

**INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA**  
**EVALUACIÓN FORMATIVA DE LA UNIDAD I**

NOMBRE DEL DOCENTE: ING. Edgar Román Cárdenas		ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales
<b>DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN</b>		
NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Gonzales cruz María de Jesús		FIRMA DEL ESTUDIANTE:
GRUPO: 406 - A	FECHA:	PERIODO ESCOLAR: ENERO - JUNIO 2024
<b>INSTRUCCIONES</b>		
Lea cuidadosamente y conteste correctamente lo que se te solicita. El tiempo para responder es de 60 minutos. Si tiene alguna duda sobre lo que se te solicita pregunta al docente. Se puede utilizar calculadora y formulario.		
<p>Resuelva correctamente los problemas dados</p> <p>1.- Resuelva la siguiente ecuación diferencial por separación de variable</p> $y \ln x \frac{dx}{dy} = \left( \frac{y+1}{x} \right)^2$ <p>2.- Resuelva la ecuación diferencial exacta</p> $(2y^2x - 3)dx + (2xy^2 + 4)dy = 0$ <p>3.- Resuelva la siguiente ecuación diferencial lineal dada.</p> $\frac{dy}{dx} = 2y + x^2 + 5$		

Resuelvo las ecuaciones  
Diferenciales dadas

$$1) y \ln x \frac{dx}{dy} = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$$

$$y \ln x \frac{dx}{dy} = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$$

$$x^2 \ln x dx = \frac{(y+1)^2}{y} dy$$

$$\frac{(y+1)^2}{y} dy = x^2 \ln x dx$$

$$\int \frac{(y+1)^2}{y} dy = \int x^2 \ln x dx$$

$$\int \frac{y^2 + 2y + 1}{y} dy = \int x^2 \ln x dx$$

$$\int (y + 2 + y^{-1}) dy = \int x^2 \ln x dx$$

$$\frac{1}{2} y^2 + 2y + \ln |y| = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{1}{9} x^3 + C$$

$$3) y' = 2y + x^2 + 5$$

$$2) (2y^2 x - 3) dx + (2y x^2 + 4) dy = 0$$

$$\frac{d}{dy} (2y^2 x - 3) = \frac{d}{dx} (2y x^2 + 4) = 0$$

$$2x \frac{d}{dy} (y^2) - \frac{d}{dx} (3) = 2y \frac{d}{dx} (x^2)$$

$$(x^2) \frac{d}{dx} (4)$$

$$2x(2y) = 2y(2x)$$

$$4xy = 4xy$$

### LISTA DE COTEJO (PROBLEMARIO)

<b>INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA</b>		ASIGNATURA: Ecuaciones diferenciales		
NOMBRE DEL DOCENTE:		ING. Edgar Román Cárdenas		
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN				
NOMBRE DEL ALUMNO: Gonzales cruz María de Jesús		MATRICULA:	FIRMA DEL ALUMNO(S):	
PRODUCTO:		FECHA:	PERIODO ESCOLAR: ENERO - JUNIO 2024	
INSTRUCCIONES				
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.				
VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
4%	<b>Presentación</b> El trabajo cumple con los requisitos de: a. Buena presentación	X		
4%	b. Orden en la secuencia de solución	X		
4%	c. Legible , limpieza y coherencia.	X		
5%	<b>Conocimiento del tema:</b> Cantidad de problemas resueltos	X		
5%	Explicación clara de las soluciones, seleccionados aleatoriamente	X		
4%	<b>Realización</b> Interpretación de los resultados.	X		
4%	<b>Responsabilidad:</b> Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.	X		
10%	<b>CALIFICACIÓN</b>			

$$6: x^2 y'' + 5xy' + 3y = 0$$

$$y = x^m$$

$$y' = mx^{m-1}$$

$$y'' = m(m-1)x^{m-2}$$

$$\text{Subst. } x^2(m(m-1)x^{m-2}) + 5x(mx^{m-1}) + 3x^m = 0$$

$$x^m(m^2 - m + 5m + 3) = 0 \rightarrow m^2 + 4m + 3 = 0$$

$$(m+1)(m+3) = 0$$

$$m_1 = -1, m_2 = -3$$

$$7: x^2 y'' - 3xy' - 2y = 0$$

$$x^2(m(m-1)x^{m-2} - 3x(mx^{m-1}) - 2x^m) = 0$$

$$x^m(m^2 - m - 3m - 2) = 0$$

$$m^2 - 4m - 2 = 0$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(-2)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$= 2 \pm \sqrt{6} \rightarrow m_1 = 2 + \sqrt{6}, m_2 = 2 - \sqrt{6}$$

$$y = C_1 x^{2+\sqrt{6}} + C_2 x^{2-\sqrt{6}}$$

$$8: x^2 y'' + 3xy' - 4y = 0$$

$$x^2(m(m-1)x^{m-2}) + 3x(mx^{m-1}) - 4x^m = 0$$

$$x^m(m^2 - m + 3m - 4) = 0$$

$$m = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{5}$$

$$y = C_1 x^{-1+\sqrt{5}} + C_2 x^{-1-\sqrt{5}}$$

$$18 \quad x^3 y''' + xy' - y = 0$$

$$x^3 (m(m-1)(m-2) x^{m-3}) + x m x^{m-1} - x^m = 0$$

$$m x^m (m-1)(m-2) + m x^m - x^m = 0$$

$$x^m (m(m^2 - 2m + m + 2) - 1) = 0$$

$$x^m (m^3 - 3m^2 + 3m - 1) = 0$$

$$x^m (m-1)^3 = 0$$

$$m-1 = m = 1$$

$$C_1 x + C_2 x \ln x + C_3 x (\ln x)^2$$

$$19: \quad \frac{x^3 d^3 y}{dx^3} - 2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 8y = 0$$

$$x^3 (m(m-1)(m-2) x^{m-3}) - 2x^2 (m(m-1) x^{m-2}) - 2x m x^{m-1} + 8x^m = 0$$

$$m x^m (m-1)(m-2) - 2m(m-1) - 2m + 8 = 0$$

$$x^m (m^3 - 2m^2 - m + 2m - 2m^2 + 2m - 2m + 8) = 0$$

$$x^m (m^3 - 5m^2 + 2m + 8) = 0$$

$$(m+1)(m-2)(m-4)$$

$$m_1 = -1 \quad m_2 = 2 \quad m_3 = 4$$

$$m_1 = -1 \quad m_2 = 2 \quad m_4 = 4$$

$$y = C_1 x^{-1} + C_2 x^2 + C_3 x^4$$

$$15: 3x^2 + y'' + 6xy' + y = 0$$

$$3x^2 \{ m(m-1)x^{m-2} \} + 6x(m)x^{m-1} + x^m = 0$$

$$x^2 (3m^2 - 3m + 6m + 1) = 0$$

$$3m^2 + 3m + 1 = 0$$

$$m = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(3)(1)}}{2(3)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{6} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{6}$$

$$y = x^{\frac{1}{2}} \left( C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{6} \ln x\right) + C_2 \left(\frac{\sqrt{3}}{6} \ln x\right) \right)$$

$$16: 2x^2 y'' + xy' + y = 0$$

$$2x^2 \{ m(m-1)x^{m-2} \} + x(m)x^{m-1} + x^m = 0$$

$$x^m (2m^2 - 2m + m + 1) = 0$$

$$2m^2 + m + 1 = 0$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(1)}}{2(2)} = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{7}i}{4}$$

$$y = x^{\frac{1}{4}} \left( C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{7}i}{4} \ln x\right) + C_2 \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{7}}{4} \ln x\right) \right)$$

$$17: x^2 y''' - 6y = 0$$

$$x^2 \{ m(m-1)(m-2)x^{m-3} \} - 6x^m = 0$$

$$x^m \{ m(m-1)(m-2) - 6 \} = 0$$

$$x^m \{ m^3 - 2m^2 - m^2 + 2m - 6 \} = 0$$

$$x^m \{ m^3 - 3m^2 + 2m - 6 \} = 0$$

$$(m^2 + 2)(m-3) = 0$$

$$m = \sqrt{-2}$$

$$m = 3$$

$$m = \sqrt{2}i$$

$$y = C_1 x^3 + C_2 \cos(\sqrt{2} \ln x) + C_3 \operatorname{sen}(\sqrt{2} \ln x)$$

**LISTA DE COTEJO (libreta de trabajo)**

<b>INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA</b>		ASIGNATURA: Ecuaciones diferenciales		
NOMBRE DEL DOCENTE: Cristal Tornado Cobaxin		ING. Edgar Román Cárdenas		
<b>DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN</b>				
NOMBRE DEL ALUMNO: Gonzales cruz María de Jesús		MATRICULA:		
PRODUCTO:	Unidad:	FECHA:	PERIODO ESCOLAR: ENERO - JUNIO 2024	
<b>INSTRUCCIONES</b>				
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.				
VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
1%	Presentación: El trabajo cumple con los requisitos de <b>a.</b> Buena presentación	X		
1%	<b>b.</b> No tiene faltas de ortografía	X		
1%	<b>c.</b> Ordenado	X		
1%	<b>d.</b> Limpio	X		
2%	<b>Formato de entrega:</b> Los ejercicios resueltos en clase o en horas extra clase, se entregaran al finalizar la unidad correspondiente, en la libreta de asignatura.	X		
2%	<b>Desarrollo de ejercicios:</b> Identifica los principios, leyes, normas e incluso técnicas y metodologías apropiadas. Presentar, cuando sea necesario: Datos, fórmula, sustitución y resultado. Análisis dimensional. Así, como dar interpretación al resultado que obtuvieron de acuerdo al razonamiento de cada ejercicio.	X		
1%	<b>Resultado:</b> El alumno llega a resultado correcto. Especificando unidades cuando sea necesario e interpretación.	X		
1%	<b>Responsabilidad:</b> Entregó el cuaderno de ejercicios en la fecha y hora señalada.	X		
10%	<b>CALIFICACIÓN</b>			

### 1.1.1 ~~Exerc~~

#### Definiciones (en cuestion).

Definición de una Ecuación diferencial Una Ecuación Diferencial es aquella ecuación que contiene Derivadas o Diferenciales en su estructura es decir:

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2) + 2 \frac{d}{dx}(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2$$

← Ecuación diferencial

Se le nombra así porque el término y se estudia el comportamiento

Orden de Una Ecuación Diferencial El orden de una ecuación es el de la derivada más Alta contenida en ella misma es decir

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 4x + 3$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6x + 4$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 6$$

Es de orden 3 por ser la derivada más alta

Grado  
Grado

Lineales (a) La variable dependiente  $y$  y todas sus derivadas son de 1er grado  
(b) Cada coeficiente de  $y$  y sus derivadas dependen solamente de la variable independiente  $x$  (puede ser constante)

No lineales Las que lo cumplen las propiedades anteriores

Ejemplo

Clasifique la siguiente ecuación diferencial de acuerdo a su tipo, orden, grado y linealidad

	Tipo	Orden	Grado	Lineales
$\frac{dy}{dx} = 2e^{-x}$	Ordinaria	1	1	si

Nota

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2 \Rightarrow \text{Ordinaria}$$

$$F(x, y) = x^2 + 2y^2$$

$$\frac{dz}{dx} = 2x$$

$$\frac{dz}{dy} = 4y$$

$$\frac{dz}{dx} + \frac{dz}{dy} = 0$$

El Grado de Ecuaciones Diferenciales El Grado De Una Ecuación es la potencia a la que es elevada la derivada más alta siempre y cuando la ecuación Diferencial este dada en forma polinomial

$$\frac{dy}{dx} = y' = f'(x)$$

$$= y''' + y'' + y' = 0$$

$$\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)^2 + \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$$

Orden 3  
grado 2

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2 + \frac{dy}{dx} = 0$$

Orden 3  
Grado = 11

### Clasificaciones de las Ecuaciones Diferenciales

Tipo

Ordinaria - La ecuación diferencial contiene derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una sola variable independiente

Parciales - La ecuación diferencial contiene derivadas parciales de una o más variables dependientes con respecto a dos o más variables independientes

Orden

Primer Orden

$$F(x, y, y') = 0$$

Segundo Orden

$$F(x, y, y', y'') = 0$$

Tercer Orden

$$F(x, y, y', y'', y''') = 0$$

Orden n

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

**Lista de cotejo para Investigación documental**

<b>INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA</b>			ASIGNATURA: Ecuaciones diferenciales	
NOMBRE DEL DOCENTE:		ING. Edgar Román Cárdenas		
<b>DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN</b>				
NOMBRE(S) DEL ALUMNO(S): Gonzales cruz María de Jesús		MATRICULA:	FIRMA DEL ALUMNO:	
PRODUCTO:	NOMBRE DEL PROYECTO :	FECHA:	PERIODO ESCOLAR: ENERO - JUNIO 2024	
<b>INSTRUCCIONES</b>				
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.				
VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
1%	Presentación El trabajo cumple con los requisitos de: <b>a.</b> Buena presentación	X		
1%	<b>b.</b> No tiene faltas de ortografía	X		
1%	<b>c.</b> Entrega el trabajo en tiempo y forma	X		
1%	<b>e.</b> Maneja el lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia y secuencia entre párrafos	X		
1%	<b>Introducción y Objetivo:</b> La introducción y el objetivo dan una idea clara del contenido del trabajo, motivando al lector a continuar con su lectura y revisión	X		
1%	<b>Sustento Teórico:</b> Presenta un panorama general del tema a desarrollar y lo sustenta con referencias bibliográficas formales y cita correctamente a los autores.	X		
2%	<b>Contenido y/o Desarrollo:</b> Sigue una metodología y sustenta todos los pasos que se realizaron al aplicar los conocimientos obtenidos, es analítico y bien ordenado.	X		
1%	<b>Conclusiones:</b> Las conclusiones son claras y acordes con el objetivo esperado.	X		
1%	<b>Responsabilidad:</b> Entregó la investigación documental en la fecha y hora señalada.	X		
10%	<b>CALIFICACIÓN</b>			

## 1.1 Teoría Preliminar

Un sistema de ecuaciones diferenciales es un conjunto que relacionan varias funciones incógnitas, las derivadas de esta función, las variables con respecto a las que están definidas y ciertos constantes

Este sistema tiene el tiempo  $t$  como única variable independiente y dos funciones incógnitas  $x(t)$  e  $y(t)$

Las ecuaciones, junto con su condición inicial, se puede encontrar expresadas en forma explícita, llamada también "ecuación resuelta respecto a su primera derivada" en forma

$$\frac{dy}{dx} = F(x, y)$$

$$y(x_0) = y_0$$

o en su forma

$$F(x, y, \frac{dy}{dx}) = 0 \text{ con } y(x_0) = y_0$$