Instituto Tecnologico Superior de San Andrés Tuxtla 19/03/23
Cálculo Integral 206 B Marisol de Jesus Temich Martinez

DESARRO HISTÓRICO DEL CÁLCULO INTEGRAL

Evolución Histórica del Cálculo Integral

El cálculo se deriva de la antigua geometría griega. Democrito cálculo el volumen de piramides y conos, se cree que considerándolos formados por un número infinito de secciones de grosor infinitisimal (infinitamente pequeño) y Eudoxo y Arquímides utilizaron el "método de agotamiento" para encontrar el área de un circulo con la exactitud requerida mediante el uso de polígonos inscritos. Sin embargo, los dificultades para trabajar con números irracionales y las paradojas de Zenon de Elea impidieron formular una teoría sistemática del cálculo.

En el siglo XVII, Francesco B. Cavalieri y Evangelista Torricelli ampliaron el uso de los infinitesimales, y Descartes y Pierre de Fermat utilizaron el álgebra para encontrar el área y las tangentes (integración y diferenciación en términos modernos). Fermat e Isaac Barrow tenían la certeza de que ambos cálculos estaban relacionados, aunque fueron Isaac Newton (1660) y Gottfried W. Leibniz (1670) quienes demostraron que son inversos, lo que se conoce como teorema fundamental del cálculo.

El descobrimiento de Newton, a partir de su

Instituto Tecnologico Superior de San Andres Tuxtla 19/03/23
Cálculo Integral 206 B Marisol de Jesús Temich Martinez

DESARROLLO HISTORICO DEL CÁLCULO INTEGRAL

Historia

El origen se remonta a la época de Arquimedes (287-212a), matematico griego de la antiguedad, obtuvo valor del área encerrada por un segmento durante veinte siglos. La derivada apareció veinte siglos despues para resolver otros problemas que en principio no tenian nada en común con el cálculo integral.

El descubrimiento más importante del cálculo infinitesimal (creado por Barrow, Newton y Leibniz) es la intima relación entre la derivada y la integral definida, a pesar de haber seguido caminos diferentes integral (teorema de Barrow), el cálculo de integrales definidas se hace tan sencilla como el de las derivadas.

El concepto de cálculo y sus ramificaciones se introdujo en el siglo XVIII, con el gran desarrollo que obtuvo analisis matematico, creando ramas como el cálculo diferencial, integral y de variaciones.

El cálculo integral incluía ademas de la integración de funciones, los problemas y la teoría de las ecuaciones diferenciales, el cálculo variacional, la teoría de funciones especiales, etc.

Instrumento de Evaluación.

Lista de Cotejo para evaluar trabajo de investigación.

Nombre de la Materia: Cálculo Integral	Grupo: 206-B Instituto: ITSSAT
Profesor: Ing. Manuel Montoya N.	Unidad: 1
Alumno: Temich Martínez Marisol De Jesús.	Fecha de aplicación: 14-03-2023

Objetivo educacional:

Comprende los dos teoremas fundamentales del cálculo para establecer la relación entre cálculo diferencial y cálculo integral. Aplica los teoremas y las propiedades de la integral para evaluar integrales definidas.

VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
10%	Investigo los conceptos requeridos.	√		
5%	Definió en forma correcta el contenido.	√		
5%	Realizo su trabajo a mano y con ortografía correcta.	√		
5%	Es un trabajo limpio, ordenado y presenta margen.	√		
5%	Lo entrego en tiempo y forma.	√		
30%	**CALIFICACIÓN**	30		

Instituto Tecnologico Superior de San Andres Tuxtla 11/03/23
Cálculo integral 206 B Marisol de Jesus Temich Martinez

FORMULAS DE INTEGRACIÓN
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\int dx = x + C$
$\int k dx = k \int dx = kx + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C \quad \int x^{-1} dx = \ln x + C$
$\int kx dx = k \int x dx$
$\int e^u du = e^u + C$
$\int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x + C$

Instrumento de Evaluación.

Lista de Cotejo para evaluar trabajo de investigación. Formulario.

Nombre de la Materia: ***Cálculo Integral.***	*Grupo: 206-B*
	Instituto: ITSSAT
Profesor: Ing. Manuel Montoya N.	*Unidad: 1*
Alumno: Temich Martínez Marisol De Jesús.	*Fecha de aplicación: 14-03-2023*

Objetivo educacional:

Calcula la difusividad de gases y líquidos utilizando las correlaciones correspondientes para establecer los perfiles de concentración en la transferencia de masa.

VALOR DEL REACTIVO	**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
		SI	**NO**	
4%	Investigo los conceptos requeridos.	√		
4%	Definió en forma correcta el contenido.	√		
4%	Realizo su trabajo a mano y con las fórmulas correctas.	√		
4%	Es un trabajo limpio, ordenado y presenta margen.	√		
4%	Lo entrego en tiempo y forma.	√		
20%	**CALIFICACIÓN**	**20**		

Instituto Tecnologico Superior de San Andres Tuxtla 16-03-23
Cálculo Integral 206 B Temich Martinez Marisol de Jesus

EJERCICIOS DE CÁLCULOS DE SUMAS DE RIEMANN.

① Hallar el área de la región bordeada por las gráficas de $f(x)=x^2$ $x=0$, $x=2$ y el eje x mediante el cálculo del límite de las sumas: de Riemann

Primero se divide $[0,2]$ en n subintervalos de igual longitud: $\Delta x = \frac{(2-0)}{n} = \frac{2}{n}$

$x_i = a + i\Delta x = 0 + i\frac{2}{n} = 2\frac{i}{n}$ La enésima suma de Riemann es

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = \sum_{i=1}^{n} f\left(2\frac{i}{n}\right)\left(\frac{2}{n}\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(2\frac{i}{n}\right)^2\left(\frac{2}{n}\right) =$$

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{8}{n^3}i^2 = \frac{8}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{8}{n^3}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right]$$

el área de la región es el límite de las sumas de Riemann:

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{4(n+1)(2n+1)}{3n^2}\right] = \frac{8}{3}$$

② Hallar el área de la region bordeada por las gráficas de $f(x)=2(x+2)^3$, $x=-2$, $x=0$ y el eje x mediante el cálculo del límite de sumas de Riemann

Se divide $[-2,0]$: $\Delta x=\frac{2}{n}$; $x_i=-2+\frac{2i}{n}$ la enésima suma de Riemann es:

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x=\sum_{i=1}^{n} 2\left(-2+\frac{2i}{n}+2\right)^3\left(\frac{2}{n}\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{32 i^3}{n^4}=$$

$$=\frac{32}{n^4}\sum_{i=1}^{n} i^3=\frac{32}{n^4}\left[\frac{n^2(n+1)^2}{4}\right]=8\frac{(n+1)^2}{n^2}$$

Se halla el limite:

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x=\lim_{n\to\infty}\frac{8(n+1)^2}{n^2}=8$$

Evaluar $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2-2x_i)\Delta x$, donde $x_0=1$, $x_1=1+\Delta x$, …, $x_n=3$

Esta suma de Riemann se debe cambiar a una integral: Δx se convierte en dx, x_i se convierte en x y el intervalo de integración es $[1,3]$.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2-2x_i)\Delta x=\int_1^3 (x^2-2x)\,dx=\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)_1^3=$$

$$=\left(\frac{3^3}{3}-3^2\right)-\left(\frac{1^3}{3}-1^2\right)=\frac{2}{3}$$

Lista de Cotejo para resolución de ejercicios.

<table>
<tr><td colspan="4">Nombre de la Materia:
Cálculo Integral</td><td colspan="2">Grupo: 206-B</td></tr>
<tr><td colspan="4" rowspan="2">Profesor: Ing. Manuel Montoya N.</td><td colspan="2">Instituto: ITSSAT</td></tr>
<tr><td colspan="2">Unidad: 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Alumno: Temich Martínez Marisol De Jesús.</td><td colspan="2">Fecha de aplicación: 16-03-2023</td></tr>
<tr><td colspan="6">INSTRUCCIÒN</td></tr>
<tr><td colspan="6">Revisar los documentos o actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia a evaluar se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” ocúpela cuando tenga que hacer comentarios referentes a lo observado.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">VALOR DEL REACTIVO</td><td rowspan="2">CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)</td><td colspan="2">CUMPLE</td><td colspan="2" rowspan="2">OBSERVACIONES</td></tr>
<tr><td>SI</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>2%</td><td>Presenta un trabajo limpio y ordenado.</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2%</td><td>Escribe los ejercicios en forma clara en su trabajo.</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2%</td><td>Utiliza las ecuaciones y fórmulas adecuadas.</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2%</td><td>La respuesta de los ejercicios es la correcta.</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2%</td><td>Presenta los resultados en forma clara.</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>10%</td><td>CALIFICACIÓN</td><td>10</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Instituto Tecnologico Superior de San Andres Tuxtla 14/03/23

Cálculo Integral 206 B Temich Martinez Marisol de Jesus

40%

EXAMEN UNIDAD I

1. $\int_{90}^{135} 3x\cos(2x^2)\,dx = 3\left(\frac{1}{4}\right)\int_{90}^{135} 4x\cos(2x^2)\,dx = \frac{3}{4}\int_{90}^{135}\cos u\,du =$

$u = 2x^2$

$du = 4x\,dx$

$= \frac{3}{4}(\operatorname{sen} u)\Big|_{90}^{135} = \frac{3}{4}\left(\operatorname{sen} 2x^2\right)_{90}^{135} =$

$= \frac{3}{4}\left(\operatorname{sen} 2(135)^2 - \operatorname{sen} 2(90)^2\right) =$

$= \frac{3}{4}\left(\operatorname{sen}(636.04) - \operatorname{sen}(0)\right) =$

$= \frac{3}{4}(-0.994 - 0) = -0.7455 = -0.75$

2. $\int_3^5 \left(\frac{1}{2}x^3 + \frac{2}{7}x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{1}{3}\right)dx =$

$= \int_3^5 \frac{1}{2}x^3\,dx + \int_3^5 \frac{2}{7}x^2\,dx - \int_3^5 \frac{3}{5}x\,dx + \int_3^5 \frac{1}{3}\,dx =$

$= \frac{1}{2}\int_3^5 x^3\,dx + \frac{2}{7}\int_3^5 x^2\,dx - \frac{3}{5}\int_3^5 x\,dx + \frac{1}{3}\int_3^5 dx =$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{x^4}{4}\right)\Big|_3^5 + \frac{2}{7}\left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_3^5 - \frac{3}{5}\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_3^5 + \frac{1}{3}(x) =$

$= \frac{1}{8}x^4\Big|_3^5 + \frac{2}{21}x^3\Big|_3^5 - \frac{3}{10}x^2\Big|_3^5 + \frac{1}{3}\Big|_3^5 =$

$= \frac{1}{8}(5^4 - 3^4) + \frac{2}{21}(5^3 - 3^3) - \frac{3}{10}(5^2 - 3^2) + \frac{1}{3}(5-3) =$

$= \frac{1}{8}(544) + \frac{2}{21}(98) - \frac{3}{10}(16) + \frac{1}{3}(2) =$

$= \frac{544}{8} + \frac{196}{21} - \frac{48}{10} + \frac{2}{3} = 73\frac{1}{5} = 73.2$

19/03/23

Marisol Tomich

$$3.\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{4}{5}} \frac{\frac{3}{7}x^2}{\sqrt{x^3+2}}dx = \frac{3}{7}\left(\frac{1}{3}\right)\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{4}{5}} \frac{3x^2}{\sqrt{x^3+2}}dx = \frac{1}{7}\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{4}{5}} \frac{du}{u^{1/2}} = \frac{1}{7}\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{4}{5}} u^{-1/2}du =$$

$u = x^3+2$

$du = 3x^2dx$

$$= \frac{1}{7}\left(\frac{u^{1/2}}{\frac{1}{2}}\right)\Big|_{\frac{1}{3}}^{\frac{4}{5}} = \frac{2}{7}\left[(x^3+2)^{1/2}\right]\Big|_{\frac{1}{3}}^{\frac{4}{5}} =$$

$$= \frac{2}{7}\left[(0.8^3+2)^{1/2} - (0.3^3+2)^{1/2}\right] =$$

$$= \frac{2}{7}\left[(2.512)^{1/2} - (2.027)^{1/2}\right] =$$

$$= \frac{2}{7}\left[1.5849 - 1.4237\right] = \frac{2}{7}\left[0.1612\right] = 0.0460$$

$$= 0.05$$

$$4.\int_{2}^{4} \frac{1}{7}x \cdot e^{\left(\frac{1}{3}x^2\right)}dx = \frac{1}{7}\left(\frac{3}{2}\right)\int_{2}^{4} \frac{2}{3}x\, e^{\left(\frac{1}{3}x^2\right)}dx = \frac{3}{14}\int_{2}^{4} e^{u}du =$$

$u = \frac{1}{3}x^2$

$du = \frac{2}{3}x\,dx$

$$= \frac{3}{14}e^{u}\Big|_{2}^{4} = \frac{3}{14}\left[e^{\left(\frac{1}{3}x^2\right)}\right]_{2}^{4} =$$

$$= \frac{3}{14}\left[e^{\left(\frac{1}{3}(4)^2\right)} - e^{\left(\frac{1}{3}(2)^2\right)}\right] = \frac{3}{14}\left[e^{\left(\frac{16}{3}\right)} - e^{\left(\frac{4}{3}\right)}\right] =$$

$$= \frac{3}{14}\left[207.1272 - 3.7936\right] = \frac{3}{14}\left[203.3336\right]$$

$$= 43.57$$