Instrumento de Evaluación.

Lista de Cotejo para evaluar trabajo de investigación.

Nombre de la Materia: Cálculo Diferencial.	Grupo: 106-A Instituto: ITSSAT
Profesor: Ing. Manuel Montoya N.	Unidad: 4
Alumno: ZAMUDIO CORTÉS FRANCO	Fecha de aplicación: 02-12-2024

Objetivo educacional:

Conoce problemas de optimización. Hace razonamiento proporcional.

VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
10%	Investigo los conceptos requeridos.	√		
5%	Definió en forma correcta las ecuaciones.	√		
5%	Realizo su trabajo a mano y con ortografía correcta.	√		
5%	Es un trabajo limpio, ordenado y presenta margen.	√		
5%	Lo entrego en tiempo y forma.	√		
30%	**CALIFICACIÓN**	30		

Instituto Tecnológico Superior de San Andres Tuxtla

Materia: Cálculo Diferencial Grupo: 106-A Fecha: 02/12/24

Estudiante: Franco Zarrudio Cortés

La derivada de una función $f(x)$ nos da información sobre el comportamiento de su pendiente en un intervalo.

Creciente: $f'(x) > 0$ en el intervalo
Decreciente: $f'(x) < 0$ en el intervalo
Estacionaria: $f'(x) = 0$, lo que corresponde a un máximo o mínimo.

Ejemplo: $f(x) = x^3 - 3x^2$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \longrightarrow x = 0 \ \ y \ \ x = 2$$

$f'(x) > 0$ en $(-\infty, 0)$ y $(2, \infty)$: la función es creciente
$f'(x) < 0$ en $(0, 2)$: la función es decreciente

$f(x)$

Intervalos crecien
$(-\infty, 0)$ y $(2, \infty)$
Intervalos decrecien
$(0, 2)$
Puntos críticos
$x = 0$ y $x = 2$

Franco Zarrudio Cortés

Franco Zamudio Cortés 02/12/24

Máximos y mínimos relativos (locales)

Un máximo o mínimo relativo es un punto donde la función alcanza su valor más alto o más bajo en un entorno cercano al punto, es decir, en un intervalo pequeño al rededor de él

No necesariamente son los valores más altos o bajos de toda la función en un intervalo dado

Se determina evaluando los puntos críticos y analizando el comportamiento de la derivada o la concavidad

Ejemplo:
En la función $f(x) = x^3 - 3x$, los puntos $x = -1$ (máximo relativo) y $x = 1$ (mínimo relativo) son extremos locales

Máximos y mínimos absolutos (globales)

Un máximo o mínimo absoluto es el punto donde la función alcanza el valor más alto o más bajo en todo el intervalo considerado, ya sea cerrado o abierto.

Siempre se comparan con todos los valores de la función en el intervalo
Si el intervalo, se deben evaluar tanto los puntos críticos como los extremos del intervalo para determinar estos valores
Ejemplo: $f(x) = x^2 - 4$ en el intervalo $[-3, 3]$
El mínimo absoluto está en $x = 0$, donde $f(0) = -4$
El máximo absoluto está en los extremos $x = \pm 3$, donde $f(3) = f(-3) = 5$

Norma

Teorema de Rolle

Sea $f(x)$ una función que cumple las siguientes condiciones en un intervalo cerrado $[a,b]$

1- $f(x)$ es continua en $[a,b]$
2- $f(x)$ es derivable en (a,b)
3- $f(a)$ (los valores en los extremos son iguales)

$$f'(c)=0$$

Ejemplo:
Consideramos $f(x)=x^2-4x+4$ en el intervalo $[2,4]$

$f(x)$ es continua y derivable en toda R
$f(2)=0$ y $f(4)=0$, por lo que $f(a)=f(b)$

$f'(x)=2x-4$, resolver $f'(c)=0$

$$2c-4=0 \rightarrow c=2$$

En $c=2$, la derivada se anula. Esto indica que hay un punto crítico (un máximo o mínimo relativo) cumpliendo las condiciones del teorema

Norma

Ejemplo 1: Determinar máximo, mínimo o inflexión para

$f(x) = x^3 - 3x$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f'(x)=0$ $\quad 3x^2-3=0 \longrightarrow x^2=1 \longrightarrow x=\pm 1$

$f'(x)$

Para $x<-1$ $f'(x)>0$ (creciente)

Para $-1<x<1$ $f'(x)<0$ (decreciente)

Para $x>1$, $f'(x)>0$ (creciente)

En $x=-1$ $f'(x)$ cambia de positivo a negativo, por lo que es un máximo relativo

En $x=1$, $f'(x)$ cambia de negativo a positivo, por lo que es un mínimo relativo

Ejemplo 2. Punto de inflexión

Para determina si un punto crítico es un punto de inflexión, verifica la segunda derivada o analiza cómo cambia la concavidad en el caso de $f(x)=x^3-3x$:

$$f''(x)=6x$$

Punto donde $f''(x)=0$

Resolver $6x=0$ $\quad x=0$

Cambios en la concavidad

Para $x<0$ $f''(x)<0$ (concavidad hacia abajo)

Para $x>0$ $f''(x)>0$ (concavidad hacia arriba)

Instrumento de Evaluación.

Lista de Cotejo para evaluar trabajo de investigación. Graficas de funciones.

Nombre de la Materia: ***Cálculo Diferencial.***	*Grupo: 106-A*
	Instituto: ITSSAT
Profesor: Ing. Manuel Montoya N.	*Unidad: 4*
Alumno: ZAMUDIO CORTÉS FRANCO	*Fecha de aplicación: 02-12-2024*

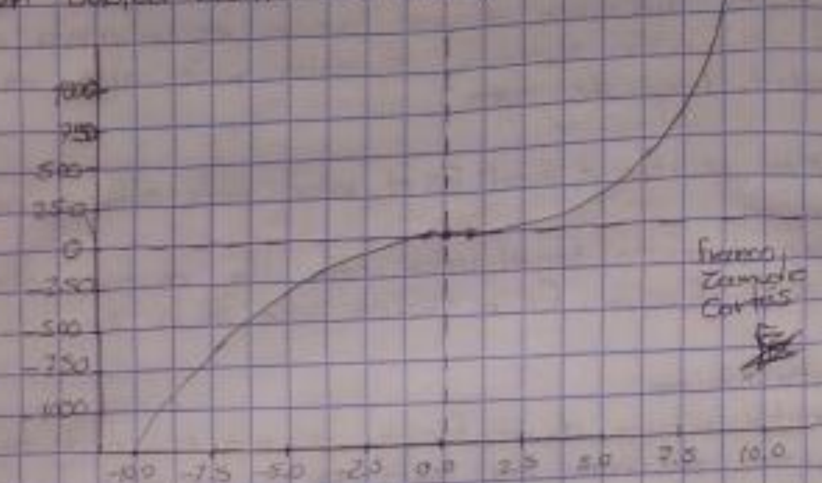
Objetivo educacional:

Conoce problemas de optimización. Hace razonamiento proporcional.

VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
4%	Investigo los conceptos requeridos.	√		
4%	Definió en forma correcta el contenido.	√		
4%	Realizo su trabajo a mano y con las fórmulas correctas.	√		
4%	Es un trabajo limpio, ordenado y presenta margen.	√		
4%	Lo entrego en tiempo y forma.	√		
20%	**CALIFICACIÓN**	**20**		

Franco Zamudio Cortés

Función cúbica (Punto de inflexión y extremos)



función cúbica $y = x^3 - 3x$,
Puntos críticos son $(-\sqrt{1}, -2)$ y $(\sqrt{1}, 2)$
El punto de inflexión está en $(0,0)$

Encontrar los puntos críticos de la primera derivada
Los puntos críticos se obtienen resolviendo la ecuación $f'(x) = 0$, o donde $f'(x)$ no existe

Si $f'(x)$ cambia de positivo a negativo en el punto crítico entonces es un máximo relativo

Si $f'(x)$ cambia de negativo a positivo, es un mínimo relativo
Si $f'(x)$ no cambia de signo (por ejemplo, sigue siendo positivo o negativo), el punto puede ser un punto de de inflexión

Para determinar si una función es cóncava hacia arriba o hacia abajo en un intervalo, utilizando la segunda derivada

Cóncava hacia arriba $f''(x) > 0$ en el intervalo
cóncava hacia abajo $f''(x) < 0$ en el intervalo
Punto de inflexión: $f''(x) = 0$ y cambio de signo, el punto x es un punto de inflexión

Ejemplo 1 = $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$$

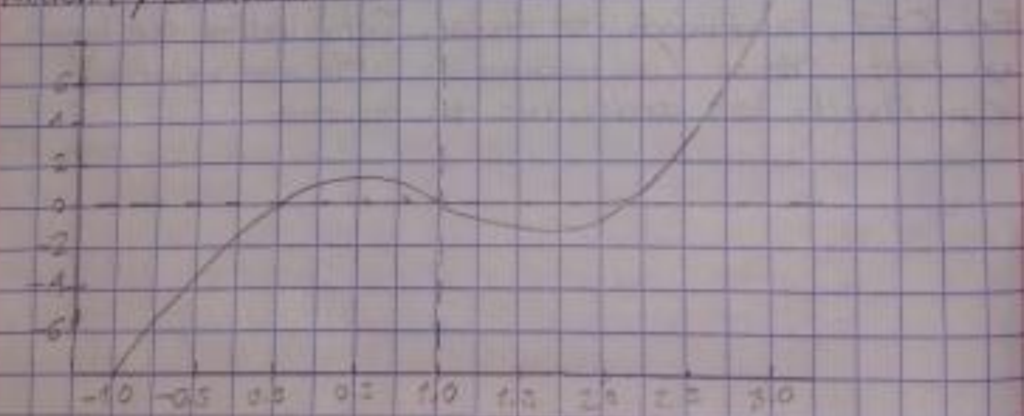
$$f''(x) = 6x - 6$$

$f''(x) = 0$

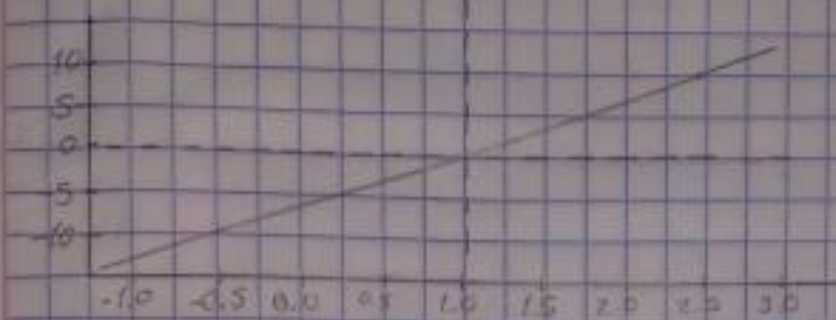
$6x - 6 = 0 \longrightarrow x = 1$

Para $x < 1$ $f''(x) < 0$ (cóncava hacia abajo)
Para $x > 1$ $f''(x) > 0$ (Cóncava hacia arriba)
$x = 1$ es un punto de inflexión

Función 1 y concavidad



Segunda derivada de función 1



Ejemplo 2 $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 4x$

$f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 12x + 4$

$f''(x) = -12x^2 + 24x - 12$

$f''(x) = 0$

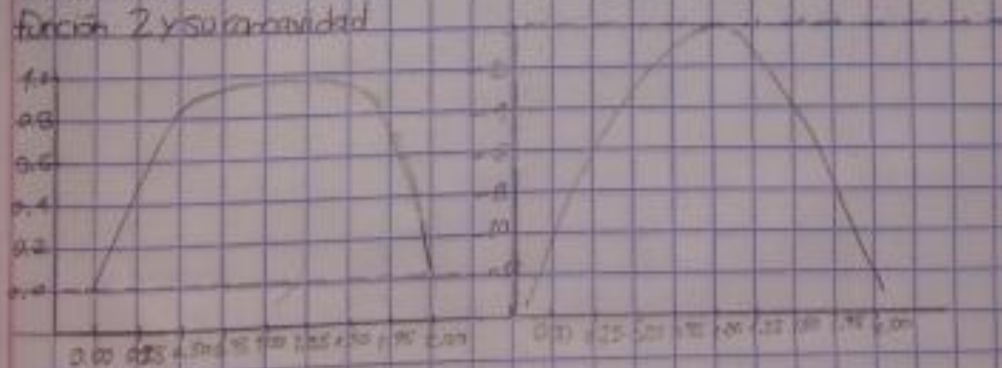
$-12x^2 + 24x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$

Para $x < 1$ $f''(x) < 0$ (cóncava hacia abajo)

Para $x > 1$ $f''(x) < 0$ (cóncava hacia abajo)

$x = 1$ no es un punto de inflexión porque la concavidad no cambia

función 2 y su concavidad



Lista de Cotejo para resolución de ejercicios.

<table>
<tr><td colspan="2">Nombre de la Materia:
Cálculo Diferencial.</td><td colspan="3">Grupo: 106-A</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Profesor: Ing. Manuel Montoya N.</td><td colspan="3">Instituto: ITSSAT</td></tr>
<tr><td colspan="3">Unidad: 4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Alumno: ZAMUDIO CORTÉS FRANCO</td><td colspan="3">Fecha de aplicación: 09-12-2024</td></tr>
<tr><td colspan="5">INSTRUCCIÒN</td></tr>
<tr><td colspan="5">Revisar los documentos o actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia a evaluar se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” ocúpela cuando tenga que hacer comentarios referentes a lo observado.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">VALOR DEL REACTIVO</td><td rowspan="2">CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)</td><td colspan="2">CUMPLE</td><td rowspan="2">OBSERVACIONES</td></tr>
<tr><td>SI</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>2%</td><td>Presenta un trabajo limpio y ordenado.</td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2%</td><td>Escribe los ejercicios en forma clara en su trabajo.</td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2%</td><td>Utiliza las ecuaciones y fórmulas adecuadas.</td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2%</td><td>La respuesta de los ejercicios es la correcta.</td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2%</td><td>Presenta los resultados en forma clara.</td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>10%</td><td>CALIFICACIÓN</td><td>10</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Instituto Tecnologico Superior de San Andrés Tuxtla

Materia: Calculo Diferencial. Grupo: 106-A Fecha: 9/12/24

Estudiante: Franco Camacho Cortés

Serie de ejercicios de la cuarta unidad

1- Para las siguientes funciones obtén:

a) Los puntos críticos, los puntos máximos o mínimos locales y los puntos de inflexión. Aplica la primera y segunda derivada para obtener los puntos máximos y mínimos

b) Realiza la grafica y señala todos los puntos.

1- $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}$

$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\right) = 2x + \frac{1}{2}$

$f''(x) = \frac{d}{dx}\left(2x + \frac{1}{2}\right) = 2$

Puntos críticos $f'(x) = 0$

$2x + \frac{1}{2} = 0$ $x = -\frac{1}{4}$ es un mínimo local

$f''(x) > 0$

Franco Zamudio Cortés 09/12/24

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{8}$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{16} - \frac{2}{16} - \frac{2}{16} = -\frac{3}{16}$$

Mínimo local: $\left(-\frac{1}{4}, -\frac{3}{16}\right)$

Franco Zamudio Cortés 09/12/24

3- $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x$

$f'(x) = x^2 + x - 6$

$f'(x) = 0 \qquad x^2 + x - 6 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)}$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \qquad x = \frac{-1 \pm 5}{2}$

$x = 2 \qquad x = -3$

$f''(x) = 2x + 1$

$f''(2) = 2(2) + 1 = 5 > 0$

$f''(-3) = 2(-3) + 1 = -5 < 0$

$f''(x) = 0 \qquad 2x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(-\frac{1}{2}\right)$

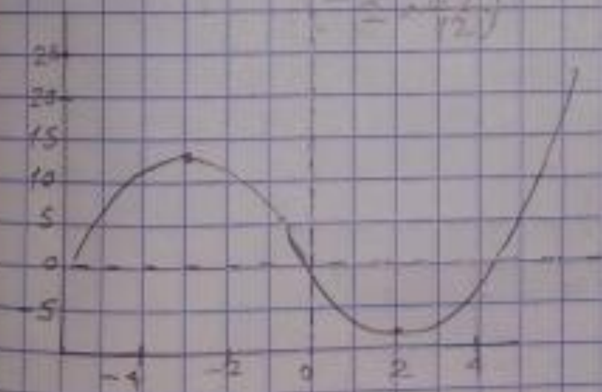
$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-1}{24} + \frac{1}{8} + 3 = \frac{-1}{24} + \frac{3}{24} + \frac{72}{24} = \frac{74}{24} = \frac{37}{12}$

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{37}{12}\right)$

Máximo local: $(-3, f(-3))$

Mínimo local: $(2, f(2))$

Punto de inflexión: $\left(-\frac{1}{2}, \frac{37}{12}\right)$



EXAMEN

Instituto Tecnológico Superior de San Andrés Tuxtla

Materia: Calculo Diferencial Grupo: 106-A fecha: 12/12/24

Estudiante: Franco Zamudio Cortés 30%

Examen de la cuarta unidad

1.- Para las siguientes funciones obtén con la primera y segunda derivada.

a) los puntos críticos, los puntos máximos o mínimos locales, y los puntos de inflexión (si existen)

b) Realiza la gráfica de la función en Geogebra y señala todo los puntos.

1.- $f(x) = x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{2}{25}$

$f'(x) = 2x + \frac{3}{5}$

$f''(x) = 2$

Puntos críticos $f'(x) = 0$

$2x + \frac{3}{5} = 0$

$x = -\frac{3}{10}$

$f(-\frac{3}{10}) = (-\frac{3}{10})^2 + \frac{3}{5}(-\frac{3}{10}) - \frac{2}{25}$

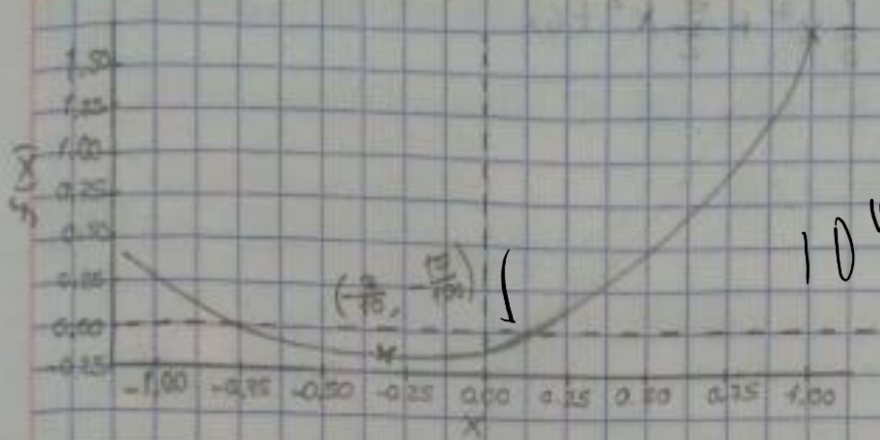
$f(-\frac{3}{10}) = \frac{9}{100} - \frac{9}{50} - \frac{2}{25}$

$f(-\frac{3}{10}) = \frac{9}{100} - \frac{18}{100} - \frac{8}{100}$

$f(-\frac{3}{10}) = -\frac{17}{100}$ ✓

Mínimo local: $(\frac{3}{10}, -\frac{17}{100})$

Franco Zamudio Cortés 12/12/21



10%

2- $f(x) = x^2 - 5x + 6$

$f'(x) = 2x - 5$

$f''(x) = 2$

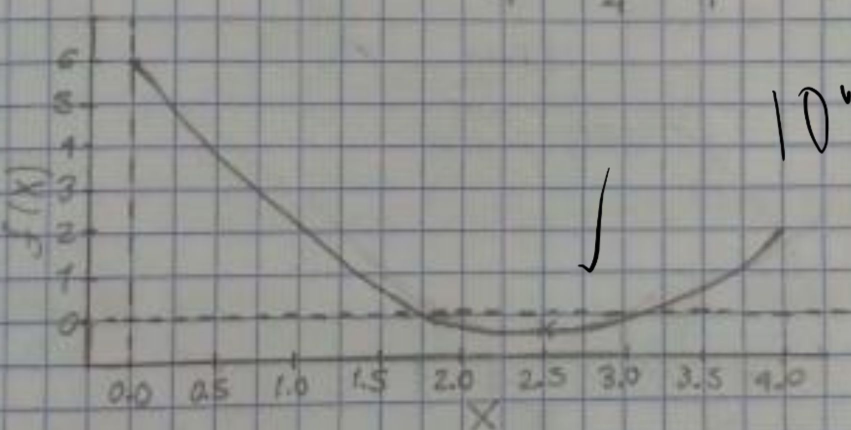
Mínimo local: $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

Puntos críticos:

$f'(x) = 2x - 5 = 0 \longrightarrow x = \frac{5}{2}$

$f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{2}\right) + 6 = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + 6$

$= \frac{25}{4} - \frac{50}{4} + \frac{25}{4} = -\frac{1}{4}$



10%

Franco Zamudio Cortés 12/12/2024

3- $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 6x$

$f'(x) = x^2 + 5x + 6$

$f''(x) = 2x + 5$

Puntos Críticos:

$f'(x) = 0$

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$

$x = -3$ ✓ $x = -2$

$f''(-3) = 2(-3) + 5 = -6 + 5 = -1$

$x = -3$ máximo local

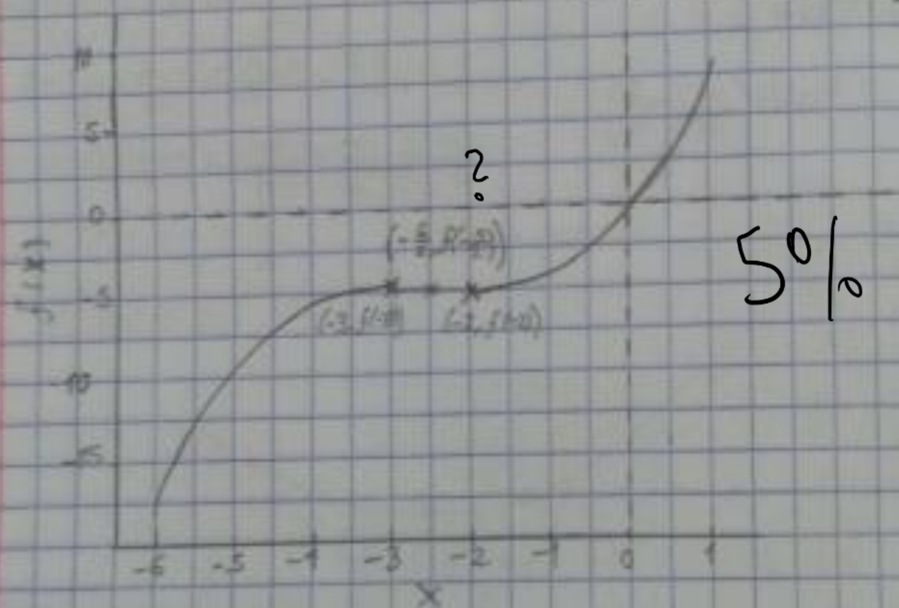
$f''(-2) = 2(-2) + 5 = -4 + 5 = 1$

$x = -2$ mínimo local

Puntos de Inflexión

$f''(x) = 0$

$2x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{2}$



50%

Franco Zamudio Cortés 12/12/24

1- $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1} \cdot (2x + 1)$$

$$f'(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$$

$$f''(x) = \frac{(x^2 + x + 1) \cdot 2 - (2x + 1) \cdot (2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2(x^2 + x + 1) - (2x + 1)^2}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2x^2 + 2x + 2 - (4x^2 + 4x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{-2x^2 - 2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$$

Puntos críticos: $f'(x) = 0$

$$2x + 1 = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$f''(x) =$$

$$f''\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1}{\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 1\right)^2}$$

$$-2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = -2\left(\frac{1}{4}\right) + 1 + 1 = \frac{3}{2}$$

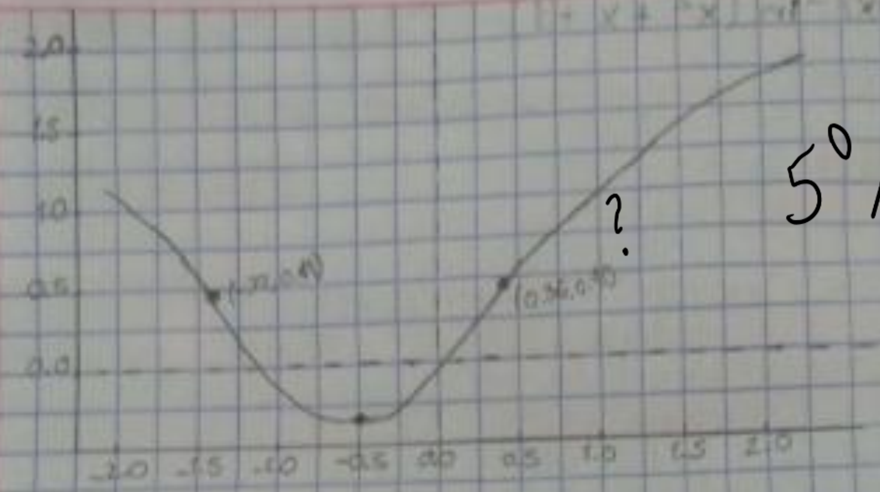
Puntos de inflexión $f''(x) = 0$ $-2x^2 - 2x + 1 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-2)(1)}}{2(-2)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{-4}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{-4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{-4} \qquad x = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Norma

Franco Zamudio Cortés 12/12/24



5%