Nombre: Rafael Bueno Villegas.
Algebra Lineal
Ing. En Gestion Empresarial. Grupo 307 "C" 28 / 09 / 23

Evaluación Escrita de la unidad 1.

Problema 1. Para los siguientes números complejos, realizar $z_1 + z_2$.

PORCENTAJE OBTENIDO: 50%

$z_1 = \frac{3}{4} + 5i$

$z_2 = -5 - \frac{2}{3} i$

$z_1 + z_2 = \left(\frac{3}{4} + 5i\right) + \left(-5 - \frac{2}{3} i\right)$

$z_1 + z_2 = \frac{3}{4} - 5 + 5i - \frac{2}{3} i$

$z_1 + z_2 = -\frac{17}{4} + \frac{13}{3} i$

$z_1 + z_2 = -\frac{17}{4} + \frac{13}{3} i$

Problema 2. Para los siguientes números complejos, encontrar el producto $(z_1)(z_2)$

$(z_1)(z_2) = (a+bi)(c+di)$

$z_1 = \frac{3}{4} + 5i$

$i = \sqrt{-1}$

$i^2 = (\sqrt{-1})^2$

$i^2 = -1$

$z_2 = 6 - \frac{2}{3} i$

$(z_1)(z_2) = \left(\frac{3}{4} + 5i\right)\left(6 - \frac{2}{3} i\right)$

$(z_1)(z_2) = \frac{18}{4} - \frac{6}{12} i + 30i - \frac{10}{3} i^2$

$(z_1)(z_2) = \frac{18}{4} + \frac{59}{2} i - \frac{10}{3} i^2$

$(z_1)(z_2) = \frac{18}{4} + \frac{59}{2} i - \frac{10}{3}(-1)$

$(z_1)(z_2) = \frac{18}{4} + \frac{59}{2} i + \frac{10}{3}$

$(z_1)(z_2) = \frac{18}{4} + \frac{10}{3} + \frac{59}{2} i$

$(z_1)(z_2) = \frac{94}{12} + \frac{59}{2} i = \frac{47}{6} + \frac{59}{2} i$

$(z_1)(z_2) = \frac{47}{6} + \frac{59}{2} i$

Problema 3. Para los siguientes números complejos, realizar $\frac{z_1}{z_2}$

$z_1 = -7+5i$

$z_2 = -8-9i$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+bi}{c+di}\left(\frac{c-di}{c-di}\right)$$

$i^2 = -1$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{-7+5i}{-8-9i}\left(\frac{-8+9i}{-8+9i}\right)$$

① $= (-7+5i)(-8+9i) =$
$= 56-63i-40i+45i^2$
$= 56-103i+45(-1)$
$= 56-103i-45$
$= 56-45-103i$
$= 11-103i$

② $= (-8-9i)(-8+9i) =$
$= 64-72i+72i-81i^2$
$= 64-81i^2$

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{11-103i}{64-81i^2}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{11-103i}{64-81(-1)} = \frac{11-103i}{64+81}$$

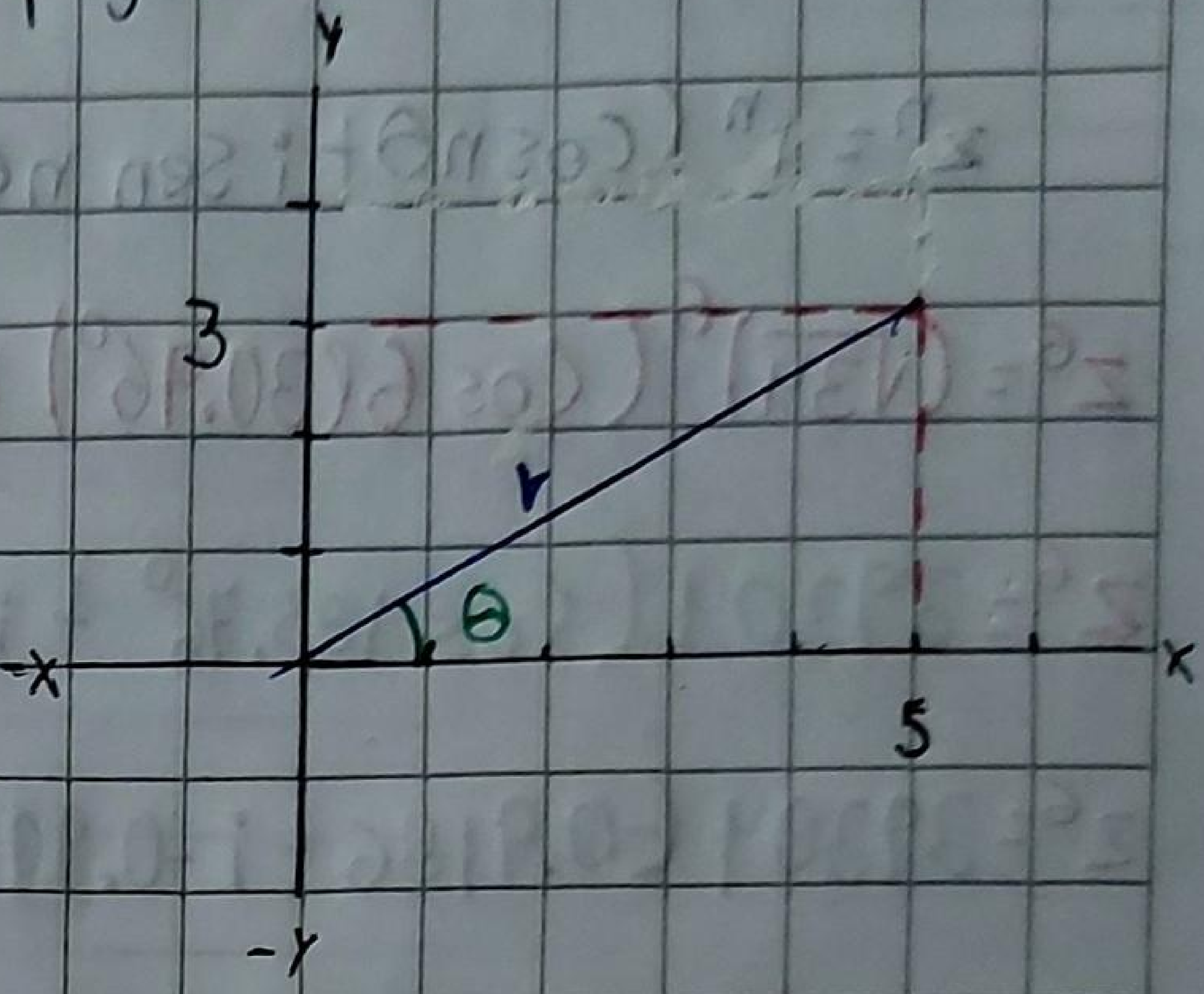
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{11-103i}{145} = \frac{11}{145} - \frac{103i}{145}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{11}{145} - \frac{103i}{145}$$

Problema 4. Para el siguiente número complejo, hallar z^6

$z = (5 + 3i)$

$a = 5 \quad b = 3i$



$\theta = (\tan)^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

$\theta = (\tan)^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

$\theta = \underline{30.96^\circ}$ P

$r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$r = \sqrt{(5)^2 + (3)^2}$

$r = \sqrt{25 + 9}$

$r = \sqrt{34}$ P

$r = \underline{\sqrt{34}}$ P

$$z = r(\cos\theta + i\,\mathrm{Sen}\,\theta)$$

$$z^n = r^n(\cos n\theta + i\,\mathrm{Sen}\,n\theta)$$

$$z^6 = (\sqrt{34})^6(\cos 6(30.96^\circ) + i\,\mathrm{Sen}\,6(30.96^\circ))$$

$$z^6 = 39304(\cos 185.76^\circ + i\,\mathrm{Sen}\,185.76^\circ)$$

$$z^6 = 39304(-0.9186 + i\,-0.1004)$$

$$z^6 = -39105.5548 - 3946.1216\,i$$

LISTA DE COTEJO DE INVESTIGACIÓN DOCUMENTAL

DOCENTE: PABLO PROMOTOR CAMPECHANO	ASIGNATURA: ALGEBRA LINEAL	
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN		
NOMBRE DEL ALUMNO: BUENO VILLEGAS RAFAEL	UNIDAD: I	
PERIODO: SEPTIEMBRE 2023-ENERO 2024	GRUPO: 307 C	FECHA DE ENTREGA: 22/09/2023
INSTRUCCIONES		
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.		

VALOR DEL REACTIVO	**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
		SI	**NO**	
3%	**PRESENTACIÓN:** la investigación cumple con los requisitos de: **a.** Buena presentación **b.** letra legible **c.** Limpieza y orden **d.** Ortografía (El documento es redactado de forma correcta sin faltas de ortografía)	√		
2%	Maneja el lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia y secuencia entre párrafos	√		
2%	**INTRODUCCIÓN**: Da una idea clara y objetiva de lo que tratara el tema (motivando al lector a continuar con su lectura y revisión), fundamentando con las referencias bibliográficas que se utilizaron para su redacción.	√		
8%	**CONTENIDO**: Maneja un lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia, secuencia entre párrafo, es digerible a todo público y presenta una metodología **COHERENCIA Y COHESIÓN:** Maneja un lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia, secuencia entre párrafo y es digerible a todo público coherente.	√		
3%	**Conclusiones**: Las conclusiones son claras y acordes con el objetivo esperado.	√		
2%	**Responsabilidad**: Entregó la investigación documental en la fecha señalada.	√		
20%	CALIFICACIÓN	20%		

INSTITUTO TECNOLOGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA, VER.

INTEGRANTES

BUENO VILLEGAS RAFAEL

SAN GABRIEL ANTELE KENIA ALEJANDRA

BARRIENTOS COTA JESSICA SARAHI

CARRERA

ING. EN GESTIÓN EMPRESARIAL

DOCENTE

PABLO PROMOTOR CAMPECHANO

MATERIA

ALGEBRA LINEAL

SEMESTRE

307 C

FECHA DE ENTREGA

VIERNES 22 DE SEPTIEMBRE DEL 2023

INDICE

PRESENTACIÓN

Cuando se estudió la solución de la ecuación de segundo grado 2 ax bx c + + = 0 se analizó el signo del discriminante 2 b ac − 4 y su relación con las soluciones. Si el discriminante era negativo se dijo que la ecuación no tenía raíces reales, sino que las raíces eran imaginarias o complejas. Vamos ahora a estudiar los números complejos que nos darán la idea completa de la solución de la ecuación de segundo grado y una extensión de los conjuntos numéricos.

El sistema de los números reales fue el resultado de la búsqueda de un sistema (un conjunto abstracto con ciertas reglas) que incluyera a los racionales, pero que también proporcionara soluciones a ecuaciones polinomiales tales como x 2 − 2 = 0. Históricamente, una consideración similar dio origen a la extensión de los números reales. A principios del siglo XV I, Gerónimo Cardano consideró ecuaciones cuadráticas (y cúbicas) tales como x 2 + 2x + 2 = 0, que no son satisfechas por ningún número real x. La fórmula cuadrática

−b ± √ b 2 − 4ac/ 2ª

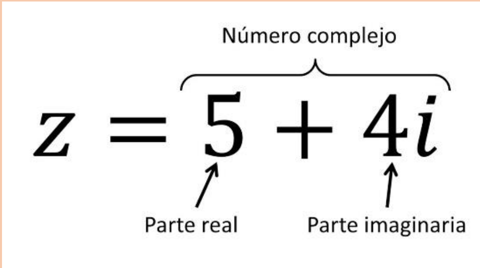
da las expresiones formales para las dos soluciones de la ecuación ax2 + bx + c = 0. Pero esta fórmula puede requerir raíces cuadradas de números negativos, por ejemplo −1 ± √n −1 para la ecuación x 2 + 2x+ 2 = 0. Cardano notó que si estos números complejos son tratados como números ordinarios con la regla √ −1 · √ −1 = −1, estos, resolvían en efecto las ecuaciones. Hacia mediados del siglo XVI, apareció una publicación de Jerónimo Cardano (1501-1576), Ars Magna, en la que se presenta una solución de la ecuación cúbica. En realidad, hay una controversia sobre quién descubrió esta solución. Cardano presionó a Niccolo Tartaglia (Niccolo Fontana de Bresia (1500-1557)) para que se revelara el método de solución de la cúbica que éste había encontrado. Tartaglia se lo dio pidiéndole que guardara el secreto. Según Carl B. Boyer en su libro Historia de la Matemática (Capítulo XV), fue Scipione del Ferro (1465-1526) profesor de matemáticas en Bolonia, una de las más antiguas universidades medievales y una escuela con una gran tradición matemática, quien descubriera la solución pero que sólo revelaría antes de su muerte a uno de sus alumnos Antonio María Fior. Alguna noticia sobre la existencia de una solución algebraica de la ecuación cúbica debió traerse, al parecer, y Tartaglia nos dice que al tener conocimiento de la posibilidad de resoverla, se le ocurrió dedicarse intensamente a descubrir el método por sí mismo.

1.2 DEFINICIÓN Y ORIGEN DE NUMEROS COMPLEJOS

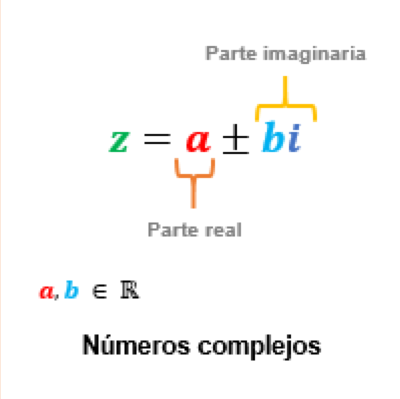
Se entiende por números complejos a la combinación de números reales e imaginarios. La parte real puede ser expresada por un número entero o sus decimales, mientras que la parte imaginaria es aquella cuyo cuadrado es negativo. Los números complejos surgen ante la necesidad de abarcar las raíces de los números negativos, cosa que los reales no pueden hacer. Por esta razón, reflejan todas las raíces de los polinomios.

Su uso abarca distintas ramas científicas, que van desde las matemáticas hasta la ingeniería. Los números complejos pueden, además, representar ondas electromagnéticas y corrientes eléctricas, por lo que su uso en el campo de la electrónica o las telecomunicaciones es fundamental.

Su fórmula matemática es: a + b i, donde a y b son números reales y la i es el número imaginario. A esta expresión se le conoce como forma biónica por sus dos componentes constitutivos. René Descartes, fue el primero en enfatizar la naturaleza imaginaria de los números, planteando que «uno puede imaginar tantos (números) como ya se dijo en cada ecuación, pero a veces no existe una cantidad que coincida con lo que imaginamos». No obstante, la conceptualización de los números complejos se remonta al siglo XVI gracias al aporte del matemático italiano Gerolamo Cardano, quien demostró que teniendo un término negativo dentro de una raíz cuadrada se puede obtener la solución a una ecuación. Hasta ese momento, no se creía posible conseguir la raíz cuadrada de un número negativo. Posteriormente, en el siglo XVIII, el matemático Carl Friedrich Gauss, consolidó las premisas de Cardano, además de desarrollar un tratado sobre números complejos en un plano, estableciendo las bases modernas del término. Si bien su aplicación en el día a día no es tan directa como la de los números reales, los números complejos, por su componente imaginario, son importantes porque permiten trabajar con mucha precisión en áreas específicas de las ciencias y la física, tal como ocurre con la medición de los campos electromagnéticos, que constan de



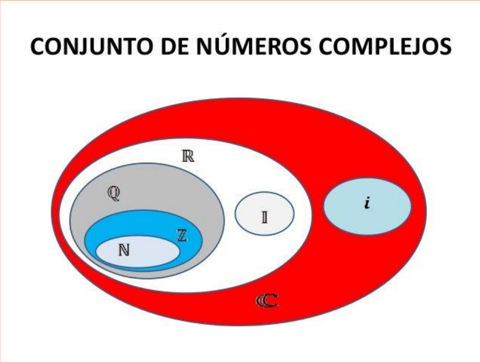
componentes eléctricos y magnéticos, y que requieren pares de números reales para describirlos. Estos pares pueden ser vistos como un número complejo, de allí su importancia.



1.2.1. CARACTERISTICAS

1. Parte real e imaginaria: Un número complejo consta de una parte real y una parte imaginaria, representadas por «a» y «bi» respectivamente. Estas partes proporcionan información sobre la ubicación del número complejo en el plano complejo.
2. Unidad imaginaria: La unidad imaginaria se representa por «i» y se define como la raíz cuadrada de -1. Es fundamental en los números complejos, ya que permite la existencia de la parte imaginaria.
3. Plano complejo: Los números complejos se representan en un plano complejo, donde el eje horizontal representa la parte real y el eje vertical representa la parte imaginaria. Este plano facilita la visualización y manipulación de los números complejos.
4. Suma y resta: Los números complejos se suman y restan componente a componente. Esto significa que se suman las partes reales y las partes imaginarias por separado.
5. Multiplicación: La multiplicación de números complejos se realiza mediante la aplicación de las propiedades distributivas y el hecho de que «i» al cuadrado es igual a -1. La multiplicación de dos números complejos resulta en un número complejo.
6. Conjugado: El conjugado de un número complejo se obtiene cambiando el signo de su parte imaginaria. Si el número complejo es de la forma «a + bi», su conjugado es «a – bi». El conjugado es útil para la división y la simplificación de expresiones complejas.
7. Módulo o valor absoluto: El módulo o valor absoluto de un número complejo se define como la distancia entre el número complejo y el origen en el plano complejo. Se calcula utilizando la fórmula sqrt (a^2 + b^2), donde «a» es la parte real y «b» es la parte imaginaria.

8. Forma polar: Los números complejos también se pueden representar en forma polar, donde se utiliza la notación (r, θ). «r» representa el módulo del número complejo y θ representa el ángulo entre el número complejo y el eje real positivo.



9. Exponenciación: Los números complejos se pueden elevar a una potencia utilizando la fórmula de Euler, que relaciona los números complejos con las funciones trigonométricas. Esta fórmula permite la representación de números complejos en forma exponencial.
10. Aplicaciones en física y matemáticas: Los números complejos tienen una amplia gama de aplicaciones en diversos campos, como la física y las matemáticas. Se utilizan en áreas como el análisis de circuitos eléctricos, mecánica cuántica, teoría de señales, teoría de números y muchas otras ramas de la ciencia y la ingeniería.

1.2.3. IMPORTANCIA DE LOS NÚMEROS REALES

Los números complejos son fundamentales en muchos aspectos de las matemáticas y la física. Su introducción ha permitido resolver problemas que anteriormente parecían insolubles en el ámbito de los números reales. Proporcionan una herramienta poderosa para representar y manipular cantidades que involucran componentes imaginarios, lo cual es esencial en numerosas aplicaciones científicas y técnicas. Además, los números complejos tienen una relación profunda con conceptos matemáticos avanzados, como la teoría de funciones complejas y el análisis complejo. En resumen, los números complejos son una extensión invaluable de los números reales y desempeñan un papel crucial en diversas áreas del conocimiento.

1.2.4 EJEMPLO

Para sumar y restar números complejos, tenemos que sumar o restar las partes real e imaginaria separadamente. Por ejemplo, si tenemos los números z1=4+2zz1=4+2*i* y z2=3+5zz2=3+5*i*, calculamos la suma de estos números de la siguiente manera:

Z1+Z2= (4+3) +(2+5) *z*1+*z*2= (4+3) +(2+5) *i*

=7+7z=7+7*i*

De igual forma, si es que queremos restar a estos números, calculados de la siguiente forma:

Z1−Z2= (4−3) +(2−5) *z*1−*z*2= (4−3) +(2−5) *i*

=1−3i=1−3*i*

1.3. POTENCIAS DE I

Un número complejo es aquel formado por una parte real y una parte imaginaria. La unidad imaginaria se denomina *i* y tiene el valor de −1−1. Por lo que i2=−1*i*2=−1.

$$
\begin{gathered}
17i^{45} \cdot -6i^{357} = \\
= 17 \cdot i^{45} \cdot -6 \cdot i^{357} = \\
= (17) \cdot (-6) \cdot i^{45} \cdot i^{357} = \\
-102 \cdot i^{45+357} = -102 \cdot i^{402} = \\
= -102 \cdot i^{400} \cdot i^{2} = \\
= -102 \cdot \left(i^{4}\right)^{100} \cdot i^{2} = \\
\text{Pero } i^{4} = 1 \,;\; i^{2} = -1 \\
= -102 \cdot 1 \cdot (-1) = 102
\end{gathered}
$$

Entonces las primeras potencias de �*i* serían:

- i0=1*i*0=1, pues todo número elevado a la 0 es 1.
- i1= i*i*1=*i*, pues todo número elevado a la 1 es el mismo número

Propiedades de las potencias

Producto de la misma base: se suman los exponentes $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$7^2 \cdot 7^3 = 7^5$
Cociente de la misma base: se restan los exponentes $a^m : a^n = a^{m-n}$	$2^9 : 2^7 = 2^2$
Potencia de una potencia: se multiplican los exponentes $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(6^5)^2 = 6^{10}$
Potencias de exponente cero $a^0 = 1$	$7^0 = 1$

tandemformacion.es/elblogdelasdudas

- i2=−1$i^2=-1$, por la razón que se explica en el primer párrafo de este artículo.
- i3=−i$i^3=-i$, porque i3= i2∗i1= i∗ (−1) =−i$i^3=i^2*i^1=i*$ (−1) =−i

1.4. ECUACIONES POLINOMICAS DE 3 GRADO

Las ecuaciones polinómicas son un enunciado que plantea la igualdad de dos expresiones o miembros, donde al menos uno de los términos que conforman cada lado de la igualdad son polinomios P(x). Estas ecuaciones son nombradas según el grado de sus variables. Aunque existen muchos tipos de ecuaciones, generalmente estas son clasificadas en dos tipos: algebraicas y trascendentes. Las ecuaciones polinómicas solo contienen expresiones algebraicas, que pueden tener una o más incógnitas que intervienen en la ecuación. Según el exponente (grado) que tengan pueden clasificarse en: primer grado (lineales), segundo grado (cuadráticas), tercer grado (cúbicas), cuarto grado (cuarticas), de grado mayor o igual que cinco e irracionales.

1.4.1CARACTERISTICAS DE LAS ECUACIONES POLINÓMICAS

Las ecuaciones polinómicas son expresiones que están formadas por una igualdad entre dos polinomios; es decir, por las sumas finitas de multiplicaciones entre valores que son desconocidos (variables) y números fijos (coeficientes), donde las variables pueden tener exponentes, y su valor puede ser un número entero positivo, incluyendo el cero. Los exponentes determinan el grado o tipo de ecuación. Aquel término de la expresión que tenga el exponente de mayor valor representará el grado absoluto del polinomio. Las ecuaciones polinómicas también son conocidas como algebraicas, sus coeficientes pueden ser números reales o complejos y las variables son números desconocidos representados por una letra, como, por ejemplo: “x”. Si al sustituir un valor por la variable “x” en

P(x) el resultado es igual a cero (0), entonces se dice que ese valor satisface la ecuación (es una solución), y generalmente es llamado raíz del polinomio. Cuando se desarrolla una ecuación polinómica se quieren encontrar todas las raíces o soluciones.

Grado mayor

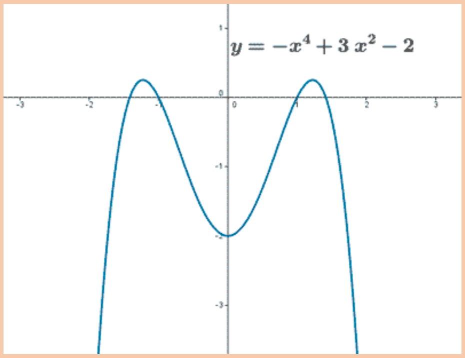
Las ecuaciones polinómicas de grado mayor son aquellas que van desde el tercer grado en adelante, que pueden ser expresadas o resueltas con la ecuación polinómica general para un grado cualquiera:

Esta es utilizada porque una ecuación con un grado mayor a dos es el resultado de la factorización de un polinomio; es decir, esta expresada como la multiplicación de polinomios de grado uno o mayor, pero sin raíces reales.

La solución de este tipo de ecuaciones es directa, porque la multiplicación de dos factores será igual a cero si alguno de los factores es nulo (0); por lo tanto, se debe resolver cada una de las ecuaciones polinómicas halladas, igualando cada uno de sus factores a cero.

EJERCICIO

$(2x^2 + 5) * (x - 3) * (1 + x) = 0$.



En este caso la ecuación está expresada como la multiplicación de polinomios; es decir, se encuentra factorizada. Para resolverla se debe igualar cada factor a cero:

$2x^2 + 5 = 0$, no tiene solución.

$x - 3 = 0$

$x = 3$.

$1 + x = 0$

$x = -1$.

De esa forma, la ecuación dada tiene dos soluciones: $x = 3$ y $x = -1$.

$x^4 - 36 = 0$.

Solución

Fue dado un polinomio, que puede ser rescrito como una diferencia de cuadrados para llegar a una solución más rápida. Así, la ecuación queda:

$(x^2 + 6)*(x^2 - 6) = 0$.

Para encontrar la solución de las ecuaciones se igualan ambos factores a cero:

$(x^2 + 6) = 0$, no tiene solución.

$(x^2 - 6) = 0$

$x^2 = 6$

$x = \pm\sqrt{6}$.

Así, la ecuación inicial tiene dos soluciones:

$x = \sqrt{6}$.

$x = -\sqrt{6}$.

CONCLUSIÓN

Los números reales son cualquier número que corresponda a un punto en la recta real y pueden clasificarse en números naturales, enteros, racionales e irracionales. En otras palabras, cualquier número real está comprendido entre menos infinito y más infinito y podemos representarlo en la recta real. Los números reales viene siendo un conjunto en donde se encuentran tanto los números racionales como los irracionales. Estos son de suma importancia porque a partir de los mismos es posible desarrollar muchos procesos matemáticos.

Referencias

Alefeld & Gunter (1999). Interval analysis: theory and applications. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. No. 121. pp. 421-469.

Anacona, M. (2003). La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática.

REVISTA EMA, VOL. 8, Nº 1, 30-46.

Arbeláez, G. & Gálvez, F. (2011). El Conjunto de los Números Reales como Objeto Matemático: La Construcción de Dedekind. En Recalde, L. & Arbeláez, G. (Ed.),

Los Números Reales como Objeto Matemático una perspectiva Histórico- Epistemológica. (pp. 135-162). Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Arboleda, L, et al. (2006-2007). Proyecto de Investigación *"La constitución histórica de*

los números reales en la perspectiva de la formación de docentes" (Colciencias-Univalle, código 1106-11-17688).

Arboleda, L. (2011). Objetividad Matemática, Historia y Educación Matemática. En Recalde, L. & Arbeláez, G. (Ed.), *Los Números Reales como Objeto Matemático una perspectiva Histórico-Epistemológica*. (pp. 19-37). Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Arredondo, J. Zúñiga, B. & Torres, J. (2004). Los números reales y procesos infinitos en el bachillerato. En L. Díaz (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Volumen 17. México: Clame (pp.918-923).

Bachman, P. (SF). Erste Vorlesung. Definition der Irrationalzahlen. Götinger Digitalisierungszentrum GDZ. No.37070. Goettingen, Germany.

LISTA DE COTEJO DE PROBLEMARIO

<table>
<tr><td colspan="3">DOCENTE: ING. PABLO PROMOTOR CAMPECHANO</td><td colspan="3">ASIGNATURA: ALGEBRA LINEAL</td></tr>
<tr><td colspan="6">DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="4">NOMBRE DEL ALUMNO (A): BUENO VILLEGAS RAFAEL</td><td colspan="2">Problemario de la Unidad: 1</td></tr>
<tr><td>PERIODO: SEPTIEMBRE 2023-ENERO 2024</td><td colspan="2">GRUPO:307 C</td><td colspan="3">FECHA DE ENTREGA: 01/10/2023</td></tr>
<tr><td colspan="6">INSTRUCCIONES</td></tr>
<tr><td colspan="6">Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">VALOR DEL REACTIVO</td><td rowspan="2">CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)</td><td colspan="2">CUMPLE</td><td colspan="2">OBSERVACIONES</td></tr>
<tr><td>SI</td><td>NO</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>5 %</td><td>PRESENTACIÓN: El trabajo cumple con los requisitos de
a. Buena presentación
b. No tiene faltas de ortografía
c. Ordenado y limpio</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>5 %</td><td>FORMATO DE ENTREGA: Hoja de presentación (asignatura, unidad, tema de estudio, docente, fecha, nombre del alumno</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>10 %</td><td>DESARROLLO DE EJERCICIOS: Identifica los principios, leyes, normas e incluso técnicas y metodologías apropiadas, si el ejercicio lo permite, debe de presentar datos, fórmula, sustitución y resultado.</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>5 %</td><td>RESULTADO: El alumno llega al resultado correcto, con sus respectivas unidades</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>5 %</td><td>RESPONSABILIDAD: Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.</td><td>√</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>30 %</td><td>CALIFICACIÓN</td><td colspan="4">30%</td></tr>
</table>

Tecnm.Campus San Andrés Tuxtla

Equipo:

San Gabriel Antele Kenia Alejandra

Bueno Villegas Rafael

Barrientos Cota Sarahí

Asignatura:

ÁLGEBRA LINEAL (PROBLEMARIO UNIDAD I)

Grado y grupo: 307 "C"

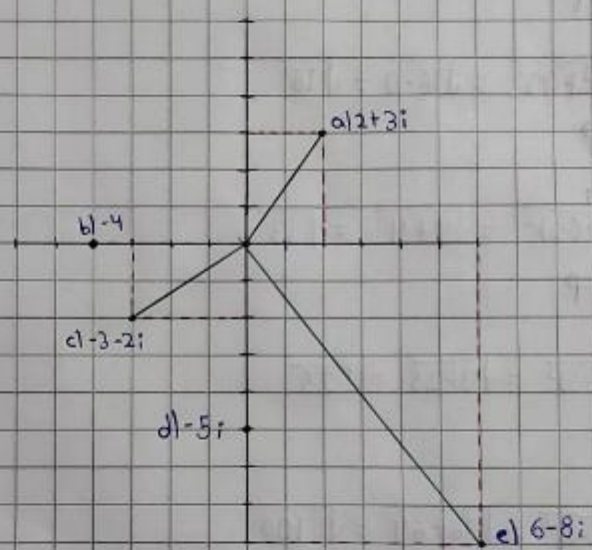
Docente: Pablo Promotor Campechano

Fecha: 01/10/23

Problemario unidad 1

Para los siguientes números complejos, representarlo gráficamente, calcular su módulo y su argumento principal.

a) $2+3i$ b) -4 c) $-3-2i$ d) $-5i$ e) $6-8i$



Modulo y Argumento.

$|z| = \sqrt{a^2+b^2}$

$z_1 = 2+3i$

$|z_1| = \sqrt{(2)^2+(3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$|z_1| = \underline{3.6}\ up$

$z_2 = -4$

$|z_2| = \sqrt{(-4)^2+(0)^2} = \sqrt{16-0} = \sqrt{16}$

$|z_2| = \underline{4\ up}$

$z_3 = -3-2i$

$|z_3| = \sqrt{(-3)^2+(-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$|z_3| = \underline{3.6\ up}$

$z_4 = -5i$

$|z_4| = \sqrt{0^2+(-5)^2} = \sqrt{0+25} = \sqrt{25}$

$|z| = \underline{5\ up}$

$z_5 = 6-8i$

$|z_5| = \sqrt{6^2+(-8)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100}$

$|z_5| = \underline{10\ up}$

Dado que $z_1 = 1-2i$ y $z_2 = 4+5i$, encontrar

a) $z_1 + z_2$ b) $z_1 - z_2$ c) $4z_1$ d) $-z_2$ e) $3z_1 + 4z_2$ f) $\frac{1}{2}z_1 - \frac{3}{2}z_2$

a) $z_1 + z_2$

$z_1 = 1-2i$

$z_2 = 4+5i$

$z_1 + z_2 = 1-2i + 4+5i$

$z_1 + z_2 = 1+4-2i+5i$

$= 5+3i$

$z_1 + z_2 = 5+3i$

b) $z_1 - z_2$

$z_1 = 1-2i$

$z_2 = 4+5i$

$z_1 - z_2 = (1-2i)-(4+5i)$

$z_1 - z_2 = 1-2i-4-5i$

$z_1 - z_2 = 1-4-2i-5i$

$z_1 - z_2 = -3-7i$

$z_1 - z_2 = -3-7i$

c) $4z_1$

$z_1 = 1-2i$

$4z_1 = 4(1-2i)$

$= 4-8i$

$4z_1 = 4-8i$

d) $-z_2$

$z_2 = 4+5i$

$-z_2 = -(4+5i)$

$-z_2 = -4-5i$

$-z_2 = -4-5i$

Realizar los cálculos y expresar el resultado en la forma $a+bi$.

① $\dfrac{2+i}{i(-3+4i)}$ $\qquad\qquad i^2=-1$

$$\frac{2+i}{i(-3+4i)} = \frac{2+i}{-3i+4i^2} = \frac{2+i}{-3i+4(-1)} = \frac{2+i}{-3i-4}$$

$$= \frac{2+i}{-4-3i} = \left(\frac{2+i}{-4-3i}\right)\left(\frac{-4+3i}{-4+3i}\right) = \frac{-8+6i-4i-3i^2}{16-9i^2}$$

$$= \frac{-8+2i-3i^2}{16-9(-1)} = \frac{-8+2i-3(-1)}{16+9} = \frac{-8+2i+3}{25} = \frac{-5+2i}{25}$$

$$a+bi = -\frac{5}{25} + \frac{2}{25}i$$

Calcular

$$z^n = r^n(\operatorname{Cos} n\theta + i \operatorname{Sen} n\theta)$$

$$(1+i)^{12}$$

$z = 1+i \quad n = 12$

$x = 1 \quad y = 1i$

$r = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} \qquad r = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} \qquad r = \sqrt{1+1} \qquad r = \sqrt{2}$

$\theta = \operatorname{Tan}^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \qquad \theta = \operatorname{Tan}^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) \qquad \theta = 45^\circ$

$$Z^n = r^n(\cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta)$$

$$Z^{12} = (\sqrt{2})^{12}(\operatorname{Cos} 12(45^\circ) + i \operatorname{Sen} 12(45^\circ))$$

$$Z^{12} = 64(\operatorname{Cos} 540^\circ + i \operatorname{Sen} 540^\circ)$$

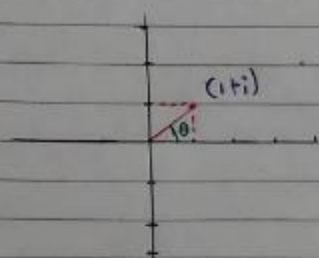
$540^\circ - 360^\circ = 180^\circ$

$$Z^{12} = 64(\operatorname{Cos} 180^\circ + i \operatorname{Sen} 180^\circ)$$

$$Z^{12} = 64(-1 + i0)$$

$$Z^{12} = 64(-1 + 0i)$$

$$Z^{12} = -64 + 0i$$



Calcular...

$z^{\frac{1}{n}}$ $n = \frac{1}{2}$

① $(1+\sqrt{3}i)^{1/2}$

$r = \sqrt{(1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \frac{4\pi}{3}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\,\text{sen}\,\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$

$k=0$

$z^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{\frac{4\pi}{3}+2(0)\pi}{2} + i\,\text{Sen}\,\frac{\frac{4\pi}{3}+2(0)\pi}{2}\right)$

$z^{1/2} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\frac{4\pi}{3}}{2} + i\,\text{Sen}\,\frac{\frac{4\pi}{3}}{2}\right)$

$z^{1/2} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\,\text{Sen}\,\frac{2\pi}{3}\right)$ $z^{1/2} = \sqrt{2}\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

$z^{1/2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$

k=1

$$z^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{\frac{4\pi}{3}+2(1)\pi}{2} + i\,\mathrm{Sen}\,\frac{\frac{4\pi}{3}+2(1)\pi}{2}\right)$$

$$z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\frac{4\pi}{3}+2\pi}{2} + i\,\mathrm{Sen}\,\frac{\frac{4\pi}{3}+2\pi}{2}\right)$$

$$z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\,\frac{5\pi}{3}\right)$$

$$z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \qquad z^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i$$

k=2

no

$$z^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{\frac{4\pi}{3}+2(2)\pi}{2} + i\,\mathrm{Sen}\,\frac{\frac{4\pi}{3}+2(2)\pi}{2}\right)$$

$$z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\frac{4\pi}{3}+4\pi}{2} + i\,\mathrm{Sen}\,\frac{\frac{4\pi}{3}+4\pi}{2}\right)$$

$$z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{16\pi}{6} + i\,\mathrm{Sen}\,\frac{16\pi}{6}\right) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{8\pi}{3} + i\,\mathrm{Sen}\,\frac{8\pi}{3}\right)$$

$$z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$z^{\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$$