

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA

CARRERA:
ING. EN GESTIÓN EMPRESARIAL

ASIGNATURA:
CÁLCULO INTEGRAL

TEMA:
EXÁMEN U1

DOCENTE:
ERICK DE JESÚS TELLEZ VERA

ALUMNO:
ESTEFANIA CAMPOS ALVAREZ

MATRÍCULA:
221U0490

GRUPO:
207 B

FECHA:
17-MARZO-2023
SAN ANDRÉS TUXTLA, VER.

Estefanía Campos Alvarez

17/03/2023

16E 207 B

Examen Parcial 1

Instrucción: Conteste y resuelva los siguientes ITEMS.

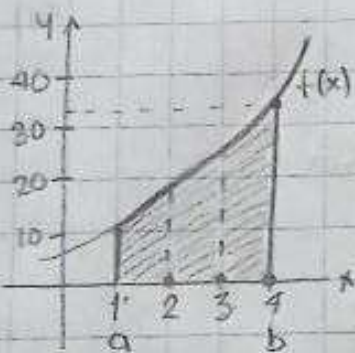
Ponderación: 10% cada ITEM correctamente resuelto,
40% del total evaluado.

1.- Describa qué es una figura amorfa.

Son aquellas figuras que no tienen una forma conocida, teniendo varios lados deformes.

2.- Proporcione un ejemplo de una figura amorfa para calcular su área por algún método. Sólo describa el procedimiento que utilizaría para obtener su área total paso a paso de forma detallada.

- Cálculo de área de figura amorfa mediante rectángulos, formada por una función y un intervalo:



Función: $f(x) = 2x^2$

Intervalo: $[1, 4]$

Rectángulos: $n=3$

Paso 1) Encontrar la base del rectángulo con la fórmula:

$$b = \frac{b-a}{n}$$

$$b = \frac{4-1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Paso 2) Encontrar los puntos de cada base con la fórmula $a_n = a + (n)(base)$

$$a_1 = 1 + 1(1) = 2$$

$$a_2 = 1 + 2(1) = 3$$

$$a_3 = 1 + 3(1) = 4$$

Paso 3) Obtener la altura, sustituyendo en la función

$$h = f(2x^2)$$

$$h_1 = f(2(2^2)) = 8$$

$$h_2 = f(2(3^2)) = 18$$

$$h_3 = f(2(4^2)) = 32$$

Paso 4) Sacar el área de cada rectángulo y el área total.

$$A = b \cdot h$$

$$A_1 = (1)(8) = 8$$

$$A_2 = (1)(18) = 18$$

$$A_3 = (1)(32) = 32$$

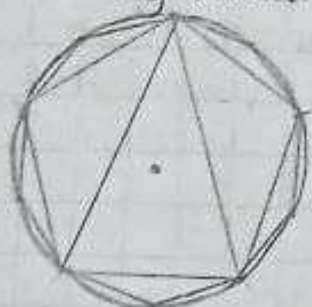
$$A_T = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_T = 8 + 18 + 32$$

$$A_T = 58 \text{ u}^2$$

*

3.- Explique mediante un ejemplo el método de agotamiento de Eudoxo.



Consiste en aumentar el número de lados de los polígonos, y en cuantos más lados tenga, más precisa será el área.

4.- Explique que es sigma Σ y proporcione un ejemplo de su uso utilizando alguna de sus propiedades y una expresión matemática a resolver.

Sigma (Σ) significa que es una sumatoria, que permite representar muchas sumas.

Propiedad: sumatoria de una constante por una variable.

$$\sum_{i=1}^n c \cdot f(i) = c \cdot \sum_{i=1}^n f(i)$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 3i &= (3)(1) + (3)(2) + (3)(3) + (3)(4) + (3)(5) + (3)(6) \\ &= 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 = 63 \end{aligned}$$

*

5.- Explique que significa $f(x_i) \cdot \Delta x$, describa con un ejemplo.

Son valores que se usan en el cálculo del área bajo una curva.

Δx (delta x) es el incremento de la base de cada rectángulo.

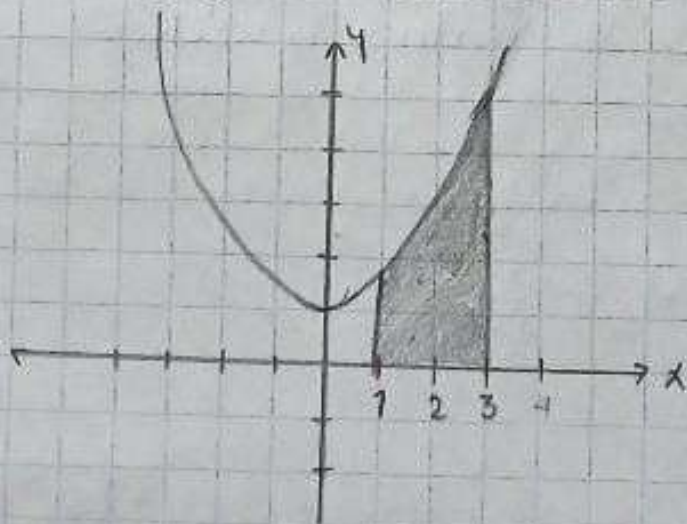
$f(x_i)$ (f de x_i) es la imagen de x_i , en donde i determina el número de veces o frecuencia del dato. En el área bajo la curva, depende del cálculo de los rectángulos.

Al multiplicarlas, se conoce el área de cada rectángulo: $A_r = \Delta x \cdot f(x_i)$

Ejemplo: considerando que Δx , la base del rectángulo de 0.5 y su imagen $f(x_1)$ sea 3.12; el cálculo del área del primer rectángulo sería:

$$\begin{aligned} A_{r_1} &= \Delta x \cdot f(x_1) \\ &= (0.5)(3.12) = 1.56 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

6.- Grafique la función $y = x^2 + 2$ y determine el área bajo la función en el intervalo de 1 a 3. (solo sombrar)



7.- Obtenga el área de la función antes mencionada para $n=5$

- 7a) Cálculo por la izquierda
- 7b) Cálculo por la derecha



$$\begin{aligned} n &= 5 \\ a &= 1 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

$$A = \Delta x \cdot f(x)$$

Por la derecha:

$$X_1 = 1.4 \quad X_2 = 1.8 \quad X_3 = 2.2 \quad X_4 = 2.6 \quad X_5 = 3$$

$$f(X_1) = (1.4)^2 + 2 = 3.96$$

$$Ar_1 = (0.4)(3.96) = 1.584$$

$$f(X_2) = (1.8)^2 + 2 = 5.24$$

$$Ar_2 = (0.4)(5.24) = 2.096$$

$$f(X_3) = (2.2)^2 + 2 = 6.84$$

$$Ar_3 = (0.4)(6.84) = 2.736$$

$$f(X_4) = (2.6)^2 + 2 = 8.76$$

$$Ar_4 = (0.4)(8.76) = 3.504$$

$$f(X_5) = (3)^2 + 2 = 11$$

$$Ar_5 = (0.4)(11) = 4.4$$

$$A_T = 14.320^*$$

Por la izquierda:

$$X_0 = 1 \quad X_1 = 1.4 \quad X_2 = 1.8 \quad X_3 = 2.2 \quad X_4 = 2.6$$

$$f(X_0) = (1)^2 + 2 = 3$$

$$Ar_0 = (0.4)(3) = 1.2$$

$$f(X_1) = (1.4)^2 + 2 = 3.96$$

$$Ar_1 = (0.4)(3.96) = 1.584$$

$$f(X_2) = (1.8)^2 + 2 = 5.24$$

$$Ar_2 = (0.4)(5.24) = 2.096$$

$$f(X_3) = (2.2)^2 + 2 = 6.84$$

$$Ar_3 = (0.4)(6.84) = 2.736$$

$$f(X_4) = (2.6)^2 + 2 = 8.76$$

$$Ar_4 = (0.4)(8.76) = 3.504$$

$$A_T = 11.120^*$$

$$11.120^2 < Ar < 14.320^2$$

8. - Obtenga el área de la función antes mencionada para $n=10$ y $n=15$

• 8a) cálculo por la izquierda

• 8b) cálculo por la derecha

$$a=1$$

$$b=3$$

$$n=10$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{3-1}{10} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

Por la derecha:

$$x_1 = 1.2 \quad x_2 = 1.4 \quad x_3 = 1.6 \quad x_4 = 1.8 \quad x_5 = 2 \quad x_6 = 2.2$$

$$x_7 = 2.4 \quad x_8 = 2.6 \quad x_9 = 2.8 \quad x_{10} = 3$$

$$f(x_1) = (1.2)^2 + 2 = 3.44$$

$$Ar_1 = (0.2)(3.44) = 0.688$$

$$f(x_2) = (1.4)^2 + 2 = 3.96$$

$$Ar_2 = (0.2)(3.96) = 0.792$$

$$f(x_3) = (1.6)^2 + 2 = 4.56$$

$$Ar_3 = (0.2)(4.56) = 0.912$$

$$f(x_4) = (1.8)^2 + 2 = 5.24$$

$$Ar_4 = (0.2)(5.24) = 1.048$$

$$f(x_5) = (2)^2 + 2 = 6$$

$$Ar_5 = (0.2)(6) = 1.2$$

$$f(x_6) = (2.2)^2 + 2 = 6.84$$

$$Ar_6 = (0.2)(6.84) = 1.368$$

$$f(x_7) = (2.4)^2 + 2 = 7.76$$

$$Ar_7 = (0.2)(7.76) = 1.552$$

$$f(x_8) = (2.6)^2 + 2 = 8.76$$

$$Ar_8 = (0.2)(8.76) = 1.752$$

$$f(x_9) = (2.8)^2 + 2 = 9.84$$

$$Ar_9 = (0.2)(9.84) = 1.968$$

$$f(x_{10}) = (3)^2 + 2 = 11$$

$$Ar_{10} = (0.2)(11) = 2.2$$

$$A_T = 13.48 \text{ u}^2 *$$

Por la izquierda:

$$x_0 = 1 \quad x_1 = 1.2 \quad x_2 = 1.4 \quad x_3 = 1.6 \quad x_4 = 1.8 \quad x_5 = 2 \quad x_6 = 2.2$$

$$x_7 = 2.4 \quad x_8 = 2.6 \quad x_9 = 2.8$$

$$f(x_0) = (1)^2 + 2 = 3$$

$$Ar_0 = (0.2)(3) = 0.6$$

⋮

⋮

$$A_T = 11.88 \text{ u}^2 *$$

$$11.88 \text{ u}^2 < A_T < 13.48 \text{ u}^2$$

usado P/cálculo por la izquierda

$$a=1$$

$$b=3$$

$$n=15$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{3-1}{15} = \frac{2}{15} = 0.133$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

Por la derecha:

$$\begin{aligned} X_1 &= 1.133 & X_2 &= 1.266 & X_3 &= 1.399 & X_4 &= 1.532 & X_5 &= 1.665 \\ X_6 &= 1.798 & X_7 &= 1.931 & X_8 &= 2.064 & X_9 &= 2.197 & X_{10} &= 2.33 \\ X_{11} &= 2.463 & X_{12} &= 2.596 & X_{13} &= 2.729 & X_{14} &= 2.862 & X_{15} &= 2.995 \end{aligned}$$

Usado p/cálculo por la 129.

$$\begin{aligned} f(X_1) &= (1.133)^2 + 2 = 3.283689 \\ f(X_2) &= (1.266)^2 + 2 = 3.602756 \\ f(X_3) &= (1.399)^2 + 2 = 3.953201 \\ f(X_4) &= (1.532)^2 + 2 = 4.347024 \\ f(X_5) &= (1.665)^2 + 2 = 4.772225 \\ f(X_6) &= (1.798)^2 + 2 = 5.232804 \\ f(X_7) &= (1.931)^2 + 2 = 5.728761 \\ f(X_8) &= (2.064)^2 + 2 = 6.260096 \\ f(X_9) &= (2.197)^2 + 2 = 6.826809 \\ f(X_{10}) &= (2.33)^2 + 2 = 7.4289 \\ f(X_{11}) &= (2.463)^2 + 2 = 8.066369 \\ f(X_{12}) &= (2.596)^2 + 2 = 8.739216 \\ f(X_{13}) &= (2.729)^2 + 2 = 9.447941 \\ f(X_{14}) &= (2.862)^2 + 2 = 10.191099 \\ f(X_{15}) &= (2.995)^2 + 2 = 10.970025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Ar_1 &= (0.133)(3.283689) = 0.4367188 \\ Ar_2 &= (0.133)(3.602756) = 0.4791591 \\ Ar_3 &= (0.133)(3.953201) = 0.5263096 \\ Ar_4 &= (0.133)(4.347024) = 0.578151 \\ Ar_5 &= (0.133)(4.772225) = 0.6347026 \\ Ar_6 &= (0.133)(5.232804) = 0.6959629 \\ Ar_7 &= (0.133)(5.728761) = 0.7619171 \\ Ar_8 &= (0.133)(6.260096) = 0.83258 \\ Ar_9 &= (0.133)(6.826809) = 0.9079644 \\ Ar_{10} &= (0.133)(7.4289) = 0.9880437 \\ Ar_{11} &= (0.133)(8.066369) = 1.0728179 \\ Ar_{12} &= (0.133)(8.739216) = 1.1623136 \\ Ar_{13} &= (0.133)(9.447941) = 1.2565042 \\ Ar_{14} &= (0.133)(10.191099) = 1.355403 \\ Ar_{15} &= (0.133)(10.970025) = 1.45901 \end{aligned}$$

$$A_T = 13.1475554 u^2 *$$

Por la izquierda:

$$\begin{aligned} X_0 &= 1 & X_1 &= 1.133 & X_2 &= 1.266 & X_3 &= 1.399 & X_4 &= 1.532 \\ X_5 &= 1.665 & X_6 &= 1.798 & X_7 &= 1.931 & X_8 &= 2.064 & X_9 &= 2.197 \\ X_{10} &= 2.33 & X_{11} &= 2.463 & X_{12} &= 2.596 & X_{13} &= 2.729 & X_{14} &= 2.862 \end{aligned}$$

$$f(X_0) = (1)^2 + 2 = 3$$

$$Ar_0 = (0.133)(3) = 0.399$$

$$A_T = 12.0875454 u^2 *$$

$$12.0875 u^2 < Ar < 13.1475 u^2$$

9.- Explique porqué se utiliza un límite para calcular el área y no una aproximación.

Explique la fórmula vista en clase con el cálculo por la derecha de la función $y = \frac{x^2}{2}$.

$$A \approx \sum_{i=1}^n f\left(1 + i\left(\frac{2}{n}\right)\right)\left(\frac{2}{n}\right)$$

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f\left(1 + i\left(\frac{2}{n}\right)\right)\frac{2}{n}$$

Tomar un límite nos permite calcular el área exacta bajo la curva, y con ayuda del sigma, se puede realizar de manera más corta el procedimiento.

$$y = \frac{x^2}{2}$$

Formulas vistas:

$\Delta x = \frac{b-a}{n}$ Delta x es igual al límite superior menos el límite inferior, entre el número de rectángulos; nos da como resultado la base de cada rectángulo.

$$A_r = B \cdot h$$

$$= \Delta x \cdot f(x_i)$$

Área del rectángulo es igual a delta x, por la frecuencia de x (x_i) (que previamente se consiguió realizando la sustitución en la función $[f(x) = \frac{x^2}{2}]$).