INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA EVALUACIÓN ESCRITA DE LA UNIDAD III		
NOMBRE DEL DOCENTE: ING. PABLO PROMOTOR CAMPECHANO		ASIGNATURA: PROBABILIDAD Y ESTADISTICA DESCRIPTIVA
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN		
NOMBRE DEL ESTUDIANTE: CRISTAL ALEXANDRA VILLAFUERTE CONCHI		CARRERA: ING. EN GESTION EMPRESARIAL
GRUPO: 307 B	FECHA: 17-11-24	PERIODO ESCOLAR: AGOSTO-DICIEMBRE 2024
INSTRUCCIONES		
Lea cuidadosamente y conteste correctamente lo que se te solicita. El tiempo para responder es de 50 minutos. Si tiene alguna duda sobre lo que se te solicita pregunta al docente. Se puede utilizar calculadora y formulario.		

Resolver el siguiente ejercicio.

PORCENTAJE OBTENIDO: 50%

Los tiempos de descarga para la página principal de un sitio web tienen una media de 7 segundos con una desviación estándar de 2 segundos; los tiempos de descarga tienen una distribución normal, determine la probabilidad de que el tiempo de descarga dure:

Dado:

- Media (μ) = 7 segundos
- Desviación estándar (σ) = 2 segundos

Usamos la fórmula:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

A) Más de 9 segundos.

$$Z = \frac{9-7}{2} = 1$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta Z=1 es **aproximadamente 0.8413**.

La probabilidad de que Z sea mayor que 1:

P(Z>1) = 1−P(Z≤1) = 1−0.8413 = **0.1587**

B) Menos de 9 segundos.

Ya tenemos el valor Z=1 para 9 segundos. La probabilidad acumulada hasta Z=1 es aproximadamente **0.8413.**

C) Entre 5 y 9 segundos.

$$Z = \frac{5-7}{2} = -1 \qquad Z = \frac{9-7}{2} = 1$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar:

- La probabilidad acumulada hasta $Z = -1$ es aproximadamente **0.1587**.
- La probabilidad acumulada hasta $Z = 1$ es aproximadamente **0.8413**.

La probabilidad entre 5 y 9 segundos:

$P(-1<Z<1) = P(Z\leq1) - P(Z\leq-1) = 0.8413-0.1587 =$ **0.6826**

D) Menos de 3.5 segundos

$$Z = \frac{3.5-7}{2} = -1.75$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta $Z = -1.75$ es aproximadamente **0.0401.**

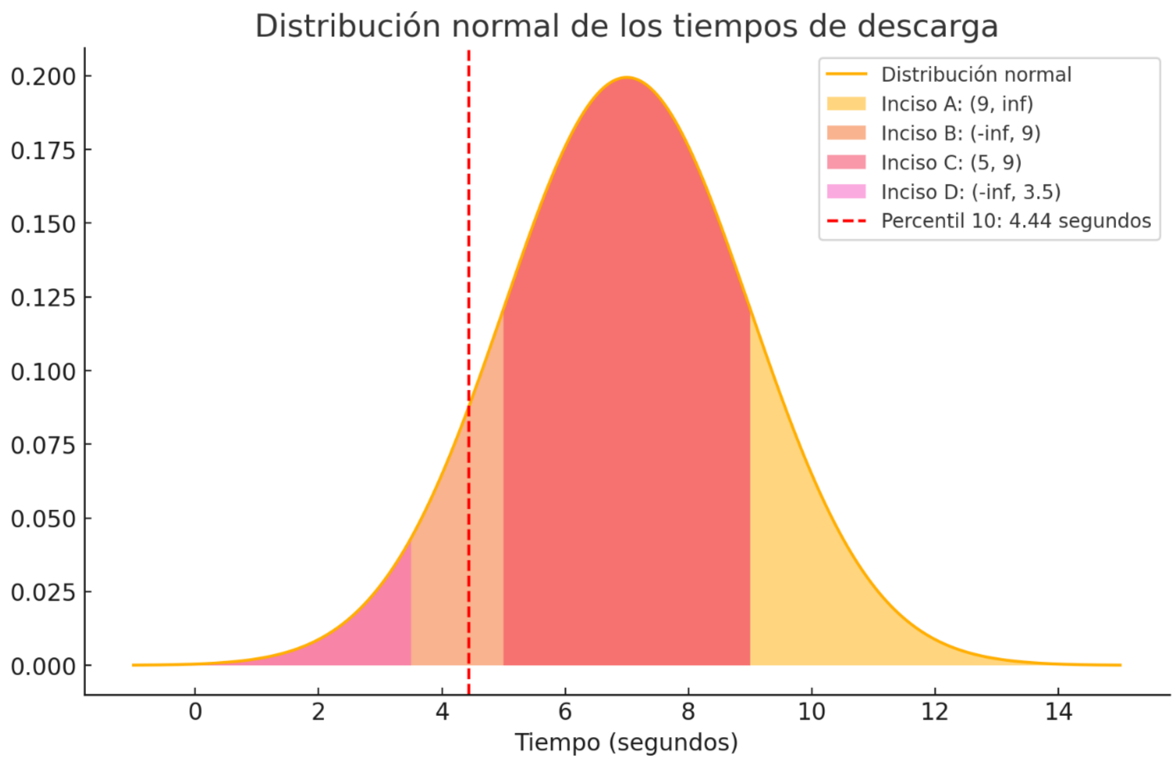
E) ¿Cuánto tiempo transcurrirá (en segundos) antes de que el 10% de las descargas estén completas?

Para encontrar el valor de Z correspondiente al 10%, buscamos en la tabla de la distribución normal estándar el valor de Z que tiene una probabilidad acumulada de 0.10, que es aproximadamente -1.28.

Usamos la fórmula inversa:

$$X = Z \cdot \sigma + \mu$$

$X = -1.28 \cdot 2+7 =$ **4.44**



A) Probabilidad de que el tiempo de descarga dure más de 9 segundos: **0.1587**

B) Probabilidad de que el tiempo de descarga dure menos de 9 segundos: **0.8413**

C) Probabilidad de que el tiempo de descarga dure entre 5 y 9 segundos: **0.6826**

D) Probabilidad de que el tiempo de descarga dure menos de 3.5 segundos: **0.0401**

E) El tiempo que transcurrirá antes de que el 10% de las descargas estén completas es aproximadamente **4.44** segundos.

LISTA DE COTEJO DE INVESTIGACIÓN DOCUMENTAL

DOCENTE: PABLO PROMOTOR CAMPECHANO	ASIGNATURA: PROBABILIDAD Y ESTADISTICA DESCRIPTIVA

DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN

NOMBRE DEL ALUMNO: VILLAFUERTE CONCHI CRISTAL ALEXANDRA.	UNIDAD: 3

PERIODO: AGOSTO-DICIEMBRE 2024	GRUPO: 307 B	FECHA DE ENTREGA: 10/11/2024

INSTRUCCIONES

Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.

VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
3%	**PRESENTACIÓN:** la investigación cumple con los requisitos de: **a.** Buena presentación **b.** letra legible **c.** Limpieza y orden **d.** Ortografía (El documento es redactado de forma correcta sin faltas de ortografía)	√		
2%	Maneja el lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia y secuencia entre párrafos	√		
2%	**INTRODUCCIÓN**: Da una idea clara y objetiva de lo que tratara el tema (motivando al lector a continuar con su lectura y revisión), fundamentando con las referencias bibliográficas que se utilizaron para su redacción.	√		
8%	**CONTENIDO**: Maneja un lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia, secuencia entre párrafo, es digerible a todo público y presenta una metodología **COHERENCIA Y COHESIÓN:** Maneja un lenguaje técnico apropiado y presenta en todo el documento coherencia, secuencia entre párrafo y es digerible a todo público coherente.	√		
3%	**Conclusiones**: Las conclusiones son claras y acordes con el objetivo esperado.	√		
2%	**Responsabilidad**: Entregó la investigación documental en la fecha señalada.	√		
20%	CALIFICACIÓN	20%		

LISTA DE COTEJO DE PROBLEMARIO

DOCENTE: ING. PABLO PROMOTOR CAMPECHANO		ASIGNATURA: PROBABILIDAD Y ESTADISTICA DESCRIPTIVA
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN		
NOMBRE DEL ALUMNO (A): VILLAFUERTE CONCHI CRISTAL ALEXANDRA		Problemario de la Unidad: 3
PERIODO: AGOSTO-DICIEMBRE 2024	GRUPO: 307 B	FECHA DE ENTREGA: 17/11/2024
INSTRUCCIONES		
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.		

VALOR DEL REACTIVO	**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
		SI	**NO**	
5 %	**PRESENTACIÓN:** El trabajo cumple con los requisitos de **a.** Buena presentación **b.** No tiene faltas de ortografía **c.** Ordenado y limpio	√		
5 %	**FORMATO DE ENTREGA**: Hoja de presentación (asignatura, unidad, tema de estudio, docente, fecha, nombre del alumno	√		
10 %	**DESARROLLO DE EJERCICIOS**: Identifica los principios, leyes, normas e incluso técnicas y metodologías apropiadas, si el ejercicio lo permite, debe de presentar datos, fórmula, sustitución y resultado.	√		
5 %	**RESULTADO:** El alumno llega al resultado correcto, con sus respectivas unidades	√		
5 %	**RESPONSABILIDAD**: Entregó el problemario en la fecha señalada.	√		
30 %	**CALIFICACIÓN**	30%		

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA

Noviembre 2024

INVESTIGACIÓN NO.3

Materia:
Probabilidad y Estadística Descriptiva

Profesor:
Pablo Promotor Campechano

Carrera:
Ingeniería en gestión Empresarial

Integrantes del equipo:
Cristal Alexandra Villafuerte Conchi
Ana Lizbeth Campos Alvarez
Mariana Monserrat Malaga Cagal
Celeste Yamilet Aparicio Cruz
Fatima Alcudia Bernal

Semestre:
3er Semestre

Grupo:
307 B

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El estudio de las distribuciones de probabilidad es fundamental para el análisis de fenómenos aleatorios en diversas áreas, como la estadística, la investigación operativa y la ingeniería.
Las distribuciones permiten modelar situaciones en las que los resultados de un experimento pueden ser múltiples y probabilísticamente predecibles, facilitando la toma de decisiones basada en datos.

Esta investigación examina cuatro distribuciones de probabilidad importantes: la binomial, la de Poisson, la hipergeométrica y la aproximación de la distribución normal a la binomial.
Para cada una de ellas se detallan sus propiedades clave, como la media, la varianza y la desviación estándar, así como ejemplos y gráficos que ilustran sus aplicaciones prácticas.

La distribución binomial se usa para modelar eventos con dos resultados posibles; la de Poisson, para eventos que ocurren en un intervalo fijo; la hipergeométrica, para extracciones sin reemplazo en poblaciones finitas; y la aproximación normal, que facilita cálculos en distribuciones binomiales de gran tamaño.

Cada sección busca ofrecer una comprensión accesible de estos conceptos mediante explicaciones claras, ejemplos resueltos y representaciones gráficas.

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

La distribución binomial describe la probabilidad de obtener un número específico de éxitos en una serie de ensayos independientes, donde cada ensayo tiene solo dos resultados posibles: éxito o fracaso. Esta distribución es común en situaciones donde tenemos un número finito de pruebas idénticas, como lanzar una moneda varias veces.

Propiedades de la Distribución Binomial

- **Media (μ)**: La media o valor esperado se define como:

$$\mu = n \cdot p$$

donde n es el número total de ensayos y p es la probabilidad de éxito en cada ensayo.

- **Varianza (σ^2)**: La varianza de una distribución binomial es:

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

- **Desviación Estándar (σ)**: La desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

Tabla de Probabilidades Binomiales: Las tablas de probabilidades binomiales nos muestran la probabilidad de tener exactamente **k** éxitos en **n** ensayos con una probabilidad **p**. Se pueden usar tablas predefinidas o se puede calcular cada probabilidad usando la fórmula:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

donde $\binom{n}{k}$ es el coeficiente binomial.

TABLA DE PROBABILIDADES BINOMIALES

Distribución binomial $B(n; p)$

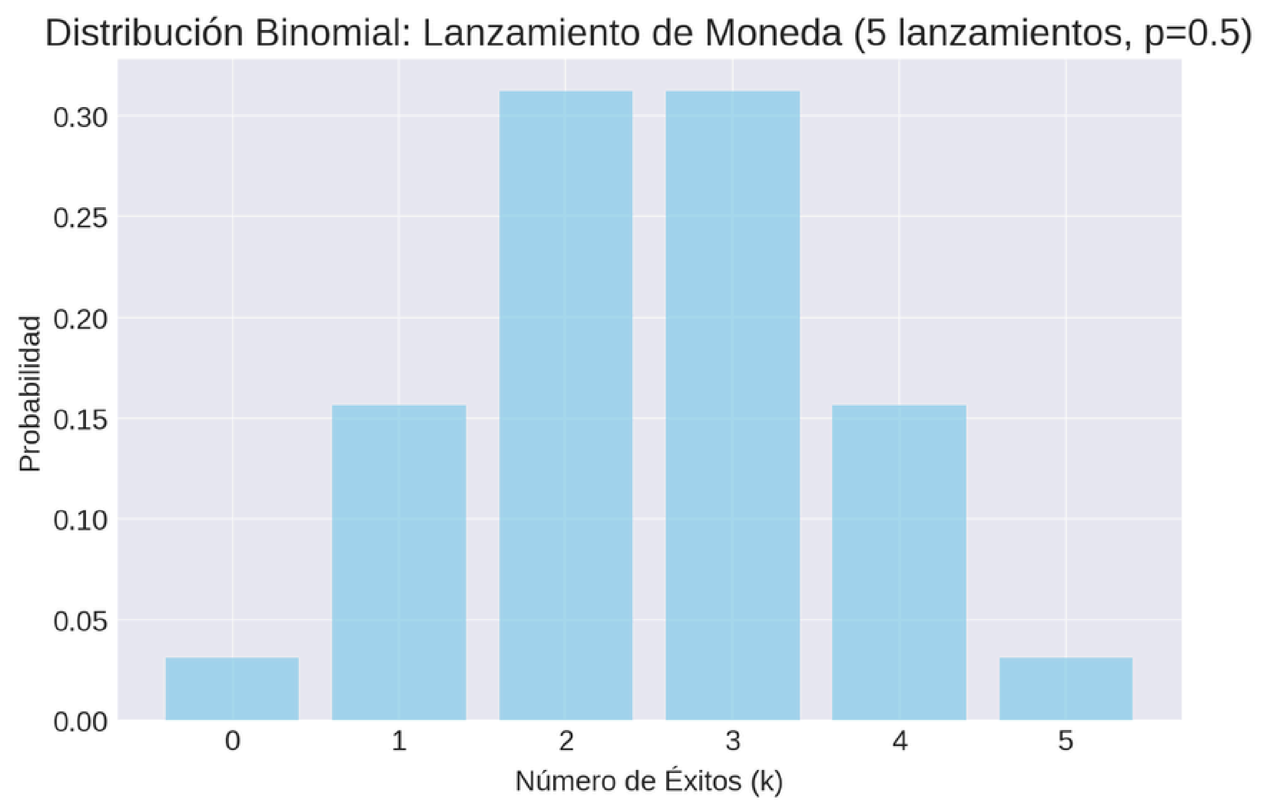
$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k q^{n-k}$$

n	k | p	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9026	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2601	0,2500
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4800	0,4950	0,4998	0,5000
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1327	0,1250
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0370	0,0429	0,0640	0,0911	0,1176	0,1250
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0888	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0312
	1	0,0480	0,2036	0,3280	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1562
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0004	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1562
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0283	0,0312
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0176	0,0156
	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2634	0,2437	0,1866	0,1359	0,1014	0,0938
	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3292	0,3280	0,3110	0,2780	0,2437	0,2344
	3	0,0000	0,0021	0,0146	0,0415	0,0819	0,1318	0,1852	0,2195	0,2355	0,2765	0,3032	0,3121	0,3125
	4	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0823	0,0951	0,1382	0,1861	0,2249	0,2344
	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0165	0,0205	0,0369	0,0609	0,0864	0,0938
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0014	0,0018	0,0041	0,0083	0,0139	0,0156
7	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0090	0,0078
	1	0,0659	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,2048	0,1848	0,1306	0,0872	0,0003	0,0547
	2	0,0020	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,3073	0,2985	0,2613	0,2140	0,1740	0,1641
	3	0,0000	0,0036	0,0230	0,0617	0,1147	0,1730	0,2269	0,2561	0,2679	0,2903	0,1918	0,2786	0,2734
	4	0,0000	0,0002	0,0026	0,0109	0,0287	0,0577	0,0972	0,1280	0,1442	0,1935	0,2388	0,2676	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0012	0,0043	0,0115	0,0250	0,0384	0,0466	0,0774	0,1172	0,1543	0,1641
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0006	0,0016	0,0037	0,0068	0,0078
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0046	0,0039
	1	0,0746	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1561	0,1373	0,0896	0,0548	0,0352	0,0312
	2	0,0026	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2731	0,2587	0,2090	0,1569	0,1183	0,1094
	3	0,0001	0,0054	0,0331	0,0839	0,1468	0,2076	0,2541	0,2731	0,2786	0,2787	0,2568	0,2273	0,2188
	4	0,0000	0,0004	0,0046	0,0185	0,0459	0,0865	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0004	0,0026	0,0092	0,0231	0,0467	0,0683	0,0808	0,1239	0,1719	0,2098	0,2188
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0038	0,0100	0,0171	0,0217	0,0413	0,0703	0,1008	0,1094
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0024	0,0033	0,0079	0,0164	0,0277	0,0312
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0007	0,0017	0,0035	0,0039
9	9	0,9135	0,6302	0,3874	0,2316	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0023	0,0020
	1	0,0830	0,2985	0,3874	0,3679	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
	3	0,0001	0,0077	0,0446	0,1069	0,1762	0,2336	0,2668	0,2731	0,2716	0,2508	0,2119	0,1739	0,1641
	4	0,0000	0,0006	0,0074	0,0283	0,0661	0,1168	0,1715	0,2048	0,2194	0,2508	0,2600	0,2506	0,2461
	5	0,0000	0,0000	0,0008	0,0050	0,0165	0,0389	0,0735	0,1024	0,1181	0,1672	0,2128	0,2408	0,2461
	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0028	0,0087	0,0210	0,0341	0,0424	0,0743	0,1160	0,1542	0,1641
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0012	0,0039	0,0073	0,0098	0,0212	0,0407	0,0636	0,0703
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0013	0,0035	0,0083	0,0153	0,0176
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0016	0,0020
10	0	0,9044	0,5987	0,3487	0,1969	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0012	0,0010
	1	0,0914	0,3151	0,3874	0,3474	0,2684	0,1877	0,1211	0,0867	0,0725	0,0403	0,0207	0,0114	0,0098
	2	0,0042	0,0746	0,1937	0,2759	0,3020	0,2816	0,2335	0,1951	0,1757	0,1209	0,0763	0,0495	0,0439
	3	0,0001	0,0105	0,0574	0,1298	0,2013	0,2503	0,2668	0,2601	0,2522	0,2150	0,1665	0,1267	0,1172
	4	0,0000	0,0010	0,0112	0,0401	0,0881	0,1460	0,2001	0,2276	0,2377	0,2508	0,2384	0,2130	0,2051
	5	0,0000	0,0001	0,0015	0,0085	0,0264	0,0584	0,1029	0,1366	0,1536	0,2007	0,2340	0,2456	0,2461
	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0162	0,0368	0,0569	0,0689	0,1115	0,1596	0,1966	0,2051
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008	0,0031	0,0090	0,0163	0,0212	0,0425	0,0746	0,1080	0,1172
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0030	0,0043	0,0106	0,0229	0,0389	0,0439
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0005	0,0016	0,0042	0,0083	0,0098
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0008	0,0010

EJEMPLO

Supongamos que lanzamos una moneda justo 5 veces. La probabilidad de obtener "cara" en cada lanzamiento es p=0.5. ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 3 caras?

k (Éxitos)	Probabilidad
0	0.03125
1	0.15625
2	0.31250
3	0.31250
4	0.15625
5	0.03125



DISTRIBUCIÓN DE POISSON

La distribución de Poisson es adecuada para modelar el número de eventos que ocurren en un intervalo fijo de tiempo o espacio, siempre que los eventos sean independientes y ocurran a una tasa constante. Es especialmente útil cuando el número de ensayos es grande y la probabilidad de éxito en cada ensayo es pequeña.

Propiedades de la Distribución Binomial

- **Media (μ)**: En una distribución de Poisson, la media es igual al parámetro λ, que representa la tasa de ocurrencia de los eventos.

$$\mu = \lambda$$

- **Varianza (σ^2)**: La varianza también es igual a λ.

$$\sigma^2 = \lambda$$

- **Desviación Estándar (σ)**: La desviación estándar es la raíz cuadrada de λ.

$$\sigma = \sqrt{\lambda}$$

Tabla de Probabilidades de Poisson: Al igual que la distribución binomial, existen tablas para encontrar la probabilidad de obtener k eventos cuando la tasa de ocurrencia es λ. La fórmula es:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

TABLA DE PROBABILIDADES DE POISSON

Distribución de Poisson $P(\lambda)$

$$P(X=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$

λ \ k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,1	0,9048	0,0905	0,0045	0,0002	0,0000								
0,2	0,8187	0,1637	0,0164	0,0011	0,0001	0,0000							
0,3	0,7408	0,2222	0,0333	0,0033	0,0002	0,0000							
0,4	0,6703	0,2681	0,0536	0,0072	0,0007	0,0001	0,0000						
0,5	0,6065	0,3033	0,0758	0,0126	0,0016	0,0002	0,0000						
0,6	0,5488	0,3293	0,0988	0,0198	0,0030	0,0004	0,0000	0,0000					
0,7	0,4966	0,3476	0,1217	0,0284	0,0050	0,0007	0,0001	0,0000					
0,8	0,4493	0,3595	0,1438	0,0383	0,0077	0,0012	0,0002	0,0000					
0,9	0,4066	0,3659	0,1647	0,0494	0,0111	0,0020	0,0003	0,0001	0,0000				
1,0	0,3679	0,3679	0,1839	0,0613	0,0153	0,0031	0,0005						
1,1	0,3329	0,3662	0,2014	0,0738	0,0203	0,0045	0,0008	0,0001	0,0000				
1,2	0,3012	0,3614	0,2169	0,0867	0,0260	0,0062	0,0012	0,0002	0,0000				
1,3	0,2725	0,3543	0,2303	0,0998	0,0324	0,0084	0,0018	0,0003	0,0001	0,0000			
1,4	0,2466	0,3452	0,2417	0,1128	0,0395	0,0111	0,0026	0,0005	0,0001	0,0000			
1,5	0,2231	0,3347	0,2510	0,1255	0,0471	0,0141	0,0035	0,0008	0,0001	0,0000			
1,6	0,2019	0,3230	0,2584	0,1378	0,0551	0,0176	0,0047	0,0011	0,0002	0,0000			
1,7	0,1827	0,3106	0,2640	0,1496	0,0636	0,0216	0,0061	0,0015	0,0003	0,0001	0,0000		
1,8	0,1653	0,2975	0,2678	0,1607	0,0723	0,0260	0,0078	0,0020	0,0005	0,0001	0,0000		
1,9	0,1496	0,2842	0,2700	0,1710	0,0812	0,0309	0,0098	0,0027	0,0006	0,0001	0,0000		
2,0	0,1353	0,2707	0,2707	0,1804	0,0902	0,0361	0,0120	0,0034	0,0009	0,0002	0,0000		
2,2	0,1108	0,2438	0,2681	0,1966	0,1082	0,0476	0,0174	0,0055	0,0015	0,0004	0,0001	0,0000	
2,4	0,0907	0,2177	0,2613	0,2090	0,1254	0,0602	0,0241	0,0083	0,0025	0,0007	0,0002	0,0000	
2,6	0,0743	0,1931	0,2510	0,2176	0,1414	0,0735	0,0319	0,0118	0,0038	0,0011	0,0003	0,0001	0,0000
2,8	0,0608	0,1703	0,2384	0,2225	0,1557	0,0872	0,0407	0,0163	0,0057	0,0018	0,0005	0,0001	0,0000
3,0	0,0498	0,1494	0,2240	0,2240	0,1680	0,1008	0,0504	0,0216	0,0081	0,0027	0,0008	0,0002	0,0001
3,2	0,0408	0,1304	0,2087	0,2226	0,1781	0,1140	0,0608	0,0278	0,0111	0,0040	0,0013	0,0004	0,0001
3,4	0,0334	0,1135	0,1929	0,2186	0,1858	0,1264	0,0176	0,0348	0,0148	0,056	0,0019	0,0006	0,0002
3,6	0,0273	0,0984	0,1771	0,2125	0,1912	0,1377	0,0826	0,0425	0,0191	0,0076	0,0028	0,0009	0,0003
3,8	0,0224	0,0850	0,1615	0,2046	0,1944	0,1477	0,0936	0,0508	0,0241	0,0102	0,0039	0,0013	0,0004
4,0	0,0183	0,0733	0,1465	0,1954	0,1954	0,1563	0,1042	0,0595	0,0298	0,0132	0,0053	0,0019	0,0006
5,0	0,0067	0,0337	0,0842	0,1404	0,1755	0,1755	0,1462	0,1044	0,0653	0,0363	0,0181	0,0082	0,0034
6,0	0,0025	0,0149	0,0446	0,0892	0,1339	0,1606	0,1606	0,1377	0,1033	0,0688	0,0413	0,0225	0,0113
7,0	0,0009	0,0064	0,0223	0,0521	0,0912	0,1277	0,1490	0,1490	0,1304	0,1014	0,0710	0,0452	0,0264
8,0	0,0003	0,0027	0,0107	0,0286	0,0573	0,0916	0,1221	0,1396	0,1396	0,1241	0,0993	0,0722	0,0481
9,0	0,0001	0,0011	0,0050	0,0157	0,0337	0,0607	0,0911	0,1171	0,1318	0,1381	0,1186	0,0970	0,0728
10,0	0,0000	0,0005	0,0023	0,0076	0,0189	0,0378	0,0631	0,0901	0,1126	0,1251	0,1251	0,1137	0,0948

λ \ k	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
5,0	0,0013	0,0005	0,0002									
6,0	0,0052	0,0022	0,0009	0,0003	0,0001							
7,0	0,0142	0,0071	0,0033	0,0014	0,0006	0,0002	0,0001					
8,0	0,0296	0,0169	0,0090	0,0045	0,0021	0,0009	0,0004	0,0002	0,0001			
9,0	0,0504	0,0324	0,0193	0,0109	0,0058	0,0029	0,0014	0,0006	0,0003	0,0001		
10,0	0,0729	0,0521	0,0347	0,0217	0,0128	0,0071	0,0037	0,0019	0,0009	0,0004	0,0002	0,0001

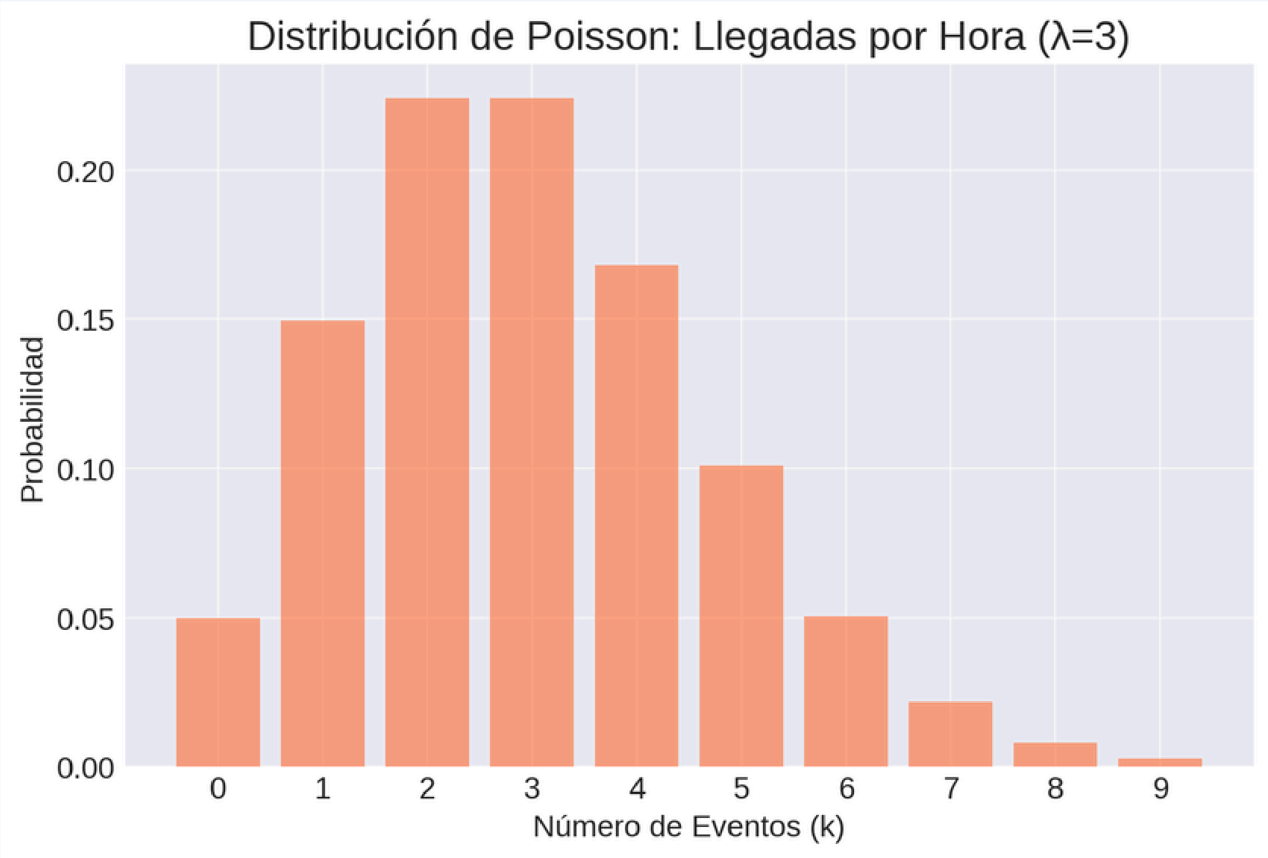
EJEMPLO

Supongamos que en un hospital, el número promedio de pacientes que llegan a la sala de emergencias por hora es 3. ¿Cuál es la probabilidad de que en la próxima hora lleguen exactamente 2 pacientes?

k (Número de eventos)	Probabilidad
0	0.049787
1	0.149361
2	0.224042
3	0.224042
4	0.168031
5	0.100819
6	0.050409
7	0.021604
8	0.008102
9	0.002701

Número de pacientes que llegan a la sala de emergencias por hora, con una media de 3 pacientes por hora.

EJEMPLO


Distribución de Poisson: Llegadas por Hora (λ=3)
Probabilidad
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Número de Eventos (k)

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

La distribución hipergeométrica describe el número de éxitos en una muestra extraída sin reemplazo de una población finita que contiene un número determinado de éxitos y fracasos.

Propiedades de la Distribución Hipergeométrica

- **Media (μ):**

$$\mu = \frac{n \cdot K}{N}$$

  donde N es el tamaño de la población, K es el número de éxitos en la población, y n es el tamaño de la muestra.

- **Varianza (σ^2):**

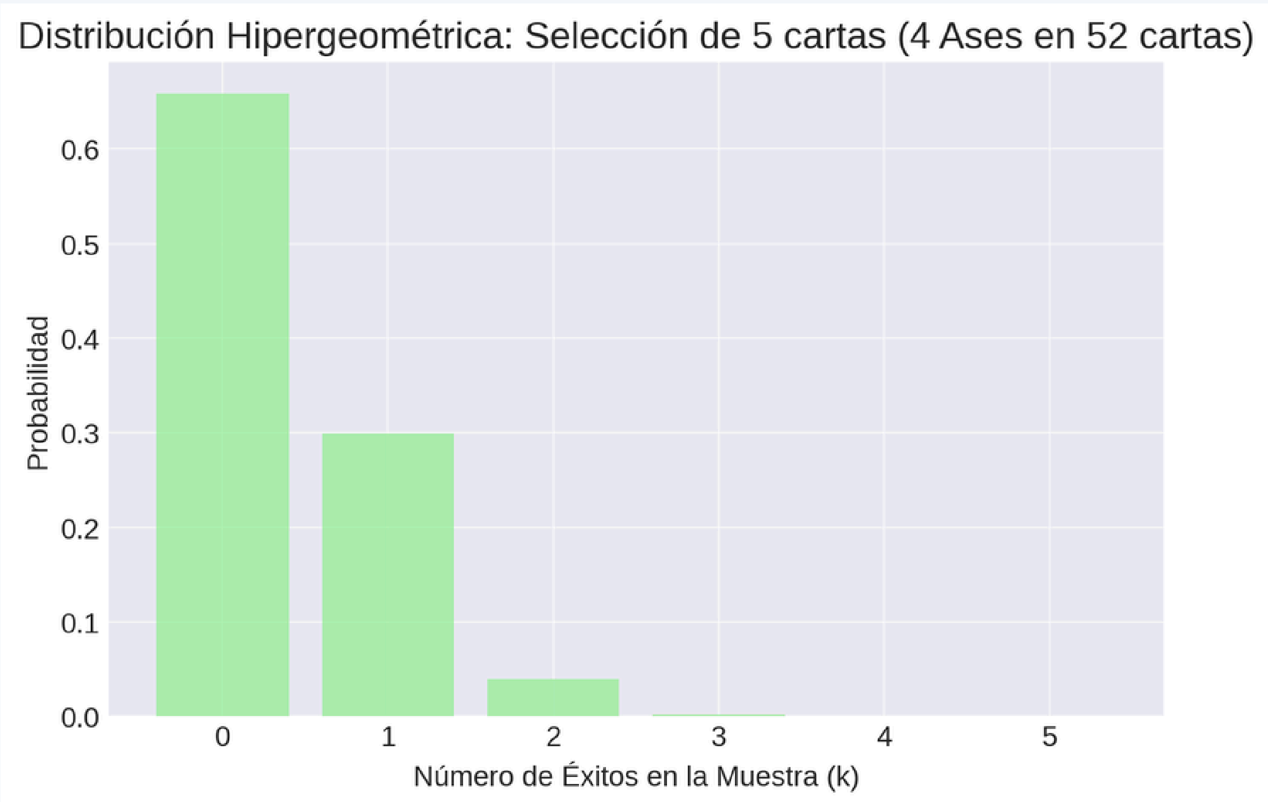
$$\sigma^2 = n \cdot \frac{K}{N} \cdot \frac{N-K}{N} \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

- **Desviación Estándar (σ):** Es la raíz cuadrada de la varianza.

EJEMPLO

De una baraja de 52 cartas, queremos extraer 5 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengamos exactamente 2 ases?

k (Éxitos en muestra)	Probabilidad
0	0.658842
1	0.299474
2	0.039930
3	0.001736
4	0.000018
5	0.000000



APROXIMACIÓN DE LA NORMAL A LA BINOMIAL

Cuando **n** es grande en una distribución binomial, se puede usar la distribución normal como aproximación. Esto es especialmente útil cuando el cálculo exacto es complicado.

Propiedades de la Aproximación Normal

- **Media (μ):**

$$\mu = n \cdot p$$

- **Varianza (σ^2):**

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

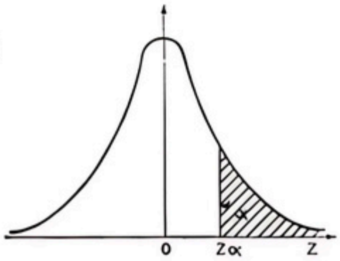
- **Desviación Estándar (σ):**

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

TABLA DE DISTRIBUCIÓN NORMAL

Distribución normal $N(0, 1)$

$$\int_{z_\alpha}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}\, dz = \alpha$$



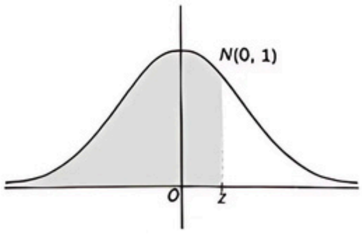
z_α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641	
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247	
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859	$\frac{\alpha}{2}$
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483	
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121	
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776	
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451	
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148	$\frac{\alpha}{2}$
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867	
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611	
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379	
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170	
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985	$\frac{\alpha}{2}$
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823	
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681	
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559	
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455	
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367	$\frac{\alpha}{2}$
1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294	
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233	
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183	
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143	
2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	$\frac{\alpha}{2}$
2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,00990	0,00964	0,00939	0,00914	0,00889	0,00866	0,00842	
2,4	0,00820	0,00798	0,00776	0,00755	0,00734	0,00714	0,00695	0,00676	0,00657	0,00639	
2,5	0,00621	0,00604	0,00587	0,00570	0,00554	0,00539	0,00523	0,00508	0,00494	0,00480	
2,6	0,00466	0,00453	0,00440	0,00427	0,00415	0,00402	0,00391	0,00379	0,00368	0,00357	
2,7	0,00256	0,00336	0,00326	0,00317	0,00307	0,00298	0,00289	0,00280	0,00272	0,00264	$\frac{\alpha}{2}$
2,8	0,00256	0,00248	0,00240	0,00233	0,00226	0,00219	0,00212	0,00205	0,00199	0,00193	
2,9	0,00187	0,00181	0,00175	0,00169	0,00164	0,00159	0,00154	0,00149	0,00144	0,00139	

z_α	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
3	0,00135	$0,0^{3}968$	$0,0^{3}687$	$0,0^{3}483$	$0,0^{3}337$	$0,0^{3}233$	$0,0^{3}159$	$0,0^{3}108$	$0,0^{4}723$	$0,0^{4}481$	
4	$0,0^{4}317$	$0,0^{4}207$	$0,0^{4}133$	$0,0^{5}854$	$0,0^{5}541$	$0,0^{5}340$	$0,0^{5}211$	$0,0^{5}130$	$0,0^{6}793$	$0,0^{6}479$	$\frac{\alpha}{2}$
5	$0,0^{6}287$	$0,0^{6}170$	$0,0^{7}996$	$0,0^{7}579$	$0,0^{7}333$	$0,0^{7}190$	$0,0^{7}107$	$0,0^{8}599$	$0,0^{8}332$	$0,0^{8}182$	
6	$0,0^{9}987$	$0,0^{9}530$	$0,0^{9}282$	$0,0^{9}149$	$0,0^{10}777$	$0,0^{10}402$	$0,0^{10}206$	$0,0^{10}104$	$0,0^{11}523$	$0,0^{11}260$	

TABLA DE DISTRIBUCIÓN NORMAL

DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0, 1)$

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{z^2}{2}},\ z \in \mathbb{R}$$

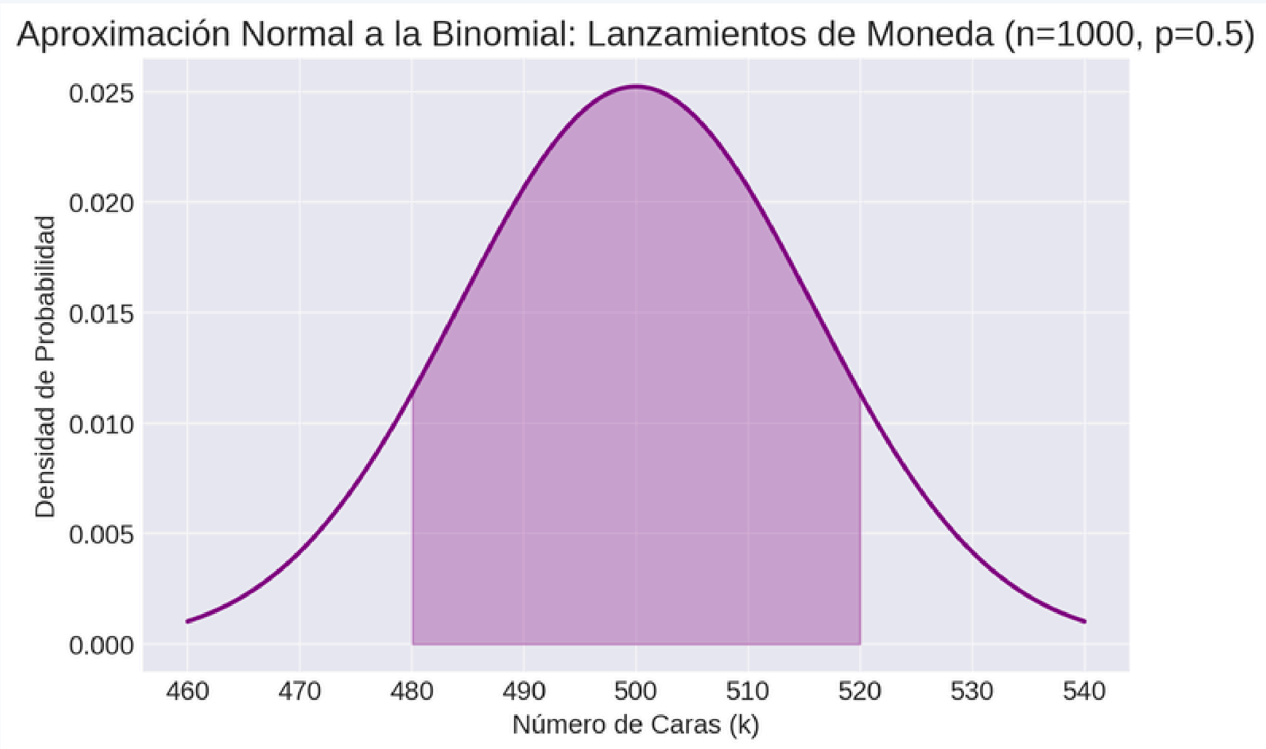


z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	$1-\frac{\alpha}{2}$
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	$1-\frac{\alpha}{2}$
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	$1-\frac{\alpha}{2}$
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	$1-\frac{\alpha}{2}$
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	$1-\frac{\alpha}{2}$
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	$1-\frac{\alpha}{2}$
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	$1-\frac{\alpha}{2}$
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	$1-\frac{\alpha}{2}$
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
4,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	

EJEMPLO

Si lanzamos una moneda 1000 veces, usamos la normal para aproximar la probabilidad de obtener entre 480 y 520 caras.

- **Ejemplo**: Aproximación normal para 1000 lanzamientos de moneda con $p = 0.5$.
  - **Media (μ)**: 500
  - **Desviación Estándar (σ)**: 15.81
  - **Intervalo Aproximado**: Probabilidad de obtener entre 480 y 520 caras.



CONCLUSIÓN

Las distribuciones de probabilidad analizadas en esta investigación son herramientas esenciales para modelar y entender eventos aleatorios en situaciones comunes, como la cantidad de éxitos en una serie de ensayos, la frecuencia de eventos en un intervalo o el muestreo sin reemplazo.

La distribución binomial permite calcular la probabilidad de obtener un número específico de éxitos en una serie de intentos, lo que la hace útil para experimentos repetitivos.
Por otro lado, la distribución de Poisson es útil en escenarios donde queremos modelar la frecuencia de eventos en un tiempo o espacio determinado, mientras que la distribución hipergeométrica se aplica a poblaciones finitas sin reemplazo.

Además, la aproximación normal a la binomial ofrece una forma de simplificar cálculos en experimentos con un gran número de ensayos.

Entender cuándo y cómo utilizar cada distribución permite a los investigadores y profesionales realizar estimaciones precisas, tomar decisiones fundamentadas y optimizar procesos, demostrando la aplicabilidad de la teoría de probabilidad en la resolución de problemas reales.

Este esquema proporciona una estructura clara y explicativa del contenido de la investigación, asegurando una comprensión completa de cada distribución de probabilidad y su relevancia en la resolución de problemas aleatorios

BIBLIOGRAFÍA

- Devore, J. L. (2017). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. Cengage Learning.
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2011). Probabilidad y Estadística para Ingeniería e Informática. Pearson Educación.
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). Probabilidad y Estadística Aplicadas a la Ingeniería. Limusa Wiley.
- Bluman, A. G. (2014). Elementary Statistics: A Step by Step Approach. McGraw-Hill Education.
- Ross, S. M. (2020). Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists. Academic Press.
- McClave, J. T., & Sincich, T. (2017). Statistics. Pearson Education.

Esta bibliografía contiene las referencia ampliamente utilizadas para la comprensión más profunda de los conceptos abordados en la investigación.

Problemario de la unidad 3

Integrantes del equipo:
Cristal Alexandra Villafuerte Conchi
Ana Lizbeth Campos Alvarez
Celeste Yamilet Aparicio Cruz
Fatima Alcudia Bernal
Mariana Monserrat Malaga Cagal

Resolver los siguientes ejercicios de la distribución normal estándar.

Para resolver estos ejercicios, utilizaremos la fórmula:

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Problema 1.- Un estudio reciente acerca de salarios por hora de integrantes de equipos de mantenimiento de las aerolíneas más importantes demostró que el salario medio por hora era de US $20.50, con una desviación estándar de US $3.50. Suponga que la distribución de los salarios por hora es una distribución de probabilidad normal. Si elige un integrante de un equipo al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que gane?

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

X es el valor del salario, μ es la media (20.50) y σ es la desviación estándar (3.50)

a) entre $20.50 y $24 la hora.

$$z = \frac{20.50 - 20.50}{3.50} = 0 \qquad z = \frac{24.00 - 20.50}{3.50} = 1$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad de Z entre 0 y 1 es aproximadamente **0.3413**.

b) más de $24.00 la hora.

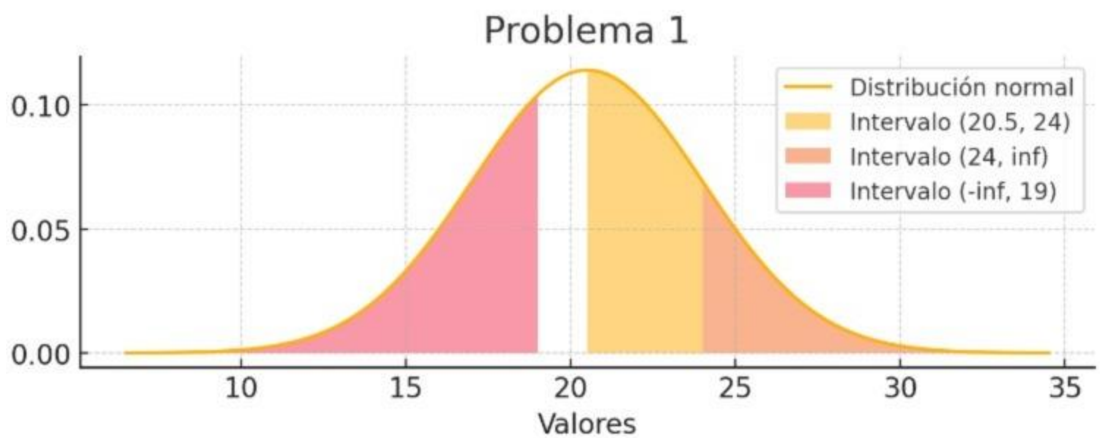
Ya tenemos el valor Z=1 para $24.00. La probabilidad de que Z sea mayor que 1 se encuentra restando la probabilidad acumulada hasta Z=1 de 1:

$$P(Z>1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0.8413 = \mathbf{0.1587}$$

c) menos de $19 la hora.

$$z = \frac{19.00-20.50}{3.50} = -0.43$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta $Z=-0.43$ es aproximadamente **0.3340**.



Problema 2.- Una estación de radio dedicada a la transmisión de noticias encuentra que la distribución del tiempo que los radioescuchas sintonizan la estación tiene una distribución normal. La media de la distribución es de 15 minutos y la desviación estándar de 3.5, ¿Cuál es la probabilidad de que un radioescucha sintonice la estación?

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

X es el valor del tiempo, μ es la media (15 minutos) y σ es la desviación estándar (3.5 minutos).

a) más de 20 minutos

$$z = \frac{20-15}{3.5} \approx 1.43$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta $Z=1.43$ es aproximadamente **0.9236.**

La probabilidad de que Z sea mayor que 1.43:

$P(Z>1.43) = 1-P(Z\leq 1.43) = 1-0.9236 =$ **0 .0764**

b) 20 minutos o menos

Ya tenemos el valor Z=1.43 para 20 minutos. La probabilidad acumulada hasta Z=1.43Z = 1.43 es aproximadamente **0.9236.**

c) entre 10 y 12 minutos

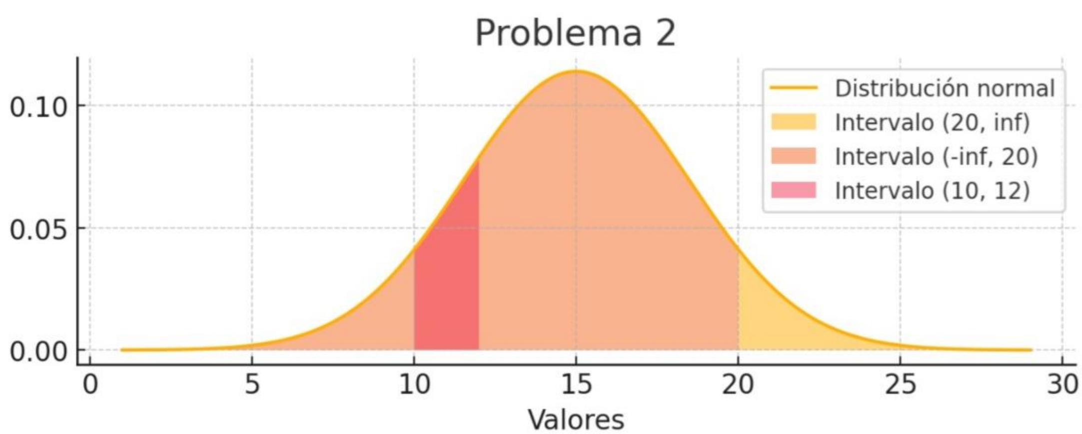
$$z = \frac{10-15}{3.5} \approx -1.43 \qquad z = \frac{12-15}{3.5} \approx -0.86$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar:

- La probabilidad acumulada hasta $Z=-1.43$ es aproximadamente 0.0764.
- La probabilidad acumulada hasta $Z=-0.86$ es aproximadamente 0.1949.

La probabilidad entre 10 y 12 minutos:

$P(-1.43<Z<-0.86) = P(Z\leq-0.86) - P(Z\leq-1.43) = 0.1949-0.0764 =$ **0.1185**



Problema 3.- Los paquetes de cereal Cheerios vienen en cajas de 36 onzas que tienen una desviación estándar de 1.9 onzas. Se piensa que los pesos están distribuidos normalmente. Si se selecciona una caja aleatoriamente, ¿cual es la probabilidad de que la caja pese?

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Dado:

- Media (μ) = 36 onzas
- Desviación estándar (σ) = 1.9 onzas

a) Menos de 34.8 onzas

$$z = \frac{34.8 - 36}{1.9} \approx -0.63$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta $Z=-0.63$ es aproximadamente **0.2643.**

b) Más de 34.8 onzas

Ya tenemos el valor $Z=-0.63$ para 34.8 onzas. La probabilidad de que Z sea mayor que -0.63 se encuentra restando la probabilidad acumulada hasta $Z=-0.63$ de 1:

$P(Z>-0.63) = 1-P(Z\leq-0.63) = 1-0.2643 =$ **0.7357**

c) Entre 34.3 onzas y 38.9 onzas

$$z = \frac{34.3 - 36}{1.9} \approx -0.89 \qquad z = \frac{38.9 - 36}{1.9} \approx 1.53$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar:

- La probabilidad acumulada hasta $Z=-0.89$ es aproximadamente 0.1867.
- La probabilidad acumulada hasta $Z=1.53$ es aproximadamente 0.9370.

La probabilidad entre 34.3 onzas y 38.9 onzas:

$P(-0.89<Z<1.53) = P(Z\leq1.53) - P(Z\leq-0.89) = 0.9370-0.1867 =$ **0.7503**

d) Entre 39.5 onzas y 41.1 onzas.

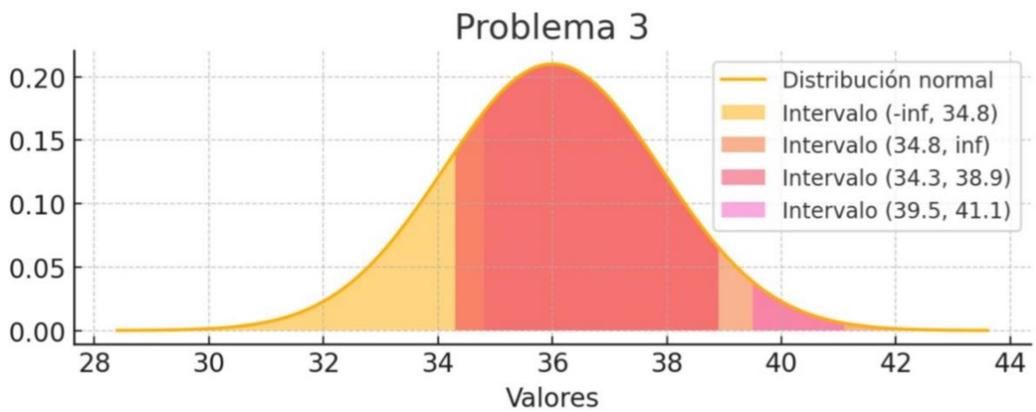
$$z = \frac{39.5 - 36}{1.9} \approx 1.84 \qquad z = \frac{41.1 - 36}{1.9} \approx 2.68$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar:

- La probabilidad acumulada hasta $Z=1.84$ es aproximadamente 0.9671.
- La probabilidad acumulada hasta $Z=2.68$ es aproximadamente 0.9963.

La probabilidad entre 39.5 onzas y 41.1 onzas:

$P(1.84<Z<2.68) = P(Z\leq2.68) - P(Z\leq1.84) = 0.9963-0.9671 =$ **0.0292**



Problema 4.- Se publica que los frenos de un nuevo modelo de autos duran un promedio de 35000 millas con una desviación estándar de 1114 millas. ¿Cuál es la probabilidad de que los frenos del auto que usted acaba de comprar le duren?

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Dado:

- Media (μ) = 35,000 millas
- Desviación estándar (σ) = 1,114 millas

a) Más de 350000 millas

$$z = \frac{35000-35000}{1114} = 0$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta Z=0 es 0.5.

La probabilidad de que Z sea mayor que 0:

P(Z>0) = 1−P(Z≤0) =1−0.5 = **0.5**

b) Menos de 33900 millas

$$z = \frac{33900-35000}{1114} \approx -0.99$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta Z=−0.99 es aproximadamente **0.1611.**

c) Menos de 37500 millas

$$z = \frac{37500-35000}{1114} \approx 2.24$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta Z=2.24 es aproximadamente **0.9875.**

d) Entre 35200 y 36900 millas.

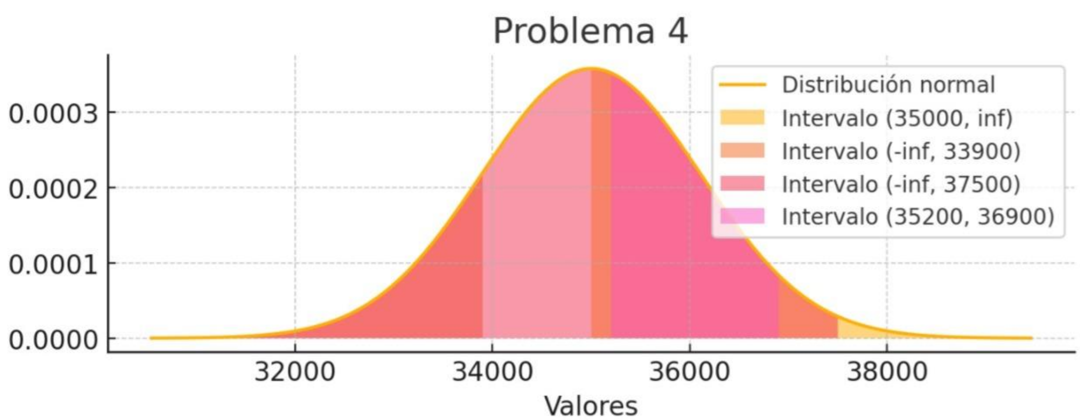
$$z = \frac{35200-35000}{1114} \approx 0.18 \qquad z = \frac{36900-35000}{1114} \approx 1.71$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar:

- La probabilidad acumulada hasta Z=0.18 es aproximadamente 0.5714.
- La probabilidad acumulada hasta Z=1.71 es aproximadamente 0.9564.

La probabilidad entre 35,200 y 36,900 millas:

$P(0.18<Z<1.71) = P(Z \le 1.71) - P(Z \le 0.18) = 0.9564 - 0.5714 =$ **0.3850**



Problema 5.- Una máquina expendedora de bebidas gaseosas se regula para que sirva un promedio de 200 mililitros por vaso. Si la cantidad de bebida se distribuye normalmente con una desviación estándar de 15 mililitros.

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Dado:

- Media (μ) = 200 mililitros
- Desviación estándar (σ) = 15 mililitros

Determine:

a) ¿Qué fracción de los vasos contendrá más de 224 mililitros?

$$z = \frac{224-200}{15} \approx 1.6$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta $Z=1.6$ es aproximadamente 0.9452.

La probabilidad de que Z sea mayor que 1.6:

$P(Z>1.6) = 1-P(Z\leq 1.6) = 1-0.9452 =$ **0.0548**

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 209 mililitros?

$$z = \frac{191-200}{15} \approx -0.6 \qquad z = \frac{209-200}{15} \approx 0.6$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar:

- La probabilidad acumulada hasta $Z=-0.6$ es aproximadamente 0.2743.
- La probabilidad acumulada hasta $Z=0.6$ es aproximadamente 0.7257.

La probabilidad entre 191 y 209 mililitros:

$P(-0.6<Z<0.6) = P(Z\leq 0.6) - P(Z\leq -0.6) = 0.7257-0.2743 =$ **0.4514**

c) ¿Cuántos vasos probablemente se derramarán si se utilizan vasos de 230 mililitros para las siguientes 1000 bebidas?

$$z = \frac{230-200}{15} \approx 2$$

Usando una tabla de la distribución normal estándar, la probabilidad acumulada hasta $Z=2$ es aproximadamente 0.9772.

La probabilidad de que Z sea mayor que 2:

$P(Z>2) = 1-P(Z\leq 2) = 1-0.9772 =$ **0.0228**

Entonces, el número de vasos que probablemente se derramarán en 1000 bebidas es:

$0.0228 \times 1000 = 22.8$

Aproximadamente 23 vasos se derramarán.

d) ¿por debajo de qué valor obtendrá el 25% más bajo en el llenado de las bebidas?

El valor de Z correspondiente al 25% en una tabla de la distribución normal estándar es aproximadamente -0.674. Utilizamos la fórmula inversa:

$$\mathbf{X = Z \cdot \sigma + \mu}$$

Para el 25% más bajo:

$X = -0.674 \cdot 15 + 200 \approx$ **189.89**