

ITSSAT
ING. ELECTROMECAÁNICA
MECAÁNICA DE MATERIALES
HECTOR MIGUEL
AMADOR CHAGALA
PROPLE MARIO U-2
CARLA VIVIANA
CONTRERAS MARTINEZ
04/10/2024
GRUPO: 302 A

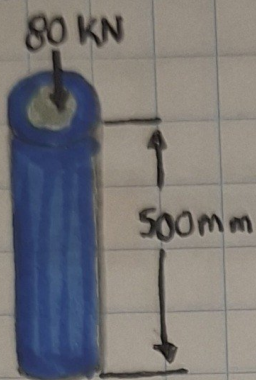
Carla Viviana Contreras Martinez 302A

Mecánica de Materiales

D 04 M 10 A 2024

Scribe

4-33. Un tubo de acero está lleno de concreto y sometido a una fuerza de compresión de 80 kN. Determine el esfuerzo en el concreto y en el acero debido a esta carga. El tubo tiene un diámetro exterior de 80 mm y un diámetro interior de 70 mm. $E_{ac} = 200 \text{ GPa}$, $E_c = 24 \text{ GPa}$.



$$\uparrow \sum F_y = 0; \quad p_{st} + p_{con} - 80 = 0$$

$$s_{st} - s_{con} = \frac{P_{st} L}{\frac{\pi}{4} (0.08^2 - 0.07^2) (200) (10^9)} = \frac{D_{con} L}{\frac{\pi}{4} (0.07^2) (24) (10^9)}$$

$$p_{st} = 2.5510 p_{con}$$

$$P_{st} = 57.47 \text{ kN} \quad p_{con} = 22.55 \text{ kN}$$

$$\sigma_{st} = \frac{P_{st}}{A_{st}} = \frac{57.47 (10^3)}{\frac{\pi}{4} (0.08^2 - 0.07^2)} = 48.78 \text{ MPa Ans}$$

$$\sigma_{con} = \frac{P_{con}}{A_{con}} = \frac{22.53 (10^3)}{\frac{\pi}{4} (0.07^2)} = 5.85 \text{ MPa Ans}$$

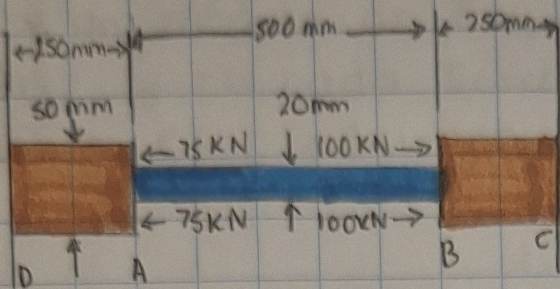
Carla Viviana Contreras Martinez 302A

Mecánica de Materiales

D 04 M 10 A 2024

Scribe

4-38. La barra compuesta consiste en un segmento AB de acero A-36 de 20 mm de diámetro y de segmentos extremos DA y CB de bronce C83400 de 50 mm de diámetro. Determine el desplazamiento de A respecto a B debido a la carga aplicada.



$$\delta \leftarrow 0 = \Delta_D - \delta_D$$

$$0 = \frac{150(10^3)(500)}{\frac{\pi}{4}(0.05)^2(200)(10^9)} = \frac{50(10^3)(250)}{\frac{\pi}{4}(0.02)^2(200)(10^9)} - \frac{F_D(500)}{\frac{\pi}{4}(0.05)^2(100)(10^9)} - \frac{F_D(500)}{\frac{\pi}{4}(0.02)^2(200)(10^9)}$$

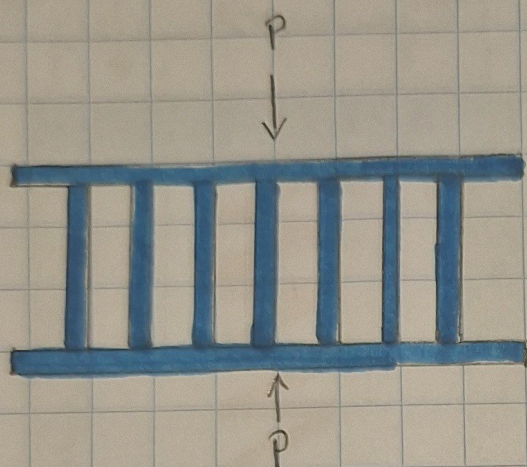
$$F_D = 107.89 \text{ kN}$$

Desplazamiento:

$$\delta_{A/B} = \frac{P_{AB} L_{AB}}{A_{AB} E_{st}} = \frac{107.89(10^3)(500)}{\frac{\pi}{4}(0.02)^2(200)(10^9)} = 0.335 \text{ mm Ans}$$

Mecánica de Materiales

4-44. El espécimen representa una matriz reforzada con filamentos, la cual está fabricada con plástico (matriz) y vidrio (fibra). Si se tienen n fibras, cada una con área A_f de sección transversal y un módulo de E_f , embebidas en una matriz con área transversal A_m y un módulo de E_m , determine el esfuerzo en la matriz y en cada fibra cuando se aplica la fuerza P sobre el espécimen.



$$\uparrow \sum F_y = 0; P - P_m - P_f = 0$$

$$\delta_m = \delta_f = \frac{P_m L}{n A_f E_f}; P_m = \frac{A_m E_m}{n A_f E_f}$$

$$P_m = \frac{A_m E_m}{n A_f E_f + A_m E_m} P; P_f = \frac{n A_f E_f}{n A_f E_f + A_m E_m} P$$

$$\sigma_m = \frac{P_m}{A_m} = \left(\frac{A_m E_m}{n A_f E_f + A_m E_m} \right) \frac{P}{A_m} = \frac{E_m}{n A_f E_f + A_m E_m} P \quad \text{Ans}$$

$$\sigma_f = \frac{P_f}{n A_f} = \left(\frac{A_m E_m}{n A_f E_f + A_m E_m} P \right) \frac{1}{n A_f} = \frac{E_f}{n A_f E_f + A_m E_m} P \quad \text{Ans}$$

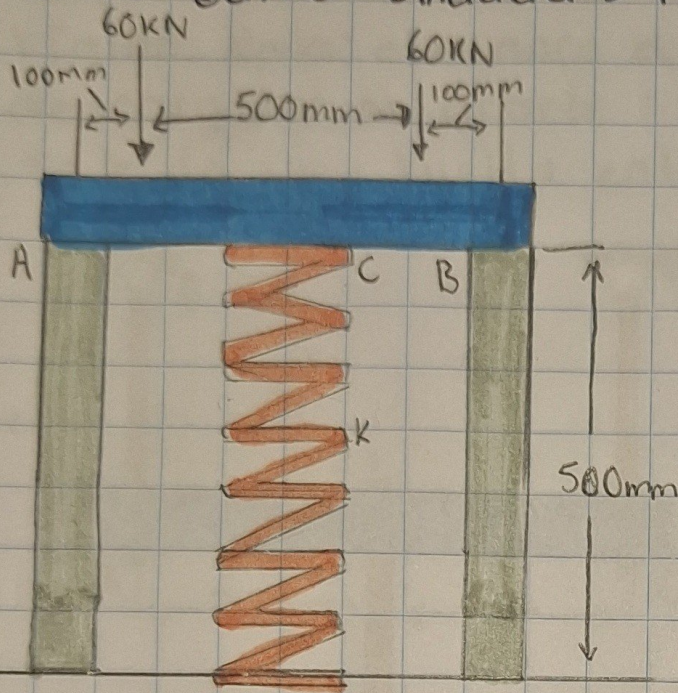
Carla Viviana Contreras Martinez 302A

Mecánica de Materiales

D 04 M 10 A 24

Scribe®

4.51. La barra rígida esta soportada por dos postes cortos de madera y un resorte. Si cada uno de los postes tiene una altura de 500mm y área transversal de 800mm^2 y el resorte tiene una rigidez $k=1.8\text{MN/m}$ y una longitud no estirada de 520mm, determine la fuerza en cada poste después de aplicada la carga a la barra $E_{\text{madera}} = 11\text{GPa}$.



$$F_A = F_B = F$$

$$\uparrow \sum F_y = 0; F_{sp} + 2F - 120(10^3) = 0$$

$$F_{sp} = k(\delta_A + 0.02)$$

$$= 1.8(10^6) \left(\frac{F(0.5)}{800(10^{-6})(11)(10^9)} + 0.02 \right)$$

$$= 0.10227F + 3600$$

$$F_{sp} = 40.1\text{ kN}$$

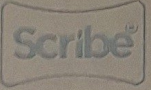
$$F = 40.0\text{ kN}$$

$$\delta_A = \delta_B = \frac{FL}{AE} = \frac{40.0(10^3)(0.5)}{800(10^{-6})(11)(10^9)} = 0.00227\text{ m} = 2.27\text{ mm}$$

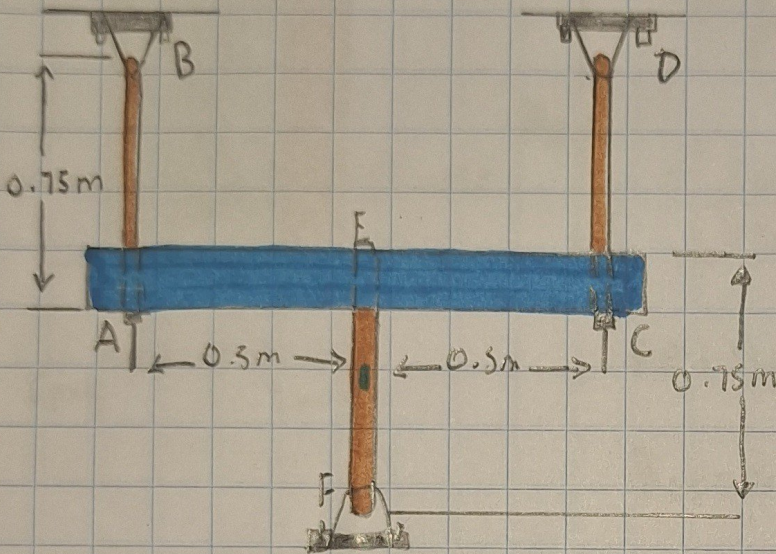
Carla Viviana Contreras Martinez 302A

Mecánica de Materiales

D 04 M 10 A 2024



4 - 55. El miembro rígido es mantenido en la posición mostrada por tres barras de acero A-36. Cada barra tiene una longitud inicial (no alargado) de 0.75m y un área transversal de 125 mm². Determine las fuerzas en las barras si a un nivelador en la barra EF se le da una vuelta entera. El avance el tornillo es de 1.5mm. Desprecie al tamaño del nivelador y suponga que es rígido. Nota: el avance ocasiona que la barra, al estar descargada, se acorte 1.5mm cuando al nivelador se le da una vuelta entera.



$$\sum^+ M_E = 0; -T_{AB}(0.5) + T_{CD}(0.5) = 0$$

$$T_{AB} = T_{CD} = T$$

$$\sum^+ F_y = 0; T_{EF} - 2T = 0$$

$$T_{EF} = 2T$$

$$0.0015 = \delta_{A/B} + \delta_{E/F}$$

$$0.0015 = \frac{T(0.75)}{(125)(10^{-6})(200)(10^9)} + \frac{2T(0.75)}{(125)(10^{-6})(200)(10^9)}$$

$$2.25T = 37500$$

$$T = 16666.67 \text{ N}$$

$$T_{AB} = T_{CD} = 16.7 \text{ KN Ans}$$

$$T_{EF} = 33.3 \text{ KN Ans}$$

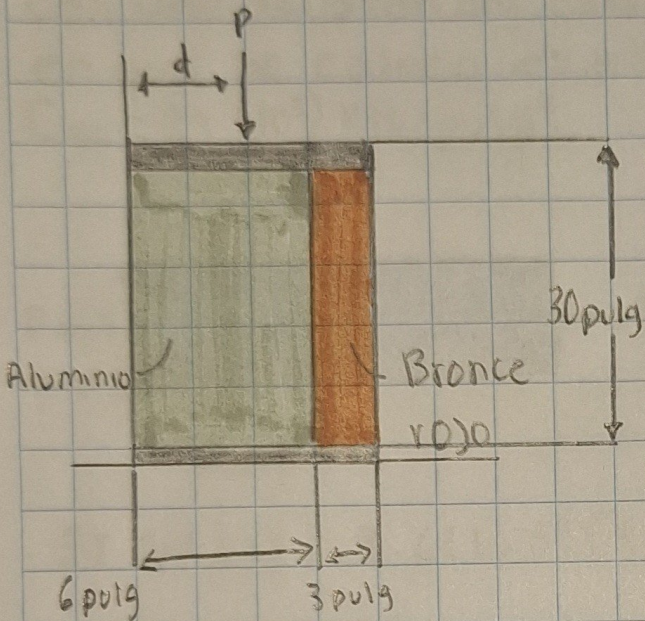
Carla Viviana Contreras Martinez 302A

Mecánica de Materiales

D 04 M 10 A 2024

Scribe®

4.61. El conjunto consiste en un miembro de aluminio 6061-T6 y en un miembro de bronce rojo C83400, confinados entre placas rígidas. Determine la distancia d a que debe colocarse la carga vertical P sobre las placas para que estas permanezcan horizontales cuando el material se deforma. Cada miembro tiene un ancho de 8 pulg y no están adheridos entre sí.



$$\uparrow \sum F_y = 0: F_A + F_B + F_{sp} - 90(10^3) = 0$$

$$0 = \frac{90(10^3)(0.25)}{\frac{\pi}{4}(0.05^2)68.9(10^9)}$$

$$- \left[\frac{(F_B + F_{sp})(0.25)}{\frac{\pi}{4}(0.05^2)68.9(10^9)} + \frac{F_B + F_{sp}}{\frac{\pi}{4}(0.05^2)68.9(10^9) + 200(10^6)} \right]$$

$$F_B + F_{sp} = 23119.45$$

$$E_{sp} = 5BC$$

$$\frac{F_{sp}}{200(10^6)} = \frac{F_B + F_{sp}}{\frac{\pi}{4}(0.05^2)68.9 + 200(10^6)}$$

$$F_B = 2.7057 F_{sp}$$

Carla Viviana Contreras Martinez 302A

Mecánica de Materiales

04

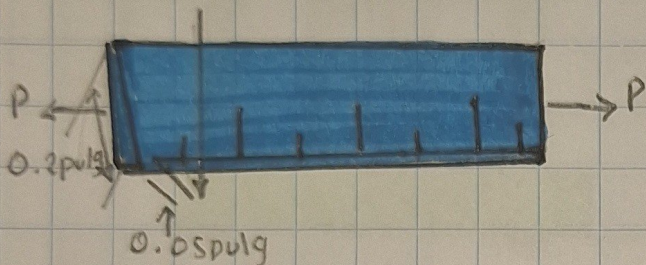
10

2024

Scribe®

9-71. La cinta de acero de un topógrafo va a usarse para medir la longitud de una línea. La cinta tiene una sección transversal rectangular de 0.05 pulg por 0.2 pulg y una longitud de 100 pies cuando $T_1 = 60^\circ\text{F}$ y la tensión en la cinta es de 20 lb.

Determine la longitud verdadera de la línea si la lectura en la cinta es de 463.25 pies al usarla con una tensión de 35 lb a $T_2 = 90^\circ\text{C}$. El terreno en que se coloca es plano. $\alpha_{ac} = 9.60(10^{-6})/^\circ\text{F}$, $E_{ac} = 29(10^3)\text{ Klb/pulg}^2$.



$$\delta T = \alpha \Delta T L = 9.6(10^{-6})(90-60)(463.25) = 0.133416 \text{ Ft}$$

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{(35-20)(463.25)}{(0.2)(0.05)(29)(10^3)} = 0.223961 \text{ Ft}$$

$$L = 463.25 + 0.133416 + 0.223961 = 463.41 \text{ Ft Ans}$$

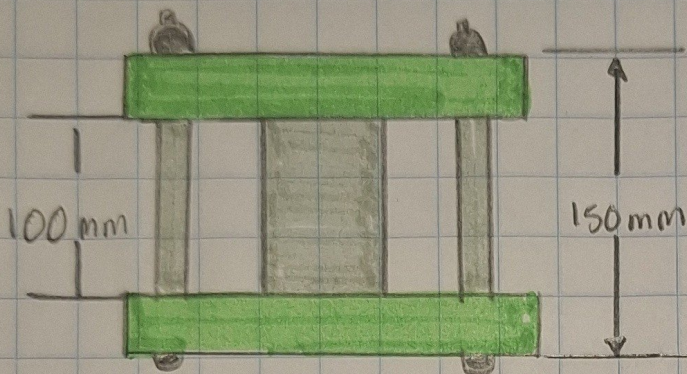
Carla Viviana Contreras Martinez 302A

Mecánica de Materiales

D 04 M 10 A 2024



4-77. El cilindro de 50mm de diámetro está hecho de magnesio Am 1004-T61 y se coloca en la prensa cuando la temperatura es $T_1 = 20^\circ\text{C}$. Si los pernos de acero inoxidable 304 de la prensa tienen cada uno un diámetro de 10mm y apenas aprietan al cilindro con fuerza despreciable contra los cabazales rígidos, determine la fuerza en el cilindro cuando la temperatura se eleva a $T_2 = 130^\circ\text{C}$.



$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad F_{st} = F_{mg} = F$$

$$\delta_{mg} = \delta_{st}$$

$$\alpha_{mg} L_{mg} \Delta T - \frac{F_{mg} L_{mg}}{E_{mg} A_{mg}} = \alpha_{st} L_{st} \Delta T + \frac{F_{st} L_{st}}{E_{st} A_{st}}$$

$$\frac{26(10^{-6})(0.1)(110) - F(0.1)}{44.7(10^9) \frac{\pi}{4} (0.05)^2} = \frac{17(10^{-6})(0.150)(110) + F}{193(10^9) \frac{\pi}{4} (0.01)^2}$$

$$\frac{F(0.150)}{193(10^9) \frac{\pi}{4} (0.01)^2}$$

$$F = 909 \text{ N Ans}$$

ITSSAT

ING. ELECTROMECAÁNICA
MECAÁNICA DE MATERIALES

HECTOR MIGUEL

AMADOR CHAGALA

"PROCEDIMIENTOS DE

ANALISIS DE SISTEMAS IPER"

CARLA VIVIANA

CONTRERAS MARTINEZ

03/10/2024

GRUPO: 302A

Puntos importantes

- El principio de Saint-Venant establece que la deformación y el esfuerzo localizados que ocurren dentro de las regiones de aplicación de la carga o en los soportes tienden a "emparejarse" a una distancia suficientemente alejada de esas regiones.
- El desplazamiento de un miembro cargado axialmente se determina relacionando la carga aplicada al esfuerzo usando $\sigma = P/A$ y relacionando el desplazamiento a la deformación unitaria usando $\epsilon = d\delta/dx$. Finalmente esas dos ecuaciones se combinan usando la ley de Hooke, $\sigma = E\epsilon$, que da la ecuación 4-1.
- Como la ley de Hooke ha sido usada en el desarrollo de la ecuación del desplazamiento, es importante que las cargas no generen fluencia del material y que el material sea homogéneo y se comporte de manera elástico-lineal.

Procedimiento de análisis

El desplazamiento relativo entre dos puntos A y B sobre un miembro cargado axialmente puede determinarse aplicando la ecuación 4-1 (o la ecuación 4-2). La aplicación implica los siguientes pasos.

Fuerza interna

- Use el método de las secciones para determinar la fuerza axial interna P en el miembro.
- Si esta fuerza varía a lo largo de la longitud del miembro, deberá hacerse una sección en una posición arbitraria x medida desde un extremo del miembro y la fuerza deberá representarse como función de x , esto es, $P(x)$.
- Si fuerzas externas constantes actúan sobre el miembro, debe entonces determinarse la fuerza interna en cada segmento del miembro, entre dos fuerzas externas cualesquiera.
- Para cualquier segmento, una fuerza de tensión interna es positiva y una fuerza de compresión interna negativa. Por conveniencia, los resultados de la carga interna pueden mostrarse gráficamente construyendo el diagrama de fuerza normal.

Desplazamiento

- Cuando la sección transversal del miembro varía a lo largo de su eje, el área de esta sección debe expresarse en función de su posición x , esto es, $A(x)$.

- Si el área de la sección transversal, el módulo de elasticidad, o la carga interna cambian bruscamente, la ecuación 4-2 debe aplicarse a cada segmento para el cual estas cantidades sean constantes.
- Al sustituir los datos en las ecuaciones 4-1 a 4-3, asegúrese de usar el signo apropiado P , tal como se vio arriba, y use un conjunto de consistentes de unidades.

Ejemplo 4.2

El conjunto mostrado en la Fig 4-7a consiste en un tubo AB de aluminio con área transversal de 400 mm^2 . Una barra de acero con diámetro de 10 mm está unida a un collarín rígido y pasa a través del tubo. Si se aplica una carga de tensión de 80 kN a la barra, determine el desplazamiento del extremo C de la barra. Considere $E_{ac} = 200 \text{ GPa}$ y $E_{al} = 70 \text{ GPa}$.

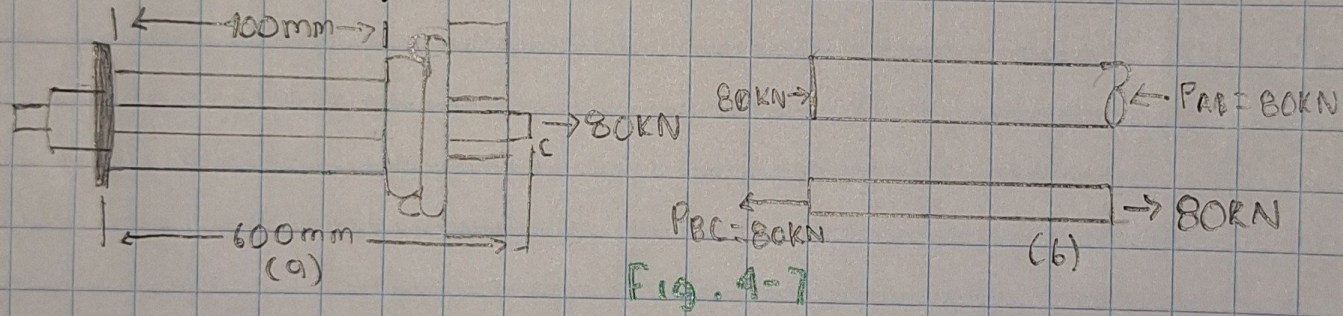


Fig. 4-7

Fuerza interna. El diagrama de cuerpo libre del tubo y de la barra, Fig 4-7b, muestra que la barra está sometida a una tensión de 80 kN y el tubo a una compresión de 80 kN .

Desplazamiento. Determinaremos primero el desplazamiento del extremo C con respecto al extremo B. Trabajando en unidades de newtons y metros, tenemos

Carla Viviana Contreras Martinez 302A

Mecánica de Materiales

D M A
03 10 2024

Scribe®

$$\delta_{C/B} = \frac{PL}{AE} = \frac{[+80(10^3)N](0.6m)}{\pi(0.005m)^2 [200(10^9)N/m^2]} = +0.003056m \rightarrow$$

El signo positivo indica que el extremo C se mueve **hacia la derecha** con respecto al extremo B con respecto al extremo fijo A es:

$$\delta_B = \frac{PL}{AE} = \frac{[-80(10^3)N](0.4m)}{[400mm^2(10^{-6})m^2/mm^2][70(10^9)N/m^2]} = -0.001143m = 0.001143m \rightarrow$$

El signo menos indica aquí que el tubo se acorta, por lo que B se mueve **hacia la derecha** respecto a A.

Puesto que ambos desplazamientos son hacia la derecha, el desplazamiento resultante de C respecto a A es entonces:

$$\left(\overset{+}{\rightarrow} \right) \delta_C = \delta_B + \delta_{C/B} = 0.001143m + 0.003056m = 0.00420m = 4.20mm \rightarrow$$

ITSSAT

ING. ELECTROMECAÁNICA

MECAÁNICA DE MATERIALES

HECTOR MIGUEL

AMADOR CHAGALA

"SISTEMAS HIPERESTÁTICOS

Y ESFUERZOS TÉRMICOS"

CARLA VIVIANA

CONTRERAS MARTINEZ

02/10/2024

GRUPO: 302A

2.9 Problemas estaticamente indeterminados

En los problemas considerados en la sección precedente, siempre se pueden emplear los diagramas de cuerpo libre y las ecuaciones de equilibrio para determinar las fuerzas internas producidas en las distintas porciones de un elemento bajo unas condiciones dadas de carga. Los valores obtenidos de las fuerzas internas luego fueron introducidos en la ecuación (2.8) o en la (2.9) para obtener la deformación del elemento.

Hay muchos problemas, sin embargo, en los cuales no es posible determinar las fuerzas internas usando sólo estática. De hecho, en la mayoría de estos problemas las reacciones mismas, que son externas, no pueden hallarse simplemente dibujando un diagrama de cuerpo libre del elemento y escribiendo las correspondientes ecuaciones de equilibrio.

Las ecuaciones de equilibrio deben complementarse con relaciones que involucren las deformaciones obtenidas considerando la geometría del problema.

Debido a que la estática no es suficiente para determinar las reacciones o las fuerzas internas, los problemas de este tipo se conocen como **estaticamente indeterminados**.

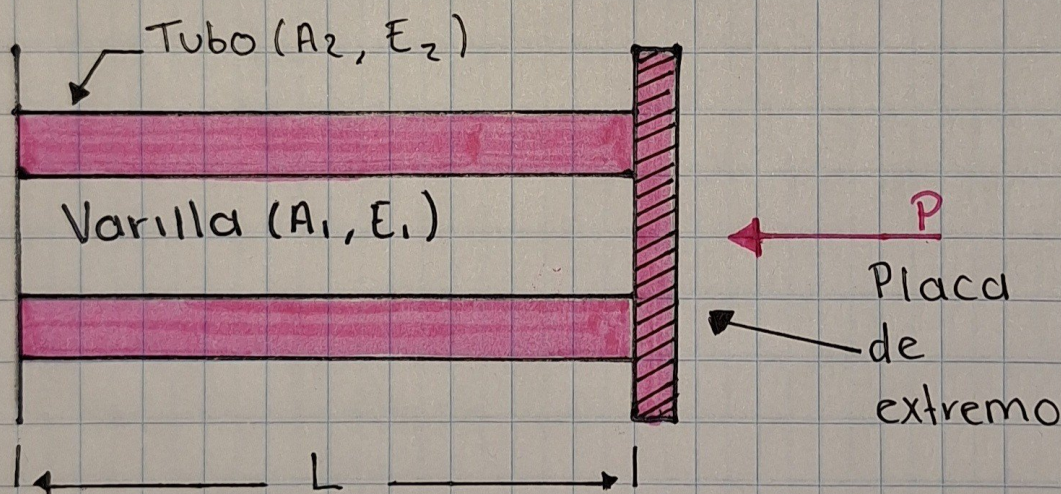
Los siguientes ejemplos mostrarán como manejar este tipo de problemas.

Ejemplo 2.02

Una varilla de longitud L , área de sección transversal A_1 y módulo de elasticidad E_1 , se ha colocado dentro de un tubo con la misma longitud L , pero de área de sección transversal A_2 y módulo de elasticidad E_2 (Figura 2.21a). ¿Cuál es la deformación de la varilla y del tubo cuando una fuerza P se ejerce en la placa rígida del extremo como se muestra en la Figura?

Con P_1 y P_2 , respectivamente, las fuerzas axiales en la varilla y en el tubo, se dibujan diagramas de cuerpo libre de los tres elementos 2.21b. Sólo el último de los diagramas de información significa:

$$P_1 + P_2 = P \quad (2.11)$$



Es claro que una ecuación no es suficiente para determinar las dos fuerzas internas desconocidas P_1 y P_2 . El problema es estáticamente indeterminado.

No obstante, la geometría del problema muestra que las deformaciones δ_1 y δ_2 de la varilla y del tubo deben ser iguales. Tomando en cuenta la ecuación (2.7), se escribe

$$\delta_1 = \frac{P_1 L}{A_1 E_1} \quad \delta = \frac{P_2 L}{A_2 E_2} \quad (2.12)$$

Igualando las deformaciones δ_1 y δ_2 se obtiene:

$$\frac{P_1}{A_1 E_1} = \frac{P_2}{A_2 E_2} \quad (2.13)$$

Las ecuaciones (2.11) y (2.13) pueden resolverse simultáneamente para obtener P_1 y P_2 :

$$P_1 = \frac{A_1 E_1 P}{A_1 E_1 + A_2 E_2} \quad P_2 = \frac{A_2 E_2 P}{A_1 E_1 + A_2 E_2}$$

Cualquiera de las ecuaciones (2.12) podrá emplearse para determinar la deformación común de la varilla y del tubo.

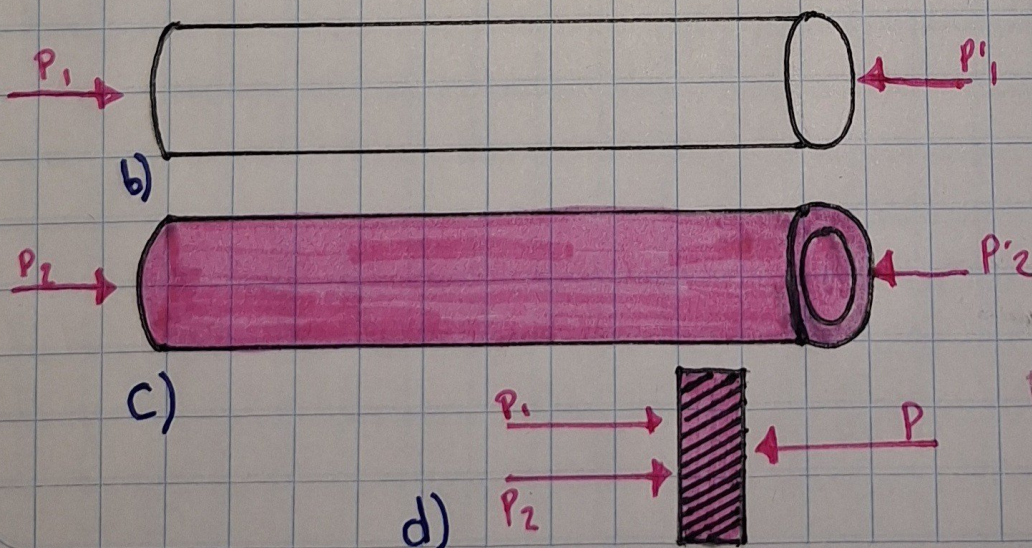


Fig 2.21

2.10 Problemas que involucran cambios de temperatura

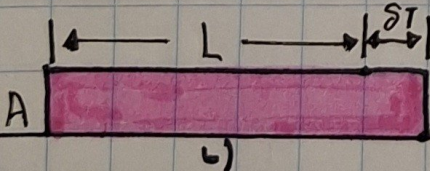
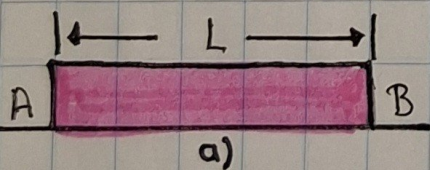
Se ha supuesto que todos los elementos y estructuras que hasta ahora se han considerado se mantienen a la misma temperatura cuando cargan. Ahora se estudiarán varias situaciones que involucran cambios de temperatura.

Primero considere la varilla homogénea AB con sección transversal uniforme, que descansa libremente en una superficie horizontal lisa (figura 2.30a). Si la temperatura de la varilla se eleva en ΔT , se observa que la varilla se alarga con una cantidad δ_T , que es proporcional tanto al cambio de temperatura ΔT como a la longitud L de la varilla (Figura 2.30b). Se tiene que:

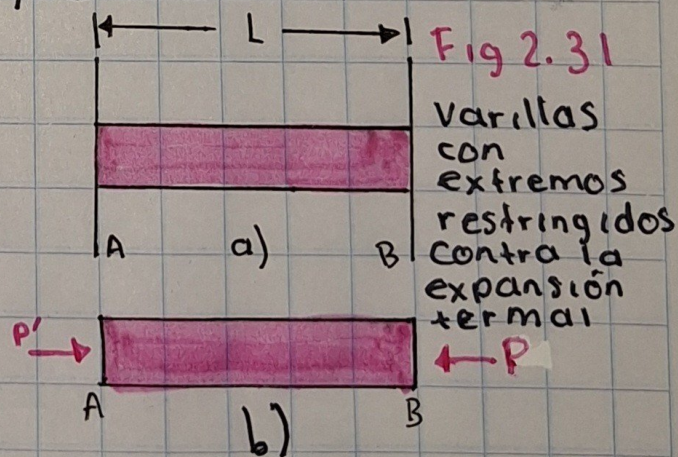
$$\delta_T = a(\Delta T)L$$

donde a es una constante característica del material, llamado **coeficiente de expansión térmica**. Como δ_T debe asociarse una deformación $\epsilon_T = \delta_T/L$, Recordando la ecuación 2.21, se concluye que:

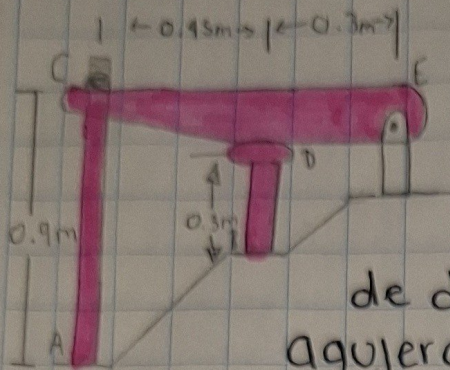
$$\epsilon_T = a\Delta T$$



2.30 Elongación de una varilla debido al incremento de temperatura.



Problema modelo 2.1



La barra rígida CDE está unida a un apoyo con pasador en E y descansa sobre el cilindro de latón de 30 mm de diámetro BD. Una varilla de 22 mm de diámetro AC pasa a través de un agujero en la barra y está asegurada por una tuerca que se encuentra ajustada cuando todo el ensamble se encuentra a 20°C. La temperatura del cilindro de latón se eleva entonces a 50°C mientras que la varilla de acero permanece a 20°C. Suponiendo que no había esfuerzos presentes antes del cambio de temperatura, determine el esfuerzo en el cilindro.

Varilla AC: Acero

Cilindro BD: Latón

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$E = 105 \text{ GPa}$$

$$\alpha = 11.7 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$$

$$\alpha = 20.9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$$

Estatica: Considerando el cuerpo libre del ensamble completo, se tiene que

$$\uparrow \sum M_E = 0: R_A(0.75 \text{ m}) - R_B(0.3 \text{ m}) = 0 \quad R_A = 0.4 R_B$$

Deformaciones: Se utiliza el método de superposición, considerando a R_B como redundante. Con el apoyo en B retirado, la elevación de temperatura en el cilindro provoca que el punto B se mueva hacia abajo δ_T . La reacción R_B debe causar una deflexión δ_i igual a δ_T para que la deflexión final de B sea cero.

Mecánica de Materiales

Deflexión δ_T : Debido a la elevación de temperatura de $50^\circ - 20^\circ = 30^\circ\text{C}$, la longitud del cilindro de latón aumenta en δ_T .

