadena de Markov tiene comportamiento a largo plazo definido, entonces ese comportamiento a largo plazo es un vector estacionario.

Ejemplo: Consideremos el vector estacionario para el ejemplo de las compañías. De nuevo derivamos que en este caso hay un comportamiento a largo plazo bien definido y por lo tanto el comportamiento a largo plazo está dado por el vector estacionario. Cálculamos este comportamiento a largo plazo. En este ejemplo la matriz de transición está dada por

$$P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \end{bmatrix}$$

Calculamos primero el espacio propio de P asociado al valor propio $\lambda = 1$. Por definición $E_1 = \text{Nul}(P - I)$. Reduciendo la matriz $P - I$ obtenemos

$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ así que E_1 contiene los vectores de la forma $\begin{bmatrix} z \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ z \\ z \end{bmatrix}$ donde z es una variable libre. Por lo tanto $E_1 = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$. Por definición un

vector estacionario π es un vector en E_1 que además es un vector de probabilidades y por lo tanto $\pi = \begin{bmatrix} z \\ z \\ z \end{bmatrix}$ con $z + z + z = 1$, de donde $z = \frac{1}{3}$. Luego

$\pi = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix}$ es decir, la probabilidad de que a largo plazo, un cliente cualquiera de la empresa se encuentre en una determinada ciudad es $\frac{1}{3}$.

Ejemplo

Un agente comercial realiza su trabajo en tres ciudades: Bucaramanga, Cali y Pereira. Para evitar desplazamientos innecesarios está todo el día en la misma ciudad y al día siguiente se desplaza a otra ciudad, si no tiene suficiente trabajo. Después de estar trabajando un día en Pereira, la probabilidad de tener que seguir trabajando allí al día siguiente es 0.4, la de tener que viajar a Cali es 0.4 y la de tener que ir a Bucaramanga es 0.2. Si el viajante duerme un día en Cali, con probabilidad de un 20%, tendrá que seguir trabajando en la misma ciudad al día siguiente; en el 60% de los casos viajará a Pereira, mientras que irá a Bucaramanga con probabilidad de 0.2. Por último, si el agente comercial trabaja todo un día en Bucaramanga, permanecerá en esa misma ciudad al día siguiente con una probabilidad de 0.1, irá a Cali con una probabilidad de 0.3 y a Pereira con una probabilidad de 0.6.

- Si hoy el viajante está en Pereira, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga que trabajar en el mismo lugar al cabo de cuatro días?
- ¿Cuáles son los porcentajes de días en los que el agente comercial está en cada una de las tres ciudades?

Solución:

La matriz de transición P es la siguiente para el orden Bucaramanga, Cali y Pereira.

$$P = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix}$$

Para solucionar la primera pregunta se debe averiguar el término P_{31}^4 , es decir, el término que ocupa la tercera fila y la tercera columna de la matriz P^4 , lo cual se obtiene con la fila 3 y columna 3 de P^2 , cuyos valores son:

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19/100 & 33/100 & 12/25 \\ 9/50 & 17/50 & 2/25 \\ 9/50 & 3/10 & 13/25 \end{bmatrix}$$

$$P^4 = P^2 \cdot P^2 = \begin{bmatrix} 19/100 & 33/100 & 12/25 \\ 9/50 & 17/50 & 2/25 \\ 9/50 & 3/10 & 13/25 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 19/100 & 33/100 & 12/25 \\ 9/50 & 17/50 & 2/25 \\ 9/50 & 3/10 & 13/25 \end{bmatrix}$$

$$P^4 = \frac{9}{50} \cdot \frac{12}{25} + \frac{3}{10} \cdot \frac{12}{25} + \frac{13}{25} \cdot \frac{13}{25} = 0.0864 + 0.1440 + 0.2704 = 0.5008$$

En la segunda pregunta, para hallar las probabilidades estacionarias, se debe proceder de la siguiente manera:

$$(x \ y \ z) \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix} = (x \ y \ z); x + y + z = 1$$

Desarrollando resulta el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} -9x + 2y + 2z &= 0 \\ 3x - 8y + 4z &= 0 \\ 6x + 6y - 6z &= 0 \\ x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

Se elimina y en las dos primeras $-33x + 12z = 0$ y se elimina y en las dos últimas: $12z = 6$; de ambas se deduce que $x = 2/11 = 0.1818$; $y = 7/22 = 0.3181$; $z = 0.5$, es decir:

Bucaramanga = 18%

Cali = 32%

Pereira = 50%

PROBLEMARIO (20%)

Calcular las probabilidades del siguiente diagrama de estados

Para = 1 segundo ciclo

$$P(S_1) = 0.4P(S_1) + 0.3P(S_2) + 0.3P(S_3)$$

$$= 0.4(0.4) + 0.3(0.2) + 0.3(0.1)$$

$$= 0.22$$

Iteración	$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$
1	0.4	0.3	0.3
2	0.22	0.45	0.33
3	0.06	0.53	0.39
4	0.15	0.565	0.285
5	0.145	0.58	0.275

$$P(S_2) = 0.22(0.4) + 0.45(0.1) + 0.33(0.1)$$

$$P(S_2) = 0.08 + 0.04 + 0.03$$

$$= 0.15$$

$$\begin{aligned}P(4_3) &= 0.166(0.8) + 0.53(0.1) + 0.304(0.1) \\ &= 0.09 + 0.05 + 0.03 \\ &= 0.17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(3_4) &= 0.15(0.8) + 0.585(0.1) + 0.285(0.1) \\ &= 0.12 + 0.05 + 0.02 \\ &= 0.19\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(5_5) &= 0.145(0.4) + 0.5(0.1) + 0.279(0.1) \\ &= 0.05 + 0.05 + 0.02 \\ &= 0.12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(5_2) &= 0.4(0.4) + 0.3(0.5) + 0.3(0.3) \\ &= 0.16 + 0.09 + 0.09 \\ &= 0.34\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(5_7) &= 0.22(0.4) + 0.45(0.5) + 0.33(0.3) \\ &= 0.08 + 0.15 + 0.09 \\ &= 0.30\end{aligned}$$

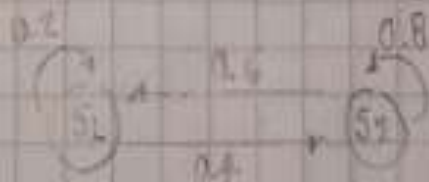
$$\begin{aligned}P(5_5) &= 0.16(0.6) + 0.55(0.3) + 0.304(0.3) \\ &= 0.09 + 0.15 + 0.09 \\ &= 0.33\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(2_4) &= 0.15(0.8) + 0.565(0.3) + 0.285(0.3) \\ &= 0.12 + 0.16 + 0.08 \\ &= 0.36\end{aligned}$$

Para la cadena de Markov sea

		A	
		s_1	s_2
De:	s_1	0.6	0.4
	s_2	0.2	0.8

- a) Dibujar el diagrama de estados.
b) Calcular las probabilidades de transición para los 4 ciclos.



$$\begin{aligned} b) \quad P(s_1) &= 0.6(0.2) + 0.4(0.4) \\ &= 0.12 + 0.16 \\ &= 0.28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(s_2) &= 0.2(0.2) + 0.8(0.2) \\ &= 0.04 + 0.16 \\ &= 0.20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(s_1) &= 0.4(0.8) + 0.6(0.8) \\ &= 0.32 + 0.48 \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(s_2) &= 0.2(0.8) + 0.8(0.8) \\ &= 0.16 + 0.64 \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

LIBRETA DE APUNTES (20%)



**INSTITUTO TECNOLÓGICO
SUPERIOR DE SAN ANDRÉS
TUXTLA**



INGENIERIA INDUSTRIAL. 501-A

ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES II

**EJERCICIO CLASE 1: PROBABILIDAD DE
TRANSICIONES ESTACIONARIAS DE N PASOS.**

DOCENTE: M.L. ARMANDO ALVÁRADO ALVÁRADO

ALUMNO: JOSE ANGEL GONZALEZ SOSA

FECHA: 18/06/2023

Probabilidad de transición entre estados de un proceso

Ejemplo 1. Una tienda de ropa tiene un almacén en modo especial de compra que se repite cada una semana. De las semanas de esta tienda, hay 10, la primera semana, ..., semana n , respectivamente. Se supone que la D. con variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas que tiene una distribución de probabilidad binomial. Sea X_n el número de prendas que se venden en el momento de venta n semanas. El número de prendas que se venden al final de una semana X_n es el número de prendas al final de la semana n , etc. Dado que $X_1 = 3$. El valor de X_n que la tienda tiene en cada una de las semanas el lunes en el momento de venta n semanas, la tienda que la semana n es X_n para cada n . El número de prendas en un momento n de n semanas es X_n que X_n las que venden en la tienda n semanas. X_n hasta $n=1$ de una semana. No sabe la tienda la X_n que las que venden en el momento n de n semanas. Se supone que las ventas de prendas durante la semana n de n semanas. Dado que $X_1 = 3$, sea un proceso estocástico que la tienda tiene en cada una de las semanas. Las ventas durante el proceso son las ventas X_n que representan el número de prendas que venden en un momento n de n semanas.

$$P^{(2)} = P^2 = \begin{bmatrix} 0.080 & 0.184 & 0.148 & 0.148 \\ 0.144 & 0.368 & 0 & 0 \\ 0.144 & 0.148 & 0.148 & 0 \\ 0.080 & 0.184 & 0.148 & 0.148 \end{bmatrix}^2$$

$$= \begin{bmatrix} 0.249 & 0.286 & 0.309 & 0.156 \\ 0.283 & 0.352 & 0.335 & 0.230 \\ 0.361 & 0.319 & 0.233 & 0.087 \\ 0.349 & 0.288 & 0.100 & 0.264 \end{bmatrix}$$

Así como que haya una cámara ilegal en una mansión, la probabilidad de que no haya cámaras en ninguna de las 4 mansiones es de 0.283 , es decir $P_4^0 = 0.283$.

De una manera, cada que haya 3 cámaras al final de una mansión, la probabilidad de que haya 3 cámaras en el momento 2 de la mansión es de 0.097 , esto es $P_4^3 = 0.097$.

La matriz de transición de 4 pisos arriba se puede escribir de la sig. manera:

$$P^{(4)}, P_4 = P^{(3)} * P^{(2)}$$

Así como que haya una cámara ilegal en una mansión 0.283 es la probabilidad que no haya cámaras en ninguna de las 4 mansiones, es decir, $P_4^0 = 0.283$. De una manera, cada que haya 2 cámaras en el momento uno de una mansión, se tiene una probabilidad de 0.171 de que haya 3 cámaras en el momento 4 de la mansión, esto es $P_4^2 = 0.171$.

Ejerc. 1. Una empresa está considerando iniciar planes de Marketing que consisten en la promoción de productos con 3 marcas distintas de un determinado producto. El estudio preliminar, la sustracción de demandas de publicidad de los canales de las marcas a una hora es:

	1	2	3
1	0.00	0.10	0.00
2	0.00	0.95	0.02
3	0.00	0.05	0.75

Si en la actualidad la participación de mercado es de 40%, 35% y 25% respectivamente. Si una semana las participaciones de mercado se repiten en 2 meses más.

En otras palabras, denotando la X_n ya sea representando la marca que ocupará un cierto porcentaje en el mes n . De la condición de estacionariedad sobre los valores 1, 2, 3 en el mes n , $0, 1, 2, 3$. Por consiguiente, tenemos que es la distribución inicial y la matriz de probabilidades de transición, se usa el caso 10 como se observa a continuación:

$$P^0 = \begin{bmatrix} P(X_0=1) = 0.40 \\ P(X_0=2) = 0.35 \\ P(X_0=3) = 0.25 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0.2 & 0.05 & 0.75 \end{bmatrix}$$

Como caso especial, la distribución de las participaciones de mercado al cabo de 2 meses (2 etapas) podemos utilizar la fórmula $P^2 = P^0 \cdot P^2$

$$P^2 = P^0 \cdot P^2 = \begin{bmatrix} P(X_2=1) = 0.4270 \\ P(X_2=2) = 0.2975 \\ P(X_2=3) = 0.2755 \end{bmatrix} \quad P^0 \cdot P^2 = \begin{bmatrix} P(X_2=1) = 0.4059 \\ P(X_2=2) = 0.3091 \\ P(X_2=3) = 0.2850 \end{bmatrix}$$

Se concluye que los efectos de mercado en 2 semanas a
cambio de un 45% a un 40.59%; de un 25% a un
33.91% y de un 30% a un 25.59% para los
mater 1, 2 y 3 respectivamente.

EXAMEN 4 (30%)

Ejemplo 1

Supongamos que la actividad de selección produce subconjuntos de selección de 100.

Para que una persona ha cometido algún error una probabilidad del 0.25 de que se selecciona alguna compañía incorrecta.

Indica que una persona ha cometido algún error una probabilidad del 0.25 de que se selecciona alguna compañía incorrecta.

Ejemplo 1 = La persona comete el error 1.
Ejemplo 2 = La persona comete el error 2.

- * Suponga que una investigación de marketing para las acciones de cola a las acciones que produce le cuesta a la compañía \$2 y se vende a \$1.
- * Ha \$ 500 millones una campaña de publicidad garantiza una disminución del 10% al 15% en la posición de acciones que compran las acciones de cola a después de un tiempo.
- * ¿Deben la compañía que las acciones de cola a emplear la financiación?

Solución

Al menos la proporción $n_1 = 2/3$ de las compañías financieras prefieren comprar el acciones de cola de la acción 1.

En caso de que el acciones de cola a la compañía obtiene a 1 de acciones. Podríamos calcular la ganancia actual en \$ 3,400.00.

La campaña de publicidad está involucrada también la misma.

$$Q = \begin{bmatrix} 45 & 105 \\ 70 & 190 \end{bmatrix}$$

Para λ , las ecuaciones en estado estable se convierten en

$$r_1 = .25r_1 + .32r_2$$

$$r_2 = .65r_1 + .80r_2$$

Multiplicando la segunda ecuación por $r_1 + r_2 = 1$ y reordenando,
obtenemos $r_1 = .08$ y $r_2 = .92$.

Entonces la probabilidad anual de la compañía de salir a tierra de
\$ 31,600,000 es

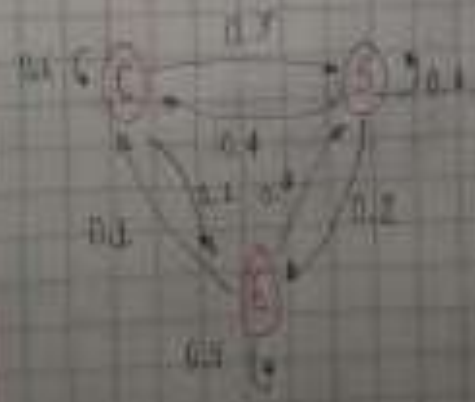
En la práctica, la compañía que produce la Q101 debe considerar
la naturaleza del mercado.

Ejercicio 1 En una unidad de tratamiento intensivo para el COVID-19, los pacientes están distribuidos en tres estados de salud: crítico, grave o estable. Estas distribuciones son independientes para cada paciente y se repiten independientemente a lo largo de la estadística experimental, por lo que puede las probabilidades con las cuales se repite el estado crítico de salud de un paciente en la siguiente:

	Grave	Crítico	Estable
Grave	0.6	0.3	0.1
Crítico	0.4	0.4	0.2
Estable	0.1	0.4	0.5

¿Cuál es la probabilidad de que un paciente en estado crítico sea curado por el día siguiente?

Sea la r.v. que X_n indica el estado que se encuentra un paciente cualquiera en el hospital en el día n . Las valores posibles para dicha variable son $\{C, G, E\}$ correspondiendo al día n . De esta forma que represento cada posible combinación de los estados durante n :



La probabilidad de que un paciente esté en estado crítico es $P_1 = 0.1$ y que no lo esté es $P_2 = 0.9$. Si el paciente está en estado crítico, la probabilidad de pasar al estado crítico al siguiente estado es 0.2 (si no lo está es 0.1).

$$P_1^2 = 0.1 \cdot 0.2 + 0.9 \cdot 0.1 = 0.17$$

Notar que de suma transitoria se puede utilizar los siguientes notaciones $P^2 = P^2 + P^1$

$$P^2 = P^2 + P^1 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.1 \\ 0.3 & 0.4 & 0.4 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$P^3 = P^3 + P^2 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.1 \\ 0.3 & 0.4 & 0.4 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.44 \\ 0.34 \\ 0.17 \end{bmatrix}$$

Se concluye que la probabilidad de pasar al estado crítico al estado crítico es de 2 etapas es de 0.17 .