

# INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA

## EVALUACIÓN ESCRITA DE LA UNIDAD IV

NOMBRE DEL DOCENTE: ING. PABLO PROMOTOR CAMPECHANO		ASIGNATURA: ESTADISTICA INFERENCIAL II																													
<b>DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACION</b>																															
NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Toto Polito Rosario del Carmen.		CARRERA: ING. INDUSTRIAL PORCENTAJE OBTENIDO:50%																													
GRUPO: 401 B	FECHA: 04/06/2023	PERIODO ESCOLAR: FEBRERO-JULIO 2023																													
<b>INSTRUCCIONES</b>																															
<p>Lea cuidadosamente y conteste correctamente lo que se te solicita. El tiempo para responder es de 50 minutos. Si tiene alguna duda sobre lo que se te solicita pregunta al docente. Se puede utilizar calculadora y formulario.</p>																															
<p>Una compañía de mensajería está interesada en determinar cual marca de llantas tiene mayor duración en términos del desgaste. Para ello se diseña un experimento en cuadro latino, en el que se comparan 4 tipos diferentes de marcas de llantas sometiénolas a una prueba de 32000 km de recorrido; se utilizaron 4 diferentes tipos de autos y las 4 diferentes posiciones posibles de las llantas en el auto. Los resultados del experimento se muestran a continuación, en el que se mide el desgaste de las llantas en milésimas de pulgadas.</p> <p>Pruebe la hipótesis de que el desgaste promedio es igual para cada tipo de llanta. Utilice la prueba F con un nivel de significancia del 5%.</p>																															
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2" style="padding: 5px;">Posición</th> <th colspan="4" style="padding: 5px;">Carro</th> </tr> <tr> <th style="padding: 5px;">1</th> <th style="padding: 5px;">2</th> <th style="padding: 5px;">3</th> <th style="padding: 5px;">4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">C = 12</td> <td style="padding: 5px;">D = 11</td> <td style="padding: 5px;">A = 13</td> <td style="padding: 5px;">B = 8</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">B = 14</td> <td style="padding: 5px;">C = 12</td> <td style="padding: 5px;">D = 11</td> <td style="padding: 5px;">A = 3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">A = 17</td> <td style="padding: 5px;">B = 14</td> <td style="padding: 5px;">C = 10</td> <td style="padding: 5px;">D = 9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">D = 13</td> <td style="padding: 5px;">A = 14</td> <td style="padding: 5px;">B = 13</td> <td style="padding: 5px;">C = 9</td> </tr> </tbody> </table>			Posición	Carro				1	2	3	4	1	C = 12	D = 11	A = 13	B = 8	2	B = 14	C = 12	D = 11	A = 3	3	A = 17	B = 14	C = 10	D = 9	4	D = 13	A = 14	B = 13	C = 9
Posición	Carro																														
	1	2	3	4																											
1	C = 12	D = 11	A = 13	B = 8																											
2	B = 14	C = 12	D = 11	A = 3																											
3	A = 17	B = 14	C = 10	D = 9																											
4	D = 13	A = 14	B = 13	C = 9																											

<p><b>Posición</b></p> <p><math>H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4</math></p> <p><math>H_1: \mu_i \neq \mu_j</math> donde <math>i, j = 1, 2, 3, 4</math></p>	<p><b>Carro</b></p> <p><math>H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4</math></p> <p><math>H_1: \mu_i \neq \mu_j</math> donde <math>i, j = 1, 2, 3, 4</math></p>	<p><b>Marca</b></p> <p><math>H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D</math></p> <p><math>H_1: \mu_i \neq \mu_j</math> donde <math>i, j = A, B, C, D</math></p>
--	---	---

$\mu_A$  = El desgaste de la llanta tipo A en el carro 1.

$\mu_B$  = El desgaste de la llanta tipo B en el carro 2.

$\mu_C$  = El desgaste de la llanta tipo C en el carro 3.

$\mu_D$  = El desgaste de la llanta tipo D en el carro 4.

### La hipótesis nula es:

$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu_E$  (El desgaste promedio de los 4 carros y 4 posiciones es igual).

**La hipótesis alternativa es:**

H1: al menos 2 medias son diferentes (al menos 2 desgastes promedios de cada tipo de llanta son diferentes).

Posición	Carro				Totales del bloque I (y <sub>i..</sub> )
	1	2	3	4	
1	C=12	D=11	A=13	B=8	<b>Y1..=44</b>
2	B=14	C=12	D=11	A=3	<b>Y2..=40</b>
3	A=17	B=14	C=10	D=9	<b>Y3..=50</b>
4	D=13	A=14	B=13	C=9	<b>Y4..=49</b>
<b>Totales del bloque II (Y<sub>..k</sub>)</b>	<b>y<sub>..1</sub>=56</b>	<b>y<sub>..2</sub>=51</b>	<b>y<sub>..3</sub>=47</b>	<b>y<sub>..4</sub>=29</b>	<b>Y<sub>...</sub>=183</b>

y<sub>.j.</sub> = totales de los tratamientos de la variable de estudio.

y<sub>.1.</sub> = sumamos los valores asignados a la letra A = 17+14+13+3= **47**

y<sub>.2.</sub> = sumamos los valores asignados a la letra B = 14+14+13+8= **49**

y<sub>.3.</sub> = sumamos los valores asignados a la letra C = 12+12+10+9= **43**

y<sub>.4.</sub> = sumamos los valores asignados a la letra D = 13+11+11+9= **44**

**Calculamos**

$$SS_{tratamientos} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{tratamientos} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 (47^2 + 49^2 + 43^2 + 44^2) - \frac{183^2}{16}$$

$$SS_{tratamientos} = \mathbf{5.6875}$$

$$SS_{renglones} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{renglones} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (44^2 + 40^2 + 50^2 + 49^2) - \frac{183^2}{16}$$

$$SS_{renglones} = \mathbf{16.1875}$$

$$SS_{columnas} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{columnas} = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 (56^2 + 51^2 + 47^2 + 29^2) - \frac{183^2}{16}$$

$$SS_{columnas} = 103.6875$$

$$SS_{total} = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{total} = (12^2 + 11^2 + 13^2 + 8^2 + 14^2 + 12^2 + 11^2 + 3^2 + 17^2 + 14^2 + 10^2 + 9^2 + 13^2 + 14^2 + 13^2 + 9^2) - \frac{183^2}{16}$$

$$SS_{total} = 155.9375$$

$$SS_{error} = SS_{total} - SS_{tratam} - SS_{rengl} - SS_{colum}$$

$$SS_{error} = 155.9375 - 5.6875 - 16.1875 - 103.6875$$

$$SS_{error} = 30.375$$

$$MS_{tratam} = \frac{SS_{tratam}}{p - 1}$$

$$\frac{5.6875}{3} = 1.8958$$

$$MS_{rengl} = \frac{SS_{rengl}}{p - 1}$$

$$\frac{16.1875}{3} = 5.3958$$

$$MS_{colum} = \frac{SS_{colum}}{p - 1}$$

$$\frac{103.6875}{3} = 34.5625$$

$$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{(p-2)(p-1)}$$

$$\frac{30.375}{6} = 5.0625$$

$$F_0 = \frac{MS_{tratam}}{MS_{error}}$$

$$\frac{1.8958}{5.0625} = 0.3744$$

Si

$$F_0 > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$$

La hipótesis nula se rechaza.

$$F_{0.05, 3, 6} = 4.76$$

$$0.3744 > 4.76$$

Al observar los valores se puede observar que el valor de  $F_0$  es menor a  $F$  que vale 4.76 lo que indica que no son factores significativos a la diferencia del tipo de carro y el desgaste promedio de los 4 carros y 4 posiciones es igual). Sin embargo, a diferencia de esto el tipo de carro el cual tiene un valor de  $F_0$  de 6.8271 es mayor a 4.76 el valor del desgaste se vuelve significativo.

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios (CM)	$F_0$
Entre los tratamientos	$SS_{tratamientos} = 5.6875$	$4-1=3$	MS tratamientos= <b>1.8958</b>	<b>Fo=0.3744</b>
Renglones bloque I	$SS_{renglones} = 16.1875$	$4-1=3$	MS renglones= <b>5.3958</b>	Fo=5.3958/5.0625= <b>1.0658</b>
Columnas bloque II	$SS_{columnas} = 103.6875$	$4-1=3$	MS columnas= <b>34.5625</b>	Fo= 34.5625/5.0625= <b>6.8271</b>
Error	$SS_{error} = 30.375$	$(4-2)(4-1)=2*3=6$	MS error= <b>5.0625</b>	
Total	$SS_{total} = 155.9375$	$4^2 - 1 = 15$		



LISTA DE COTEJO DE INVESTIGACIÓN DOCUMENTAL

DOCENTE: PABLO PROMOTOR CAMPECHANO		ASIGNATURA: ESTADISTICA INFERENCIAL II		
<b>DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN</b>				
NOMBRE DEL ALUMNO: TOTO POLITO ROSARIO DEL CARMEN		UNIDAD: IV		
PERIODO: FEBRERO -JULIO 2023	GRUPO: 401 B	FECHA DE ENTREGA: 9/06/2023		
<b>INSTRUCCIONES</b>				
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.				
VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
3%	<b>PRESENTACIÓN:</b> la investigación cumple con los requisitos de: <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Buena presentación</li> <li>b. letra legible</li> <li>c. Limpieza y orden</li> <li>d. Ortografía (El documento es redactado de forma correcta sin faltas de ortografía)</li> </ul>		√	
2%	Maneja el lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia y secuencia entre párrafos	√		
2%	<b>INTRODUCCIÓN:</b> Da una idea clara y objetiva de lo que tratara el tema (motivando al lector a continuar con su lectura y revisión), fundamentando con las referencias bibliográficas que se utilizaron para su redacción.		√	
8%	<b>CONTENIDO:</b> Maneja un lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia, secuencia entre párrafo, es digerible a todo público y presenta una metodología <b>COHERENCIA Y COHESIÓN:</b> Maneja un lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia, secuencia entre párrafo y es digerible a todo público coherente.	√		
3%	<b>Conclusiones:</b> Las conclusiones son claras y acordes con el objetivo esperado.	√		
2%	<b>Responsabilidad:</b> Entregó la investigación documental en la fecha señalada.	√		
20%	<b>CALIFICACIÓN</b>	15%		

### LISTA DE COTEJO DE PROBLEMARIO

DOCENTE: ING. PABLO PROMOTOR CAMPECHANO		ASIGNATURA: ESTADISTICA INFERENCIAL II		
<b>DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN</b>				
NOMBRE DEL ALUMNO (A): TOTO POLITO ROSARIO DEL CARMEN		Problemario de la Unidad: 4		
PERIODO: FEBRERO -JULIO 2023	GRUPO:401 B	FECHA DE ENTREGA: 9/06/2023		
<b>INSTRUCCIONES</b>				
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.				
VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
5 %	<b>PRESENTACIÓN:</b> El trabajo cumple con los requisitos de <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Buena presentación</li> <li>b. No tiene faltas de ortografía</li> <li>c. Ordenado y limpio</li> </ul>	√		
5 %	<b>FORMATO DE ENTREGA:</b> Hoja de presentación (asignatura, unidad, tema de estudio, docente, fecha, nombre del alumno)	√		
10 %	<b>DESARROLLO DE EJERCICIOS:</b> Identifica los principios, leyes, normas e incluso técnicas y metodologías apropiadas, si el ejercicio lo permite, debe de presentar datos, fórmula, sustitución y resultado.	√		
5 %	<b>RESULTADO:</b> El alumno llega al resultado correcto, con sus respectivas unidades	√		
5 %	<b>RESPONSABILIDAD:</b> Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.	√		
30 %	<b>CALIFICACIÓN</b>	30%		

# INVESTIGACIÓN

## UNIDAD 4



INSTITUTO TECNOLÓGICO  
SUPERIOR DE SAN ANDRÉS  
TUXTLA

**ALUMNO:** ALONDRA JARED CRUZ JUÁREZ,  
AMÉRICA YAMILET TON LÓPEZ, ROSARIO  
DEL CARMEN TOTO POLITO

**CARRERA:** INGENIERÍA INDUSTRIAL

**MATERIA:** ESTADÍSTICA INFERENCIAL II

**DOCENTE:** PABLO PROMOTOR

CAMPECHANO

**GRUPO:** 401 B



SAN ANDRÉS TUXTLA, VER  
8 DE JUNIO DE 2023



## Diseño de cuadro grecolatino

El modelo en cuadro grecolatino (DCGL) se puede definir como una extensión del cuadro latino en el que se incluye una tercera variable de control o variable de bloque.

En este tipo de modelo, como en el diseño en cuadro latino, todos los factores deben tener el mismo número de niveles  $P$  y el número de observaciones necesarias sigue siendo  $P^2$ . Este diseño es, por tanto, una fracción del diseño completo en bloques aleatorizados con un factor como principal y 3 factores secundarios que requeriría  $P^4$  observaciones.

Los cuadrados grecolatinos se obtienen por una superposición de dos cuadrados latinos del mismo orden y ortogonales entre sí, uno de los cuadrados con letras latinas el otro con letras griegas. Dos cuadrados reciben el nombre de ortogonales si, al superponerlos, cada letra latina y griega aparecen juntas una sola vez en el cuadro resultante.

En este diseño hay cuatro factores involucrados que se prueban la misma cantidad de niveles, de aquí se puede escribir como un cuadro.

Tabla 3.5 Diseño en cuadro grecolatino

		Columnas			
		1	2	3	4
Renglones	1	$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$
	2	$B\delta$	$A\gamma$	$D\beta$	$C\alpha$
	3	$C\beta$	$D\alpha$	$A\delta$	$B\gamma$
	4	$D\gamma$	$C\delta$	$B\alpha$	$A\beta$

Con el análisis de la varianza se busca probar la hipótesis fundamental de que los tratamientos (letras latinas) son iguales.

También se puede probar la hipótesis de igualdad entre los renglones, columnas y de letras griegas también llamadas variables perturbadoras conocidas y controlables para tener evidencia de que la formación de bloques de estos factores fue buena precaución.

### Ejemplo de diseño de cuadro latino grecolatino 4X4.

Renglón	Columna			
	1	2	3	4
1	<i>Aα</i>	<i>Bβ</i>	<i>Cγ</i>	<i>Dδ</i>
2	<i>Bδ</i>	<i>Aγ</i>	<i>Dβ</i>	<i>Cα</i>
3	<i>Cβ</i>	<i>Dα</i>	<i>Aδ</i>	<i>Bγ</i>
4	<i>Dγ</i>	<i>Cδ</i>	<i>Bα</i>	<i>Aβ</i>

### Tabla de análisis de varianza de un diseño del cuadro grecolatino.

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	$F_0$
Tratamientos con letras latinas	$SS_L = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p - 1$	$MS_L = \frac{SS_L}{p - 1}$	$F_0 = \frac{MS_L}{MS_{error}}$
Tratamientos con letras griegas (bloque III)	$SS_G = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{.k.}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p - 1$	$MS_G = \frac{SS_G}{p - 1}$	
Renglones (bloque I)	$SS_{renglones} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p y_{i...}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p - 1$	$MS_{rengl} = \frac{SS_{rengl}}{p - 1}$	
Columnas (bloque II)	$SS_{columnas} = \frac{1}{p} \sum_{l=1}^p y_{...l}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p - 1$	$MS_{colum} = \frac{SS_{colum}}{p - 1}$	
error	$SS_{error} = SS_{total} - SS_L - SS_G - SS_{rengl} - SS_{colum}$	$(p - 3)(p - 1)$	$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{(p - 3)(p - 1)}$	
total	$SS_{total} = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l y_{ijkl}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p^2 - 1$		

#### EJEMPLO 1

Interesa saber si existe diferencia significativa entre las millas recorridas por galón, entre las gasolinas A, B, C y D.

Se considera los siguientes factores de bloqueo:

- Fila: tipo de vehículo.

- Columna: conductor.
- Letra griega: tipo de carretera.

El cuadro en forma de grecolatino es el siguiente.

	Conductor 1	Conductor 2	Conductor 3	Conductor 4
Vehículo 1	$B_{\gamma}$ 19	$A_{\beta}$ 16	$D_{\delta}$ 16	$C_{\alpha}$ 14
Vehículo 2	$A_{\delta}$ 15	$B_{\alpha}$ 18	$C_{\gamma}$ 11	$D_{\beta}$ 15
Vehículo 3	$D_{\alpha}$ 14	$C_{\delta}$ 11	$B_{\beta}$ 21	$A_{\gamma}$ 16
Vehículo 4	$C_{\beta}$ 16	$D_{\gamma}$ 16	$A_{\alpha}$ 15	$B_{\delta}$ 23

Analizar a un nivel de significancia del 5% si existe diferencia significativa entre los cuatro tipos de gasolina.

Se determinan los totales de fila, de columna, de letra latina y de letra griega:

Totales de fila:

$$X_{1...} = 19 + 16 + 16 + 14 = 65$$

$$X_{2...} = 15 + 18 + 11 + 15 = 59$$

$$X_{3...} = 14 + 11 + 21 + 16 = 62$$

$$X_{4...} = 16 + 16 + 15 + 23 = 70$$

Totales de letra latina:

$$X_{..1} = 15 + 16 + 15 + 16 = 62$$

$$X_{..2} = 19 + 18 + 21 + 23 = 81$$

$$X_{..3} = 16 + 11 + 11 + 14 = 52$$

$$X_{..4} = 14 + 16 + 16 + 15 = 61$$

Totales de columna:

$$X_{.1..} = 19 + 15 + 14 + 16 = 64$$

$$X_{.2..} = 16 + 18 + 11 + 16 = 61$$

$$X_{.3..} = 16 + 11 + 21 + 15 = 63$$

$$X_{.4..} = 14 + 15 + 16 + 23 = 68$$

Totales de letra griega:

$$X_{...1} = 14 + 18 + 15 + 14 = 61$$

$$X_{...2} = 16 + 16 + 21 + 15 = 68$$

$$X_{...3} = 19 + 16 + 11 + 16 = 62$$

$$X_{...4} = 15 + 11 + 16 + 23 = 65$$

## HIPÓTESIS

**La hipótesis nula es  $H_0$ :**  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$  (no existe diferencia significativa entre los cuatro tipos de gasolina).

**La hipótesis alternativa:**  $\mu_i \neq 0$ : al menos dos medias son diferentes (existen al menos dos diferencia entre los tipos de gasolina).

Total, general X=256

### SUMA DE CUADRADOS

$$\text{S.C. Fila} = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{X_{i\Box\Box}^2}{k} - \frac{X_{\Box\Box\Box}^2}{k^2} = \frac{65^2 + 59^2 + 62^2 + 70^2}{4} - \frac{256^2}{16} = 16.50$$

$$\text{S.C. Columna} = \sum_{j=1}^{j=k} \frac{X_{\Box j\Box}^2}{k} - \frac{X_{\Box\Box\Box}^2}{k^2} = \frac{64^2 + 61^2 + 63^2 + 68^2}{4} - \frac{256^2}{16} = 6.50$$

$$\text{S.C.F} = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{X_{\Box i\Box}^2}{k} - \frac{X_{\Box\Box\Box}^2}{k^2} = \frac{62^2 + 81^2 + 52^2 + 61^2}{4} - \frac{256^2}{16} = 111.50$$

$$\text{S.C. Letra Griega} = \sum_{m=1}^{m=k} \frac{X_{\Box\Box m}^2}{k} - \frac{X_{\Box\Box\Box}^2}{k^2} = \frac{61^2 + 68^2 + 62^2 + 65^2}{4} - \frac{256^2}{16} = 7.50$$

La suma total de cuadrados es:

$$\text{S.T.C} = \sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=k} X_{ij\Box}^2 - \frac{X_{\Box\Box\Box}^2}{k^2} = 19^2 + 16^2 + \dots + 15^2 + 23^2 - \frac{256^2}{16} = 148$$

Y la suma de cuadrados debida al error:

$$\text{S.C.E} = 148 - 16.50 - 6.50 - 111.50 - 7.50 = 6$$

### TABLA ANOVA

Fuente	g.de lib.	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	F
Gasolinas	3	111.50	37.17	18.6
Vehículos	3	16.50	5.50	2.75
Conductores	3	6.50	2.17	1.08
Caminos	3	7.50	2.50	1.25
Error	3	6.00	2.00	
Total	15	148.00		

Como el valor critico dado en la tabla de la distribución F es:  $F_{0.05,3,3}=9.28$ , se concluye que el único factor significativo es el tipo de gasolina, por ser el único cuyo valor F supera este valor crítico.

Los tres factores de bloqueo resultan no influyentes.

### L.S.D

Las medias de cada tipo de gasolina resultan ser:

$$\bar{X}_A = 15.50 ; \quad \bar{X}_B = 20.25 ; \quad \bar{X}_C = 13 ; \quad \bar{X}_D = 15.25$$

$$\text{L.S.D} = t_{\alpha/2; (k-1)(k-3)} \sqrt{\frac{2\text{C.M.E}}{k}} = 3.18 \sqrt{\frac{2(6.00)}{4}} = 5.51$$

La única diferencia que supera este L.S.D es  $|\bar{X}_B - \bar{X}_C| = 7.25 > 5.51$

Por lo tanto, podemos concluir que la gasolina B proporciona un número promedio de millas por galón significativamente mayor que la C y las restantes comparaciones no evidencian una diferencia significativa.

## EJEMPLO 2

En la obtención de un determinado producto químico se está interesado en COMPARAR 4 procedimientos. Se supone que en dicha obtención también puede influir la TEMPERATURA, presión y tipo de catalizador empleado, decidiéndose realizar un experimento en cuadrado greco-latino. Para ello, se consideran 4 niveles de cada uno de estos factores. La tabla adjunta muestra el cuadrado greco-latino que resulta elegido y las cantidades de producto obtenidas. En dicha tabla:

- Las filas representan el factor principal, procedimientos.
- Las columnas representan el factor temperatura.
- Las letras latinas representan el factor presión.
- Las letras griegas representan el factor tipo de catalizador

Procedimientos	Temperaturas				$y_{i...}$	$y_{i...}^2$
	T1	T2	T3	T4		
P1	C $\beta$ 5	B $\alpha$ 12	A $\delta$ 13	D $\gamma$ 13	43	1849
P2	B $\gamma$ 6	C $\delta$ 10	D $\alpha$ 15	A $\beta$ 11	42	1764
P3	D $\delta$ 7	A $\gamma$ 5	B $\beta$ 5	C $\alpha$ 7	24	576
P4	A $\alpha$ 11	D $\beta$ 10	C $\gamma$ 8	B $\delta$ 9	38	1444
$y_{.j..}$	29	37	41	40	147	5633
$y_{.j..}^2$	841	1369	1681	1600	5491	
$\sum y_{ij(hp)}^2$	231	369	483	420	1503	

### TOTALES Y CUADRADOS PARA LETRAS LATINAS Y GRIEGAS

letra latina	Observaciones				$y_{..h.}$	$y_{..h.}^2$
A	11	5	13	11	40	1600
B	6	12	5	9	32	1024
C	5	10	8	7	30	900
D	7	10	15	13	45	2025
					147	5549

letra griega	Observaciones				$y_{...p}$	$y_{...p}^2$
$\alpha$	11	12	15	7	45	2025
$\beta$	5	10	5	11	31	961
$\gamma$	6	5	8	13	32	1024
$\delta$	7	10	13	9	39	1521
					147	5531

### SUMA DE CUADRADOS

$$SCT = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 y_{ij..}^2 - \frac{y_{....}^2}{K^2} = 1503 - \frac{147^2}{4^2} = 152,4375$$

$$SCF = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^4 y_{i...}^2 - \frac{y_{....}^2}{K^2} = \frac{5633}{4} - \frac{147^2}{4^2} = 57,6875$$

$$SCC = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^4 y_{.j..}^2 - \frac{y_{....}^2}{K^2} = \frac{5491}{4} - \frac{147^2}{4^2} = 22,1875$$

$$SCL = \frac{1}{K} \sum_{h=1}^4 y_{..h.}^2 - \frac{y_{....}^2}{K^2} = \frac{5549}{4} - \frac{147^2}{4^2} = 36,6875$$

$$SCG = \frac{1}{K} \sum_{p=1}^4 y_{...p}^2 - \frac{y_{....}^2}{K^2} = \frac{5531}{4} - \frac{147^2}{4^2} = 32,1875 \quad ,$$

### SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR

$$SCR = SCT - SCF - SCC - SCL - SCG = 3,6875.$$

**TABLA ANOVA**

Fuentes de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	$F_{exp}$
E. fila	57.6875	3	19.2291	15.644
E. columna	22.1875	3	7.3958	6.017
E. letra latina	36.6875	3	12.2291	9.949
E. letra griega	32.1875	3	10.7291	8.729
Residual	3.6875	3	1.2291	
<b>TOTAL</b>	<b>152.4375</b>	<b>15</b>		

Si realizamos el contraste al 5 % y comparamos los valores de las  $F_{exp}$  con el valor de LA F teórica ( $F_{0,05;3,3} = 9,28$ ), se concluye que se aceptan las hipótesis de igualdad de efectos de columnas y de letra griega y se rechazan las hipótesis de igualdad de efecto de filas Y de letra latina. Es decir, son significativos los efectos de los procedimientos y presión, pero no lo son los efectos de la temperatura y catalizador.



En conclusión, los cuadros grecolatinos desempeñan un papel importante en la inferencia estadística al proporcionar una forma sistemática y asignar tratamientos o condiciones aleatorias a los sujetos de estudio. Estos cuadros permiten controlar el efecto de variables no deseadas y minimizar el sesgo experimental.

Al utilizar cuadros grecolatinos, los investigadores pueden obtener resultados más confiables y generalizables al reducir la influencia de factores confusos y maximizar la representatividad de la muestra. Además, la aleatoriedad en la consideración de tratamientos ayuda a garantizar que cualquier diferencia observada entre los grupos de estudio se deba al tratamiento en sí y no a otros factores externos.

Los cuadros grecolatinos también facilitan la comparación de varios tratamientos o condiciones en un experimento, ya que aseguran una distribución equilibrada y homogénea de los sujetos en cada grupo. Esto permite realizar inferencias estadísticas más sólidas y obtener conclusiones más válidas sobre las diferencias o efectos observados.



INSTITUTO TECNOLÓGICO  
SUPERIOR DE SAN ANDRÉS  
TUXTLA



INGENIERÍA INDUSTRIAL 401B

PROBLEMARIO UNIDAD 4

Docente: Pablo Promotor  
Campechano.

CRUZ JUÁREZ ALONDRA JARED

TON LÓPEZ AMÉRICA YAMILET

TOTO POLITO ROSARIO DEL CARMEN.

Estadística  
inferencial

Unidad 4

09/06/2023

## Problema 1

Para todos los ejercicios utilice la prueba F con un nivel de significancia del 5%.

Un químico quiere probar el efecto de cuatro agentes químicos sobre la resistencia de un tipo particular de tela. Debido a que podría haber una variabilidad de un rollo de tela a otro, el químico decide usar un diseño de bloques aleatorizados con los rollos de tela considerados como bloques. Selecciona cinco rollos y aplica los cuatro agentes químicos de manera aleatoria a cada rollo. A continuación, se presentan las resistencias a la tensión resultantes. Analizar los datos de este experimento (utilizar  $\alpha=0.05$ ) y sacar las condiciones apropiadas.

Agente químico	Rollo				
	1	2	3	4	5
1	73	68	74	71	67
2	73	67	75	72	70
3	75	68	78	73	68
4	73	71	75	75	69

Pruebe la hipótesis que la resistencia media a la tensión de la tela es igual.

**El factor de estudio son la resistencia media a la tensión, las cuales tienen 4 tratamientos que son los agentes químicos ( $\alpha=4$ )**

**El bloque son los rollos ( $b=5$ ).**

$\mu_1$ =efecto de agente químico 1 sobre la resistencia a la tensión de rollo de tela.

$\mu_2$ =efecto de agente químico 2 sobre la resistencia a la tensión de rollo de tela.

$\mu_3$ = efecto de agente químico 3 sobre la resistencia a la tensión de rollo de tela.

$\mu_4$ = efecto de agente químico 4 sobre la resistencia a la tensión de rollo de tela.

### Hipótesis

La hipótesis nula es  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$  (la resistencia media a la tensión de la tela es igual).

La hipótesis alternativa es  $H_1$ : al menos dos medias son diferentes (la resistencia media de al menos 2 agentes químicos es diferente).

## Calculamos

Agente químico	Rollo					Total, de cada tratamiento Yi.
	1	2	3	4	5	
1	73	68	74	71	67	Y1.=353
2	73	67	75	72	70	Y2.=357
3	75	68	78	73	68	Y3.=362
4	73	71	75	75	69	Y4.=363
<b>Total, de cada bloque (y.j)</b>	Y.1=294	Y.2=274	Y.3=302	Y.4=291	Y.5=274	<b>Y..=1435</b>

$$SS_{tratamientos} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^a y_i^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{tratamiento} = \frac{1}{5} (353^2) + (357^2) + (362^2) + (363^2) - \frac{1435^2}{20} = \mathbf{12.95}$$

$$SS_{bloques} = \frac{1}{a} \sum_{j=1}^b y_j^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{Bloques} = \frac{1}{4} (294^2) + (274^2) + (302^2) + (291^2) + (274^2) - \frac{1435^2}{20} = \mathbf{157}$$

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$= (73^2 + 68^2 + 74^2 + 71^2 + 67^2 + 73^2 + 67^2 + 75^2 + 72^2 + 70^2 + 75^2 + 68^2 + 78^2 + 73^2 + 68^2 + 73^2 + 71^2 + 75^2 + 75^2 + 69^2) - \frac{1435^2}{20} = \mathbf{191.75}$$

$$SS_{error} = SS_{Total} - SS_{Tratamiento} - SS_{Bloques} =$$

$$SS_{error} = (191.75) - (12.95) - (157) = \mathbf{21.8}$$

$$MS_{\text{tratamientos}} = \frac{SS_{\text{tratamientos}}}{a-1} = \frac{12.95}{3} = 4.3166$$

$$MS_{\text{Bloques}} = \frac{SS_{\text{Bloques}}}{b-1} = \frac{157}{4} = 39.25$$

$$MS_{\text{Error}} = \frac{SS_{\text{Error}}}{(a-1)(b-1)} = \frac{21.8}{12} = 1.8166$$

$$F_0 = \frac{MS_{\text{tratamientos}}}{MS_{\text{error}}} = \frac{4.3166}{1.8166} = 2.3761$$

Fuente de Variación	Suma de cuadrados.	Grados de Libertad.	Cuadrados medios.	$F_0$ :
Tratamientos	12.95	3	4.3166	2.3761
Bloques	157	4	39.25	21.6659
Error	21.8	12	1.8116	
Total	191.75	19		

Al buscar el valor en la tabla, se tienen que  $F_{0.05, 3, 12} = 3.49$ .

Como se puede ver  $F_0 = 2.3761 < 3.49$ , por lo tanto, la hipótesis nula se acepta y se concluye que la resistencia media a la tensión de la tela es igual en los 4 agentes químicos.

Sin embargo, para el caso de los rollos a  $H_0$ , se rechaza debido a que el valor de tablas de f está en 3.49 y el valor  $F_0$  calculado es 21.6659 por lo tanto al ser mayor cae en la zona de rechazo.

## Problema 2

Un ingeniero esta realizando un experimento sobre el tiempo de enfoque del ojo. Se interesa en el efecto de la distancia del objeto sobre el tiempo de enfoque. Cuatro distancias diferentes son de interés. Cuenta con cinco sujetos para el experimento en un diseño de bloques aleatorizados. Los datos obtenidos se presentan a continuación. Analizar los datos de este experimento (utilizar  $\alpha=0.05$ ) y sacar las conclusiones apropiadas.

Distancias (pies)	Sujetos				
	1	2	3	4	5
4	10	6	6	6	6
6	7	6	6	1	6
8	5	3	3	2	5
10	6	4	4	2	3

Prueba la hipótesis que el tiempo de enfoque promedio es igual.

**El factor de estudio es el efecto de la distancia del objeto sobre el tiempo de enfoque ( $\alpha=4$ ).**

**Los bloques son los Sujetos ( $b=5$ ).**

$\mu_1$ = Efecto de la distancia 1 del objeto sobre el tiempo de enfoque.

$\mu_2$ = Efecto de la distancia 2 del objeto sobre el tiempo de enfoque.

$\mu_3$ = Efecto de la distancia 3 del objeto sobre el tiempo de enfoque.

$\mu_4$ = Efecto de la distancia 4 del objeto sobre el tiempo de enfoque.

### Hipótesis

La hipótesis nula es  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$  (El tiempo de enfoque promedio es igual)

La hipótesis alternativa es  $H_1$ : Al menos una de las medias de las distancias del objeto al ojo es diferente.

## Calculamos

Distancias (pies)	Sujetos					Total, de cada Sujeto (y <sub>i.</sub> )
	1	2	3	4	5	
4	10	6	6	6	6	Y1. =34
6	7	6	6	1	6	Y2. =26
8	5	3	3	2	5	Y3. =18
10	6	4	4	2	3	Y4. =19
Totales de cada bloque (y. <sub>j</sub> )	y.1=28	y.2=19	y.3=19	y.4= 11	y.5= 20	y.. <sub>..</sub> =97

$$SS_{\text{tratamientos}} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^a y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{\text{tratamiento}} = \frac{1}{5} (34^2) + (26^2) + (18^2) + (19^2) - \frac{97^2}{20} = 32.95$$

$$SS_{\text{bloques}} = \frac{1}{a} \sum_{j=1}^b y_{.j}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{\text{Bloques}} = \frac{1}{4} (28^2) + (19^2) + (19^2) + (11^2) + (20^2) - \frac{97^2}{20} = 36.3$$

$$SS_{\text{total}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{\text{Total}} = (10^2 + 6^2 + 6^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 + 6^2 + 6^2 + 1^2 + 6^2 + 5^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2 + 5^2 + 6^2 + 4^2 + 4^2 + 2^2 + 3^2) - \frac{97^2}{20} = 84.55$$

$$SS_{\text{error}} = SS_{\text{Total}} - SS_{\text{Tratamiento}} - SS_{\text{Bloques}} =$$

$$SS_{\text{error}} = (84.55) - (32.95) - (36.3) = 15.3$$

$$MS_{\text{tratamientos}} = \frac{SS_{\text{tratamientos}}}{a-1} = \frac{32.95}{3} = 10.9833$$

$$MS_{\text{Bloques}} = \frac{SS_{\text{Bloques}}}{b-1} = \frac{36.3}{4} = 9.075$$

$$MS_{\text{Error}} = \frac{SS_{\text{Error}}}{(a-1)(b-1)} = \frac{15.3}{12} = 1.275$$

$$F_0 = \frac{MS_{\text{tratamientos}}}{MS_{\text{error}}} = \frac{10.9833}{1.275} = 8.6143$$

Fuente de Variación	Suma de cuadrados.	Grados de Libertad.	Cuadrados medios.	$F_0$ :
Tratamientos	32.95	3	10.9833	8.6143
Bloques	36.3	4	9.075	7.1176
Error	15.3	12	1.275	
Total	84.55	19		

Al buscar el valor en la tabla, se tienen que  $F_{0.05, 3, 12} = 3.49$ .

Al analizar los datos obtenidos  $F_0 = 8.6143 > 3.49$   $F_0$  al ser mayor nos dice que la hipótesis nula se rechaza y se concluye que al menos una de las medias de la distancia del objeto al ojo es diferente.



### Problema 3

Para todos los ejercicios utilice la prueba F con un nivel de significancia del 5%.

Una empresa fabricante quiere investigar los efectos de cinco aditivos de color en el tiempo de fraguado de una mezcla de concreto nueva. Las variaciones en el tiempo de fraguado se pueden esperar de los cambios diarios en la temperatura y humedad y también de los diferentes trabajadores que preparan los moldes de prueba. Para eliminar estas fuentes externas de variación se utiliza un diseño de cuadrado latino de 5x5 en el que las letras A, B, C, D y E representan los cinco aditivos. Los tiempos de fraguado en horas para los 25 moldes. El nivel de significancia de 0.05 ¿Podemos decir que los aditivos de color tienen algún efecto en el tiempo de fraguado de la mezcla de concreto?

Trabajador	Día				
	1	2	3	4	5
1	D 10.7	E 10.3	B 11.2	A 10.9	C 10.5
2	E 11.3	C 10.5	D 12.0	B 11.5	A 10.3
3	A 11.8	B 10.9	C 10.5	D 11.3	E 7.5
4	B 14.1	A 11.6	E 11.0	C 11.7	D 11.5
5	C 14.5	D 11.5	A 11.5	E 12.7	B 10.9

### SOLUCIÓN

$\mu_1$ = efecto del primer aditivo de color en el tiempo de fraguado de la mezcla de concreto

$\mu_2$ =efecto del segundo aditivo de color en el tiempo de fraguado de la mezcla de concreto

$\mu_3$ = efecto del tercer aditivo de color en el tiempo de fraguado de la mezcla de concreto

$\mu_4$ = efecto del cuarto aditivo de color en el tiempo de fraguado de la mezcla de concreto

$\mu_5$ = efecto del quinto aditivo de color en el tiempo de fraguado de la mezcla de concreto

## Hipótesis

La **hipótesis nula** es  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$  (los efectos de los aditivos de color en el tiempo de fraguado de la mezcla es igual).

La **hipótesis alternativa** es  $H_1$ : al menos dos medias son diferentes (los efectos de al menos dos aditivos de color en el tiempo de fraguado de la mezcla son diferentes).

## Calculamos

Trabajador	Día					Total, de cada tratamiento $Y_i$ .
	1	2	3	4	5	
1	10.7	10.3	11.2	10.9	10.5	$Y_1=53.6$
2	11.3	10.5	12.0	11.5	10.3	$Y_2=55.6$
3	11.8	10.9	10.5	11.3	7.5	$Y_3=52$
4	14.1	11.6	11.0	11.7	11.5	$Y_4=59.9$
5	14.5	11.5	11.5	12.7	10.9	$Y_5=61.1$
<b>Total, de cada bloque (y.j)</b>	$Y_{.1}=62.4$	$Y_{.2}=54.8$	$Y_{.3}=56.2$	$Y_{.4}=58.1$	$Y_{.5}=50.7$	<b><math>Y_{..}=282.2</math></b>

y.j.=totales de los tratamientos de la variable de estudio

y.1.= valores asignados a la letra A=  $11.8+11.6+11.5+10.9+10.3= 56.1$

y.2.= valores asignados a la letra B=  $14.1+10.9+11.2+11.5+10.9= 58.6$

y.3.= valores asignados a la letra C=  $14.5+10.5+10.5+11.7+10.5= 57.7$

y.4.= valores asignados a la letra D=  $10.7+11.5+12.0+11.3+11.5= 57$

y.5.= valores asignados a la letra E=  $11.3+10.3+11.0+12.7+7.5= 52.8$

$$SS_{tratamientos} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p y_{.j}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{tratamientos} = \frac{1}{5} (56.1^2) + (58.6^2) + (57.7^2) + (57^2) + (52.8^2) - \frac{(282.2)^2}{25} = \mathbf{3.9864}$$

$$SS_{renglones} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p y_{i..}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{renglones} = \frac{1}{5} (53.6^2) + (55.6^2) + (52^2) + (59.9^2) + (61.1^2) - \frac{282.2^2}{25} = \mathbf{12.4344}$$

$$SS_{columnas} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{.k}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{columnas} = \frac{1}{5} (62.4^2) + (54.8^2) + (56.2^2) + (58.1^2) + (50.7^2) - \frac{(282.2)^2}{25} = \mathbf{14.7944}$$

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{total} = (10.7^2 + 10.3^2 + 11.2^2 + 10.9^2 + 10.5^2 + 11.3^2 + 10.5^2 + 12^2 + 11.5^2 + 10.3^2 + 11.8^2 + 10.9^2 + 10.5^2 + 11.3^2 + 7.5^2 + 14.1^2 + 11.6^2 + 11^2 + 11.7^2 + 11.5^2 + 14.5^2 + 11.5^2 + 11.5^2 + 12.7^2 + 10.9^2) - \frac{(282.2)^2}{25} = \mathbf{40.4864}$$

$$SS_{error} = SS_{Total} - SS_{Tratamiento} - SS_{renglones} - SS_{columnas} =$$

$$SS_{error} = (40.4864) - (3.9864) - (12.4344) - (14.7944) = \mathbf{9.2712}$$

$$\text{MS tratamientos} = \frac{\text{SS tratamientos}}{p-1} = \frac{3.9864}{5-1} = \mathbf{0.9966}$$

$$\text{MS renglones} = \frac{\text{SS renglones}}{p-1} = \frac{12.4344}{5-1} = \mathbf{3.1086}$$

$$\text{MS columnas} = \frac{\text{SS columnas}}{p-1} = \frac{14.7944}{5-1} = \mathbf{3.6986}$$

$$\text{MS error} = \frac{\text{SS error}}{(p-2)(p-1)} = \frac{9.2712}{(5-2)(5-1)} = \mathbf{0.7726}$$

$$F_0 = \frac{\text{MS tratamiento}}{\text{MS error}} = \frac{0.9996}{0.7726} = \mathbf{1.2938}$$

$$F_0 > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$$

$$F_{0.05, 4, 12} = 3.26$$

Fuente de Variación	Suma de cuadrados.	Grados de Libertad.	Cuadrados medios.	$F_0$ :
Tratamientos	3.9864	5-1=4	0.9996	1.2938
Renglones	12.4344	5-1=4	3.1086	4.0235
Columnas	14.7944	5-1=4	3.6986	4.7872
Error	9.2712	(5-2)(5-1)=12	0.7726	
Total	40.4864	(5)2-1=24		

Al buscar el valor en la tabla, se tienen que  $F_{0.05, 4, 12} = \mathbf{3.26}$

Como se puede ver  $F_0 = 1.2938 < 3.26$ ,  $F_0$  al ser menor nos dice que la hipótesis nula se acepta y se concluye que los efectos de los aditivos de color en el tiempo de fraguado de la mezcla son igual.

## PROBLEMA 4

Se estudia el efecto de cinco ingredientes diferentes (A, B, C, D y E) sobre el tiempo de reacción de un proceso químico, cada lote de material sólo alcanza para permitir la realización de cinco corridas. Además, cada corrida requiere de aproximadamente 1 ½ horas, por lo que sólo pueden realizarse cinco corridas en un día. El experimentador decide realizar el experimento como un cuadro latino para que los efectos del día y el lote puedan controlarse sistemáticamente. Obtiene que se muestran enseguida. Analizar los datos de este experimento y sacar conclusiones.

Utilice la prueba F con un nivel de significancia del 5%.

Lote	Día				
	1	2	3	4	5
1	A=8	B=7	D=1	C=7	E=3
2	C=11	E=2	A=7	D=3	B=8
3	B=4	A=9	C=10	E=1	D=5
4	D=6	C=8	E=6	B=6	A=10
5	E=4	D=2	B=3	A=8	C=8

$\mu_A$  = El tiempo promedio de reacción para el primer ingrediente

$\mu_B$  = El tiempo promedio de reacción para el segundo ingrediente

$\mu_C$  = El tiempo promedio de reacción para el tercer ingrediente

$\mu_D$  = El tiempo promedio de reacción para el cuarto ingrediente

$\mu_E$  = El tiempo promedio de reacción para el quinto ingrediente

La hipótesis nula es:

$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu_E$  (el tiempo promedio de reacción es el mismo en los 5 ingredientes)

La hipótesis alternativa es:

$H_1$ : al menos 2 medias son diferentes (el tiempo promedio de reacción es diferente al menos en 2 ingredientes)

### Día (bloque 2)

Lote (bloque 1)	1	2	3	4	5	Totales del bloque 1
1	A=8	B=7	D=1	C=7	E=3	$y_{1..}=26$
2	C=11	E=2	A=7	D=3	B=8	$y_{2..}=31$
3	B=4	A=9	C=10	E=1	D=5	$y_{3..}=29$
4	D=6	C=8	E=6	B=6	A=10	$y_{4..}=36$
5	E=4	D=2	B=3	A=8	C=8	$y_{5..}=25$
Totales del bloque 2	$y_{..1}=33$	$y_{..2}=28$	$y_{..3}=27$	$y_{..4}=25$	$y_{..5}=34$	$y_{...}=147$

$y.j.$ =totales de los tratamientos de la variable de estudio

$y.1.$ =sumamos los valores asignados a la letra A=8+9+7+8+10=42

$y.2.$ =sumamos los valores asignados a la letra B=4+7+3+6+8=28

$y.3.$ =sumamos los valores asignados a la letra C=11+8+10+7+8=44

$y.4.$ =sumamos los valores asignados a la letra D=6+2+1+3+5=17

$y.5.$ =sumamos los valores asignados a la letra E=4+2+6+1+3=16

$$SS_{tratamientos} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{tratamientos} = 141.44$$

$$SS_{renglones} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{renglones} = 15.44$$

$$SS_{columnas} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{columnas} = 12.24$$

$$SS_{total} = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_m^2}{N}$$

$$SS_{total} = 206.64$$

$$SS_{error} = SS_{total} - SS_{tratam} - SS_{rengl} - SS_{colum}$$

$$SS_{error} = 37.52$$

$$MS_{tratam} = \frac{SS_{tratam}}{p - 1}$$

$$MS_{tratam} = 35.36$$

$$MS_{rengl} = \frac{SS_{rengl}}{p - 1}$$

$$MS_{rengl} = 3.86$$

$$MS_{colum} = \frac{SS_{colum}}{p - 1}$$

$$MS_{colum} = 3.06$$

$$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{(p - 2)(p - 1)}$$

$$MS_{error} = 3.126$$

$$F_0 = \frac{MS_{tratam}}{MS_{error}}$$

$$F_0 = 11.31$$

$$F_0 > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$$

La hipótesis nula se rechaza

En la tabla de la distribución F se busca el valor de  $F_{0.05, 4, 12} = 3.26$

Se logra observar que:

$$F_0 > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$$

11.31 > 3.26 por lo tanto la hipótesis nula se rechaza y se puede concluir que al menos en 2 ingredientes el tiempo de reacción es diferente.

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F0
Tratamientos	$SS_{\text{tratamientos}} = 141.44$	$5 - 1 = 4$	$M_{\text{Stratam}} = 35.36$	$F_0 = 11.31$
Renglones (bloq.1)	$SS_{\text{renglones}} = 15.44$	$5 - 1 = 4$	$MS_{\text{rengl}} = 3.86$	$F_0 = 1.234$
Columnas (bloq.2)	$SS_{\text{columnas}} = 12.24$	$5 - 1 = 4$	$MS_{\text{colum}} = 3.06$	$F_0 = 0.978$
Error	$SS_{\text{error}} = 37.52$	$(5-2)(5-1) = 12$	$MS_{\text{error}} = 3.126$	
Total	$SS_{\text{total}} = 206.64$	$5^2 - 1 = 24$		



## PROBLEMA 5

Un ingeniero industrial investiga el efecto de cuatro métodos de ensamblaje (A, B, C y D) sobre el tiempo de ensamblaje de un componente de televisores a color. Se seleccionan cuatro operadores para el estudio. Además, el ingeniero sabe que todos los métodos de ensamblaje producen fatiga, de tal modo que el tiempo de requerido para el ultimo ensamblaje puede ser mayor que para el primero, independientemente del método. Es decir, se desarrolla una tendencia en el tiempo de ensamblaje requerido. Para tomar en cuenta esta fuente de variabilidad, el ingeniero emplea el diseño del cuadro latino que se presenta a continuación. Analizar los datos de este experimento y sacar las conclusiones apropiadas.

Utilice la prueba F con un nivel de significancia del 5%.

Orden de ensamblaje	Operador			
	1	2	3	4
1	C=10	D=14	A=7	B=8
2	B=7	C=18	D=11	A=8
3	A=5	B=10	C=11	D=9
4	D=10	A=10	B=12	C=14

$\mu_A$  = El efecto sobre el tiempo de ensamblaje promedio del primer método de ensamblaje

$\mu_B$  = El efecto sobre el tiempo de ensamblaje promedio del segundo método de ensamblaje

$\mu_C$  = El efecto sobre el tiempo de ensamblaje promedio del tercer método de ensamblaje

$\mu_D$  = El efecto sobre el tiempo de ensamblaje promedio del cuarto método de ensamblaje

La hipótesis nula es:

$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu_E$  (el efecto sobre el tiempo promedio de ensamblaje es el mismo en todos los métodos de ensamble)

La hipótesis alternativa es:

$H_1$ : al menos 2 medias son diferentes (el efecto sobre el tiempo promedio de ensamblaje es por lo menos diferente en 2 de los métodos de ensamble)

Orden de ensamblaje (bloque 1)	Operador				Totales del bloque 1
	1	2	3	4	
1	C=10	D=14	A=7	B=8	$y_{1..}=39$
2	B=7	C=18	D=11	A=8	$y_{2..}=44$
3	A=5	B=10	C=11	D=9	$y_{3..}=35$
4	D=10	A=10	B=12	C=14	$y_{4..}=46$
Totales del bloque 2	$y_{..1}=32$	$y_{..2}=52$	$y_{..3}=41$	$y_{..4}=39$	$y_{...}=164$

$y_{.j}$  = totales de los tratamientos de la variable de estudio

$y_{.1}$  = sumamos los valores asignados a la letra A = 5 + 10 + 7 + 8 = 30

$y_{.2}$  = sumamos los valores asignados a la letra B = 7 + 10 + 12 + 8 = 37

$y_{.3}$  = sumamos los valores asignados a la letra C = 10 + 18 + 11 + 14 = 53

$y_{.4}$  = sumamos los valores asignados a la letra D = 10 + 14 + 11 + 9 = 44

$$SS_{tratamientos} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p y_{.j}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{tratamientos} = 72.5$$

$$SS_{renglones} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{renglones} = 18.5$$

$$SS_{columnas} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{columnas} = 51.5$$

$$SS_{total} = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_m^2}{N}$$

$$SS_{total} = 153$$

$$SS_{error} = SS_{total} - SS_{tratam} - SS_{rengl} - SS_{colum}$$

$$SS_{error} = 10.5$$

$$MS_{tratam} = \frac{SS_{tratam}}{p - 1}$$

$$MS_{tratam} = 24.16$$

$$MS_{rengl} = \frac{SS_{rengl}}{p - 1}$$

$$MS_{rengl} = 6.16$$

$$MS_{colum} = \frac{SS_{colum}}{p - 1}$$

$$MS_{colum} = 17.16$$

$$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{(p - 2)(p - 1)}$$

$$MS_{error} = 1.75$$

$$F_0 = \frac{MS_{tratam}}{MS_{error}}$$

$$F_0 = 13.8$$

$$F_0 > F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$$

La hipótesis nula se rechaza

En la tabla de la distribución F se busca el valor de  $F_{0.05, 4, 6} = 4.53$

Se logra observar que:

$$F_0 < F_{\alpha, p-1, (p-2)(p-1)}$$

13.8 > 4.53 por lo tanto la hipótesis nula se acepta y se concluye que el efecto sobre el tiempo promedio de ensamblaje es el mismo en todos los métodos de ensamble

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F0
Tratamientos	$SS_{\text{tratamientos}} = 72.5$	$4 - 1 = 3$	$MS_{\text{tratam}} = 24.16$	$F_0 = 13.8$
Renglones (bloq.1)	$SS_{\text{renglones}} = 18.5$	$4 - 1 = 3$	$MS_{\text{rengl}} = 6.16$	$F_0 = 3.52$
Columnas (bloq.2)	$SS_{\text{columnas}} = 51.5$	$4 - 1 = 3$	$MS_{\text{colum}} = 17.16$	$F_0 = 9.8$
Error	$SS_{\text{error}} = 10.5$	$(4-2)(4-1) = 6$	$MS_{\text{error}} = 1.75$	
Total	$SS_{\text{total}} = 153$	$4^2 - 1 = 15$		