Osmar De Jesus Velazco Pucheta

4.3 Combinacion Lineal

Fecha 15 . 11 . 24

$(4,2,6)$ $\quad \bar{U}=(1,-1,3)$

$\bar{U}=(2,4,0)$

$(4,2,6)=v_1(1,-1,3)+v_2(2,4,0)$

$(4,2,6)=(v_1,-v_1,3v_1)+(2v_2,4v_2,0v_2)$

$(4,2,6)=(v_1+2v_2,\ -v_1+4v_2,\ 3v_1+0v_2)$

$$\begin{cases} v_1+2v_2=4 \\ -v_1+4v_2=2 \\ 3v_1+0v_2=6 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & 6 \\ 0 & -6 & -6 \end{array}\right]$$

R_1+R_2 $\quad \frac{1}{6}R_2$

$-3R_1+R_3$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 6 \end{array}\right] = \begin{array}{ccc} v_1 & v_2 & \\ \hline 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$-2R_2+R_1$

$-6R_2+R_3$

$(4,2,6)=2(1,-1,3)+1(2,4,0)$

$(2,-2,6)+(2,4,0)$

$(4,2,6)=(4,2,6)$

[illegible] es combinacion lineal

Osmar De Jesus Velazco Pucheta

4.2 Subtema: Subespacios vectoriales

Fecha 15 11 24

Problema 1: Determinar si el conjunto W es subespacio vectorial bajo la condición dada

40

$W = a, b, c \mid 4a + 2b + c = 0;\ a, b, c \in R$

- Solución: Tomando en cuenta la condición dada $c = 4a + 2b$ el nuevo conjunto W es:

$W = a, b, 4a + 2b \mid a, b, c \in R$

- Verificando axiomas:

1° Cerradura para la suma
$\vec{u} + \vec{v} = a_1, b_1, 2b + a_2 + b_2 + 4a_2 + 2b_2$
$a_1 + a_2, b_2 + 4a_2 + 2b_1 + 2b_2$
$a_1 + a_2, b_1 + b_2, 4a_1 + a_2 + 2b_1 + b_2$

$a_3 = a_1 + a_2$, $a_3, b_1 + b_2 = b_3$ Coloca
$\vec{u} + \vec{v} = a_3, b_3, 4a_3 + b_3 \in W$

2 Cerradura para la multiplicación

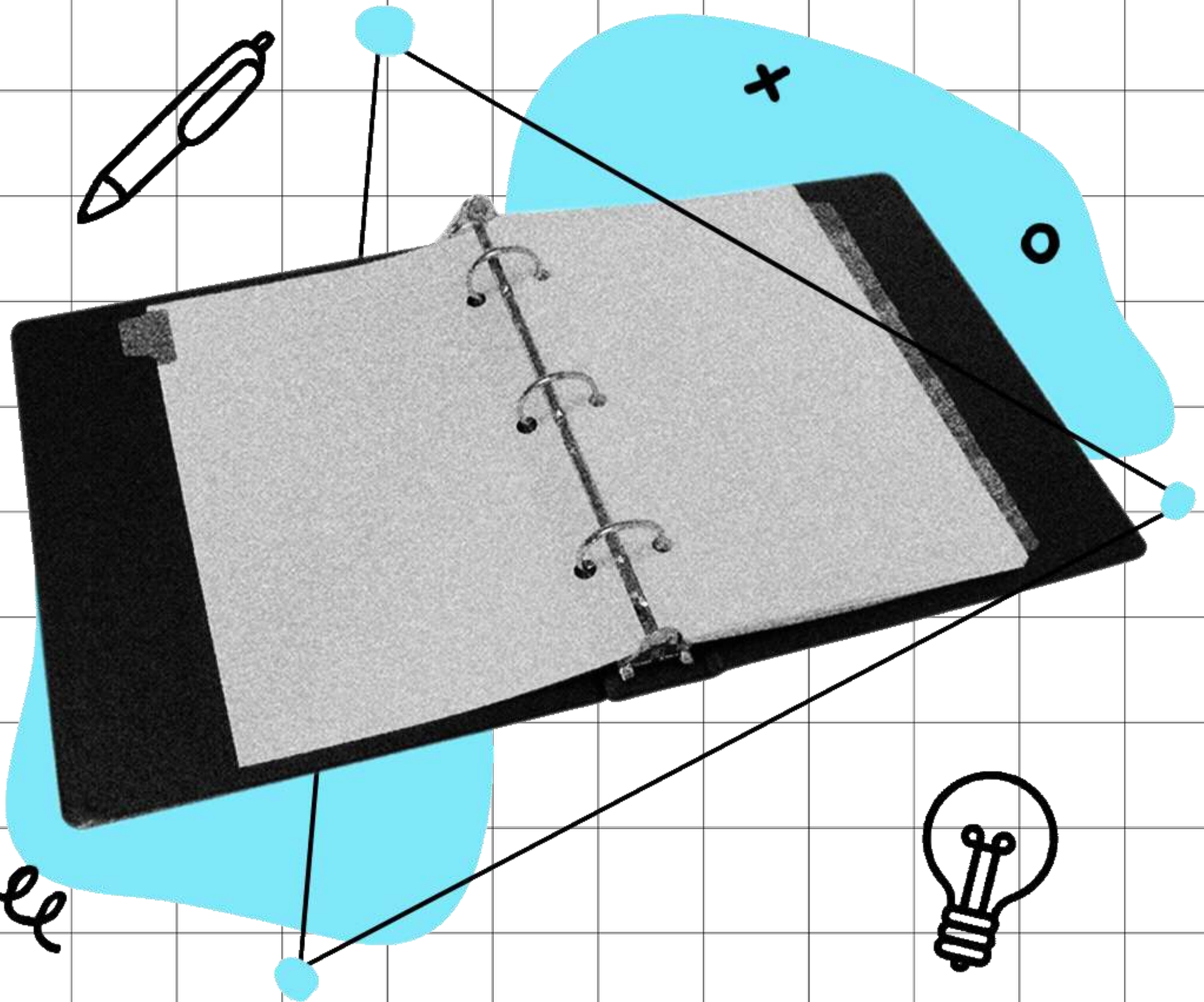
$\alpha \cdot a, b, 4a + 2b$
$\alpha a, \alpha b, 4\alpha a + 2\alpha b$

$\alpha a = a_4$; $\alpha b = b_4$ Coloca

$\alpha\vec{u} = a_4, b_4, 2b_4 \in W$

- Por lo tanto se comprueba que W si es subespacio vectorial de R^3

4.5 Espacio Vectorial Con Producto Interno Y Sus Propiedades



Integrantes del equipo

Osmar De Jesus Velazco Pucheta

Dibanhi Alejandra Bravo López

Selene Yamileth Hernández

Lesly Catemaxca Aparicio

Jorge Francisco Moto Cobaxin

Fátima Esmeralda Fararoni Flores

Introducción

Un espacio vectorial con producto interno es una estructura matemática fundamental en álgebras lineales, análisis funcional y física cuántica. Combina las propiedades de los espacios vectoriales con las de los productos internos, permitiendo la definición de conceptos como norma, distancia, ortogonalidad y base ortonormal

SIMBOLOGIA

01

SÍMBOLOS BÁSICOS

1. V: Espacio vectorial
2. F: Campo de escalares (ℝ o ℂ)
3. v, w, u: Vectores en V
4. α, β, γ: Escalares en F
5. ⟨·, ·⟩: Producto inte

rno

02

Notaciones de producto interno*

1. ⟨v, w⟩: Producto interno de v y w
2. (v | w): Notación alternativa para ⟨v, w⟩
3. v · w: Producto escalar (para espacios euclídeos)

Propiedades del producto interno

1. $||v|| = \sqrt{\langle v, v\rangle}$: Norma (longitud) de v
2. $d(v, w) = ||v - w||$: Distancia entre v y w
3. $v \perp w$: Ortogonalidad entre v y w ($\langle v, w\rangle = 0$)
4. $v \equiv w$: Equivalencia de vectores ($v - w = 0$)

03

Bases y coordenadas

1. $\{e_1, ..., e_{\square}\}$: Base ortonormal de V

2. $[v] = (\alpha_1, ..., \alpha_{\square})$: Coordenadas de v respecto a la base $\{e_1, ..., e_{\square}\}$

3. $v = \alpha_1 e_1 + ... + \alpha_{\square} e_{\square}$: Descomposición de v en la base

Operadores lineales

1. T: Operador lineal en V

2. $T(v) = w$: Imagen de v bajo T

3. $Ker(T) = \{v \mid T(v) = 0\}$: Núcleo (kernel) de T

4. $Im(T) = \{w \mid \exists v, T(v) = w\}$: Imagen de T

NORMA

Longitud, magnitud o norma de un vector Rn esta dada por:

1. Si $||v|| = 1$ se trata de un vector unitario

2. $||v|| = 0$

3. $||v|| = 0$ y solo si $v = 0$

DISTANCIA

Distancia entre dos vectores u y v

d(u, v) = |[u-v||

1. $d(u, v) >= 0$
2. $d(u, v) = 0$ si y solo si $u=v$
3. $d(u,v)=d(v,u)$

¿Qué es un espacio vectorial con producto interno?

Un producto interno sobre un espacio vectorial una operación que asigna a cada par de vectorial y v en V un numero real cu,v>

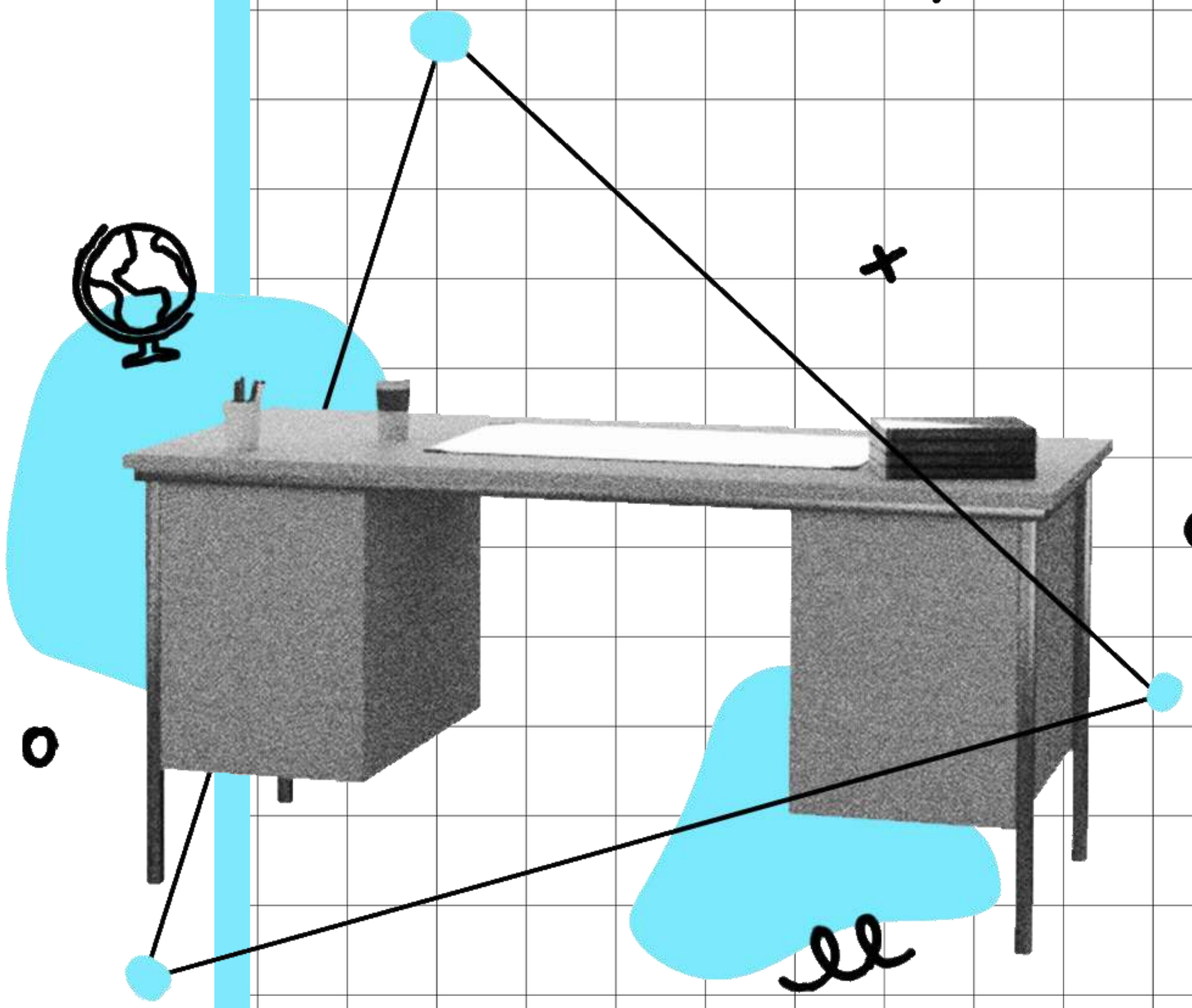
El producto interior euclidiano es solo uno mas de los productos internos que se tiene que definir en Rn para distinguir entre el producto interno normal y otros posibles productos internos. Dos vectores son ortogonales si su producto escalar es 0. Si el producto interno es -1, los vectores son

antiparalelos.

Se usa la siguiente notación:

u•v=producto interno euclidiano para Rn

<u,v>= producto interno general para espacios vectoriales



Propiedades de los espacios vectoriales con producto interno

Un producto interior sobre V es una función que asocia un numero real <u,v> con cada par de vectores u y v cumple los siguientes axiomas.

1. <u><u>
2. <u,v+w> <u,v> <u,w>
3. c<u,v>= <cu,v>
4. <v,v>=>0, y <v,v>=0 si y solo si v=0

Producto interno euclidiano

El producto punto de los dos vectores u = (U1, U2... Un) y v = (V1, V2... v) es la cantidad escalar.

u•v= U1 V1 +U2 V2 + ...Un Vn

Ejemplo

$$\int_0^2 (2x-2)(x^3+1)dx$$

$$\int_0^1 (x^2)(x-1)dx$$

u=(11,5,-8) v=(3,1,-8) w=(1,2,3)

Conclusion

Un espacio vectorial con producto interno es una estructura que combina la teoría de espacios vectoriales con la noción de producto interno, lo que permite no solo realizar operaciones algebraicas con vectores, sino también definir conceptos geométricos clave como longitud (norma), ángulo y ortogonalidad.

MUCHAS GRACIAS

Por ver esta presentación

INSTITUTOTECNOLOGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA

LISTA DE COTEJO PARA INVESTIGACION DOCUMENTAL

DATOS GENERALES			
Nombre del alumno: VELAZCO PUCHETA OSMAR DE JESUS			
GRUPO:	307-A	ESPECIALIDAD:	GESTION EMPRESARIAL

ITSSAT		NOMBRE DEL CURSO: ALGEBRA LINEAL
NOMBRE DEL DOCENTE: HUMBERTO VEGA MULATO		FIRMA DEL DOCENTE
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN		
PRODUCTO: INVESTIGACION	FECHA: 15/11/24	PERIODO ESCOLAR: AGOSTO-DICIEMBRE 2024
INSTRUCCIONES DE APLICACIÓN		
Revisar las actividades que se solicitan y marque con una X en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" escriba indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.		

VALOR DEL REACTIVO	**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
		SI	**NO**	
5%	Presentación El trabajo cumple con los requisitos de: **a.** Buena presentación	X		
2%	**b.** Introducción	X		
2%	**c.** Ortografía	X		
2%	**d.** Desarrollo coherente del tema	X		
2%	**e.** citar fuentes de información	X		
2%	**Enfoque:** buscar información para dar respuestas satisfactorias a cuestionamientos sobre fenómenos, estudiar profundamente un problema a fin de obtener datos suficientes que permitan hacer ciertas proyecciones.	X		
2%	**Elaboración**: Debe partir de una selección adecuada de la información	X		
3%	**Responsabilidad:** Entregó la investigación documental en la fecha y hora señalada.	X		
20%	CALIFICACIÓN	**20%**		

Problemario IV

1 Encontrar una base y la dimencion del subespacio vectorial
$S = <(1,2-1,3)(2,1,0,-2)(0,1,2,1)(3,4,1,2)$

Solución. Un sistema generador de S es $A = (1,2-1,3)(2,1,0-2)$
$(0,1,2,1)(3,4,1,2)$ pero A

$(0,0,0,0) = a_1(1,2-1,3) + a_2(2,1,0-2) + a_3(0,1,2,1) + a_4(3,4,1,2)$

$$\begin{cases} 0 = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 3a_3 \\ 0 = 2a_1 + a_2 + a_3 + 4a_1 \\ 0 = -a_1 + 2a_3 + a_4 \\ 0 = 3a_2 - 2a_2 + a_3 + 2a_3 \end{cases}$$

y el sistema anterior tiene solución

$$a = 1 = a_2 = a_3 = a_4$$

Observamos que $(3,4,1,2)$ es combinación lineal de los anter
Luego A $\{(1,2-1,3)(2,1,0-2)(0,1,2,1)$ es tambien lineal
sistema generada de S pe
$(0,0,0\,0) = B_1(1,2,-1,3) B_2(2,1,0,-2) + B_3(0,1,2,1) =$

$$0 = B_1 + 2B_2$$
$$0 = 2B_1 + 2B_2 + 3B_3 +$$
$$0 = B_1 + 2B_3$$
$$0 = 3B_2 - 2B_2 + B_3$$

y el sistema anterior solo tiene solució a $B_1 = B_2 = B_3 = 0$ es deci
$(1,2-1,3)(2,1,0-2)(0,1,2,1)$ es libre

2 Determinar si el subconjunto W es un subespacio vectorial

$$W = a, b, c \mid 4a + 2b - c = 0; a, b, c$$

- Tomando en cuenta la solución dado $c = 4a + 2b$ el nuevo conjunto W =

$$W = a, b, 4a + 2b \mid a, b \in R$$

- Verificando axiomas

1: Cerradura para la suma

$\bar{U} + \bar{V} = a_1 + b_1 + 4a_1 + 2b_1 + a_2\, b_2 + 2b_2$

$= a_1 + a_2\; b_1 + b_2\; 4a_1 + 2b_1 + 2b_2$

$= a_1 + a_2 = a_3;\; b_1 + b_2 + b_3$

2: Cerradura para la multiplicación

$a\bar{U} = a\;\; a, b, 4a + 2b$

$= aa, ab, 4aa + 2ab$

si $aa = a_4$ $ab = b_4$ entonces

$a\bar{U} = a_4\, b_4\; 4a_4 + 2b_4 \in W \Leftarrow$ cumple

- Por tanto el subconjunto W si es un subespacio vectorial R^3

3. $(4,2,6)$ $\quad u=(1,-1,3)$

$v=(2,4,0)$

$(4,2,6)=v_1(1,-1,3)+v_2(2,4,0)$

$(4,2,6)=(v_1, v_1, 3v_1)+(2v_2, 4v_2, 0v_2)$

$(4,2,6)=v_1+2+v_2 - v_1+4v_2 \quad 3v_1+0v_2$

$$\begin{aligned} v_1+2v_2&=4 \\ -v_1+4v_2&=2 \\ 3v_1+0v_2&=6 \end{aligned} \qquad \left|\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \end{array}\right| = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & 6 \\ 0 & -6 & -6 \end{array}\right]$$

R_1+R_2 $\quad$ $\frac{1}{6}R_1$

$-3R_1+R_3$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -6 & -6 \end{array}\right] = \left|\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$(4,2,6)=v_1(1,-1,3)+v_2(2,4,0)$

$=2(1,-1,3)+1(2,4,0)$

$=(2,-2,6)+(2,4,0)$

$=(4,2,6)$

4 $\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$ $2x - y + 3z = 0,\ 4x - 2y + 6z = 0\ -6x + 3y - 9z = 0$

$$\begin{aligned} 2x - y + 3z &= 0 \\ 4x - 2y + 6z &= 0 \\ 6x + 3y - 9z &= 0 \end{aligned} \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 4 & -2 & 6 & 0 \\ -6 & 3 & 9 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} R_2 \to R_2 - 2R_1 \\ \\ R_3 \to R_3 + 3R_1 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad 2x - y + 3z = 0 \to Y = 2x + 3Z$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2x + 3z \\ z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 2x \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 3z \\ 2 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Base} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Dimencio = # vectoria = 2
bas-

5 Determinar el valor x para que el vector $(1, x, 5)$ Pertenezca al subespacio $<(1,2,3)(1,1,1)>$

Solución $(1, x, 5)$ pertenece al subespacio $<(1,2,3),(1,1,1)>$ si y solo si $(1,x,5)$ es combinación lineal de $(1,2,3)$ y $(1,1,1)$

Osea si existe. $a, B \in R$ tales que

$$(1,x,5) = a(1,2,3) + B(1,1,1)$$

Pero entonces

$$1 = a + B$$
$$x = 2a + B$$
$$5 = 3a + B$$

y resolviendo el sistema anterior, tenemos. $a = 2, B = 1$ y $x = 3$

6 Usar el procedimiento de Gram Schmidt para convertir la base

$B = \{(3,4), (1,0)\}$
$\quad v_1 \quad\quad v_2$

paso 1 construye una base ortogonal de vectores

① $w_1 = (3,4)$ -> vector ortogonal
② $w_2 = (1,0) \; \langle v_2, w_1 \rangle \; (3,4)$

$\langle v_2, w_1 \rangle = v_1 \circ w_1 = (1,0) \circ (3,4) = 3+0 = 3$
$\langle w_1, w_1 \rangle = w_1 \circ w_1 = (3,4) \circ (3,4) = 9+16 = 25$

$$w_2 = (1,0) - \frac{3}{25}(3,4)$$
$$w_2 = (1,0) \left(-\frac{9}{25}, \frac{12}{25}\right)$$
$$w_2 = \left(1 - \frac{9}{25}, 0 - \frac{12}{25}\right)$$

$$w_2 = \left(\frac{16}{25}, -\frac{12}{25}\right)$$ vector ortogonal

INSTITUTO TECNOLOGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA

LISTA DE COTEJO DE PROBLEMARIO

DOCENTE: **HUMBERTO VEGA MULATO**			ASIGNATURA: ALGEBRA LINEAL
		DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN	
ITSSAT		NOMBRE DEL ALUMNO: VELAZCO PUCHETA OSMAR DE JESUS	**UNIDAD:IV**
PERIODO AGOSTO-DICIEMBRE2024	**GRUPO: 307-A**		**FECHA DE ENTREGA:15/11/24**
		INSTRUCCIONES	
		Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.	

VALOR DEL REACTIVO		**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
			SI	**NO**	
5%		**PRESENTACIÓN:** El trabajo cumple con los requisitos de **a.** Buena presentación **b.** No tiene faltas de ortografía **c.** Ordenado y limpio	X		
10%		**FORMATO DE ENTREGA**: Hoja de presentación (asignatura, unidad, tema de estudio, docente, fecha, nombre del alumno), fuente de información, lista de cotejo con datos correspondientes y presentar en su cuadernillo de tareas.	X		
10%		**DESARROLLO DE EJERCICIOS**: Identifica los principios, leyes, normas e incluso técnicas y metodologías apropiadas, si el ejercicio lo permite, debe de presentar: Enunciado, datos, fórmula, sustitución y resultado.	X		
10%		**RESULTADO:** El alumno llega al resultado correcto, con sus respectivas unidades y presenta la interpretación lógica de cada resultado obtenido en una conclusión.	X		
5%		**RESPONSABILIDAD**: Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.	X		
40%		**CALIFICACIÓN**	40%		