Cálculo Diferencial

profesora

Itzel Jokebed Guzmán Ramos

alumna

María del Rosario Llano Pucheta

101 B ing. industrial

EVALUACIÓN DIAGNOSTICA 101 B Ing. Industrial

TITULO

FECHA 05 . 09 . 24

I.B.Q. Ittel Jokebed Guzmán Ramos

→ Llano Pucheta María del Rosario

1. escribe una expresión algebraica que represente cada una de las siguientes frases.

a) el doble de un número. $2x$

b) el cuadrado de un número menos dos. $a^2 - 2$

2. Calcula el número que falta.

a) $16 + (-10) = -6$

b) $-56 - 21 = 35$

c) $23 \times 8 = 184$

d) $-49 \div 7 = -7$

3. Realiza las siguientes operaciones.

a) $36 + (-2)^3 - 3 \times (-5)^3 = 3 + (-8) - 3 \times (-125) = 36 - 8 - 3 \times (-125) = 28 - 375 \times$

b) $(-5)^2 - 4 \times (-3)^2 = 25 - 4 \times (9) =$

5. Determina el valor desconocido en las siguientes proporciones.

a) $\frac{40}{2} = \frac{2}{1}$ $\frac{40}{20}$

b) $\frac{18}{10} = \frac{h}{5}$ $\frac{9}{5}$

TITULO: Llano Pucheta Maria del Rosario

FECHA: 09 . 09 . 24

1.1 Los números reales surgen desde nuestros antepasados (contaban el ganado) fracci- racionales e irracionales

1.2 • Representación gráfica de los intervalos.

x / a ξ x ξ a

abierto

$\longleftrightarrow$ (a, b) = (x / a < x < b)

a b

1.3

Independiente → conjunto de valores de las variables

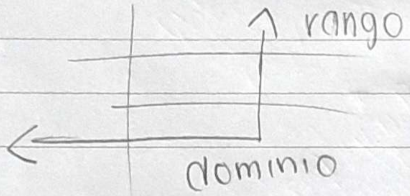
dominio

dependiente

rango → conjunto de valores

• no varia
• causa

• si varia
• efecto
• conjunto de valores posibles



DEFINICIONES BÁSICAS: VARIABLE x, y, z . . .
(dependiente e independiente) relación
dominio y rango.
independiente: edades 5, 6, 7, 8, 9, 10 . . . 18 . .)
dependiente: estatura 100 cm - 2000 cm

1.1 Números Reales y subconjuntos

Números REALES R
- Racionales (R)
  - Enteros (2) → -5 0 +5
  - naturales N → 1, . . . ∞
  - primos → 2, 3, 5, 7 . . .
  - compuestos → 2, 4, 6, 8 . . .
- Irracionales (1)
  - algebraicos → $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$, . . .
  - trascendentes → π, e

TITULO

Llano Pocheta María del Rosario

FECHA

09 . 09 . 24

★ Marca con una x todos los subconjuntos a los que pertenece cada número.

números	natural (N)	Entero (Z)	RACIONAL (Q)	IRRACIONAL (I)	REAL (R)
$\frac{5}{2}$			X		X
100	X	X			X
3.1416				X	X
0	X	X	X		X
-23		X	X		X
2π				X	X
$-\sqrt{27}$		X		X	X
$\sqrt{-225}$		X		X	X
$\frac{4}{7}e$				X	X
2024	X	X	X	X	X

Escribe V ó F según corresponda.

	V ó F
a) Todos los Z son Q.	V
b) Todos los Q son Z.	F
c) Existen N < Ø	~~F~~
d) Todos los R son Q.	F
e) $\frac{2}{0}$ es un Q.	V

Revisado

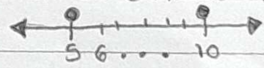
1.2 Intervalos en los reales y su representación gráfica.

○ → Abierto

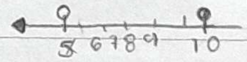
● → cerrado

(a, b) → Abiertos (no utilizo el valor)

[a, b] → cerrados

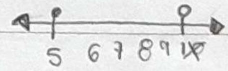


(a, b] → semi abierto



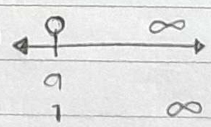
$(0, 9) = 0 < x < 9$

[a, b) → semi cerrado



$[0, 9] = 0 \leq x \leq 9$

$(9, \infty)$

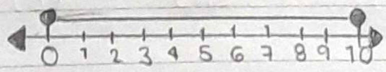
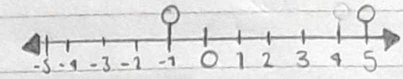
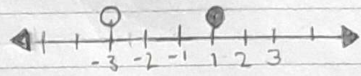
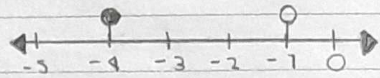
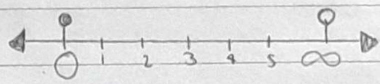
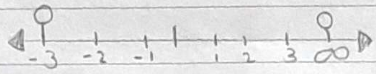
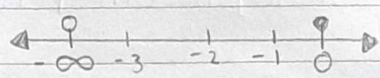
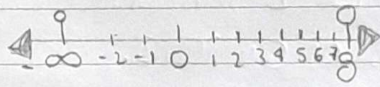
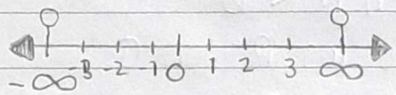


Llano Pocheta María del Rosario

TITULO

FECHA 10 • 09 • 24

→ RESUELVE:

INTERVALO	DESCRIPCIÓN	REP. GRÁFICA
$[0, 10]$	$0 \leq x \leq 10$	
$(-1, 5)$	$-1 < x < 5$	
$(-3, 1]$	$-3 > x \leq 1$	
$[-4, -1)$	$-4 \geq x < -1$	
$[0, \infty)$	$0 \leq x < \infty$	
$(-3, \infty]$	$-3 < x \leq \infty$	
$(-\infty, 0]$	$-\infty < x \leq 0$	
$(-\infty, 8)$	$-\infty < x < 8$	
$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$	

Revisado.

Llano Pucheta María del Rosario

CONCEPTO	DEFINICIÓN
VARIABLE	simbolo constituyente a cualquier valor de los comprendidos en un conjunto, suelen representarse por X, Y o Z y van acompañados de números u letras llamados parámetros.
VARIABLE INDEPENDIENTE	toma valores independientemente de otros factores que no podemos controlar de manera directa pero podemos controlar su rango para efectos de estudio de un comportamiento.
VARIABLE DEPENDIENTE	toma valores de acuerdo con la función o modelo matemático y el cambio de valores de la variable independiente. Sus valores dependen de otra variable llamada independiente
RELACIÓN	regla de correspondencia entre los elementos de dos conjuntos. puede darse a conocer mediante flechas, tabulaciones, pares ordenados.
FUNCIÓN	regla de correspondencia está limitada a que cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto.
DOMINIO	conjunto de todos los valores independientes posibles que una relación puede tener.
RANGO	conjunto de todos los valores dependientes posibles que una relación puede producir.

Revisado

Llano Pucheta María del Rosario.

1.4

TÍTULO FUNCIÓN REAL DE VARIABLE REAL Y SUS DISTINTAS REPRESENTACIONES (analítica, numérica, gráfica y verbal).

FECHA 17 . 09 . 24

Una función f de variable real es aquella en la cual su dominio y rango son un conjunto de $\mathbb{R}$ o un subconjunto del mismo.
Se utiliza la fórmula: $y = f(x)$

① expresión algebraica
(fórmula, exp. analítica)

$y = f(x) = x^2 + 1$

↓ ↓

V.? V.?

② expresión verbal
"a cada valor de x, lo elevo al cuadrado y le sumo 1"

③ expresión numérica:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	5	2	1	2	5

$x^2 + 1 =$

$y = f(-2) = 5$

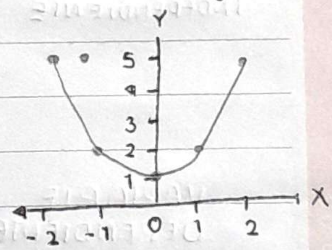
$y = f(-1) = 2$

$y = f(0) = 1$

$y = f(1) = 2$

$y = f(2) = 5$

④ expresión gráfica



parábola
ec. cuadrática
$f(x) = x^2 + 1$

Ejercicio: realiza las 4 representaciones de la sig. función:

$h(x) = x^2 - 2x$ dominio: $(-5, 5)$

Revisado

① $h(x) = x^2 - 2x$

② A cada valor de x, lo elevo al cuadrado y le resto el doble de x.

③

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$h(x)$	35	24	15	8	3	0	1	0	3	8	15

$1 - 2 = -1$

$y = h(-5) = (-5)^2 - 2(-5) = 35$

$y = h(-4) = (-4)^2 - 2(-4) = 24$

$y = h(-3) = (-3)^2 - 2(-3) = 15$

$y = h(-2) = (-2)^2 - 2(-2) = 8$

$y = h(-1) = (-1)^2 - 2(-1) = 3$

$y = h(0) = (0)^2 - 2(0) = 0$

$y = h(1) = (1)^2 - 2(1) = -1$

$y = h(2) = (2)^2 - 2(2) = 0$

$y = h(3) = (3)^2 - 2(3) = 3$

$y = h(4) = (4)^2 - 2(4) = 8$

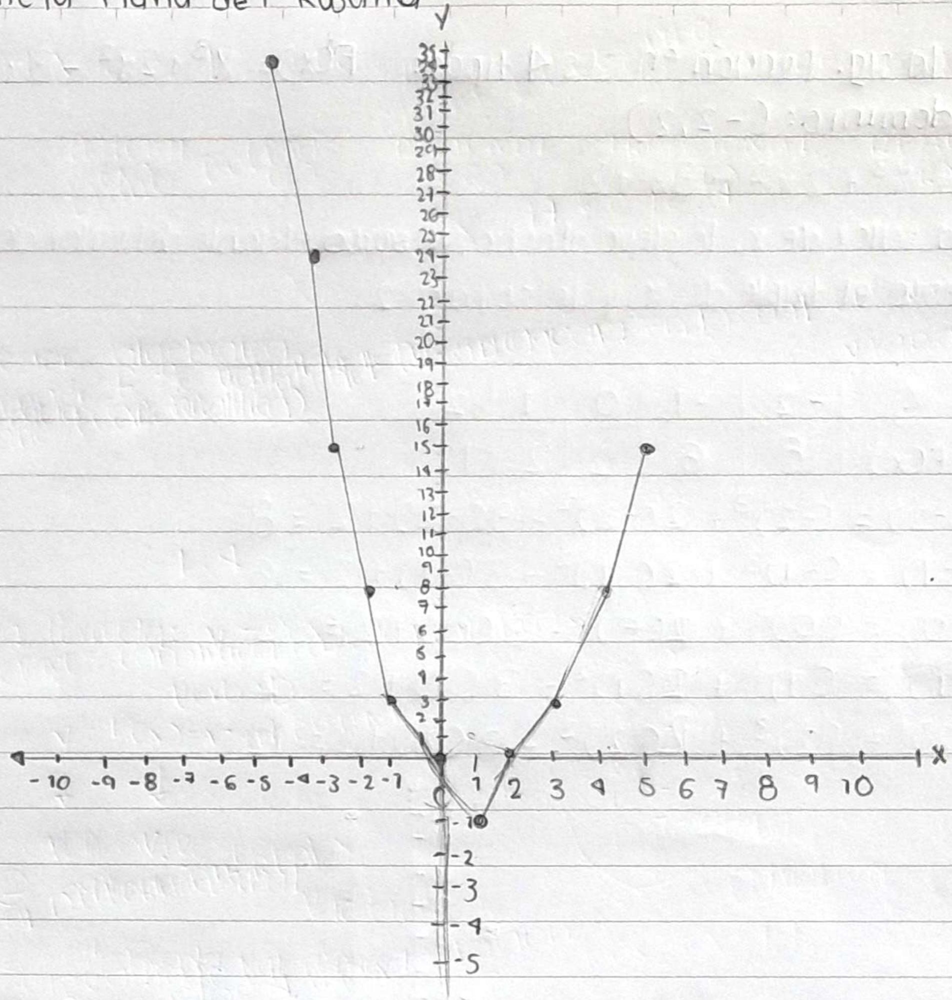
$y = h(5) = (5)^2 - 2(5) = 15$

TITULO

Llano Pucheta María del Rosario

FECHA

17.09.24



Escaneado con CamScanner

Llano Pucheta María del Rosario

TITULO FECHA

Ejercicio 2:

- expresa la sig. función en sus 4 tipos: $F(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 2$
  dominio: $(-2, 2)$

① $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 2$

② A cada valor de x, lo elevo al cubo, le sumo el doble del valor de x al cuadrado, le resto el triple de x y le sumo 2.

③

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	8	6	2	2	12

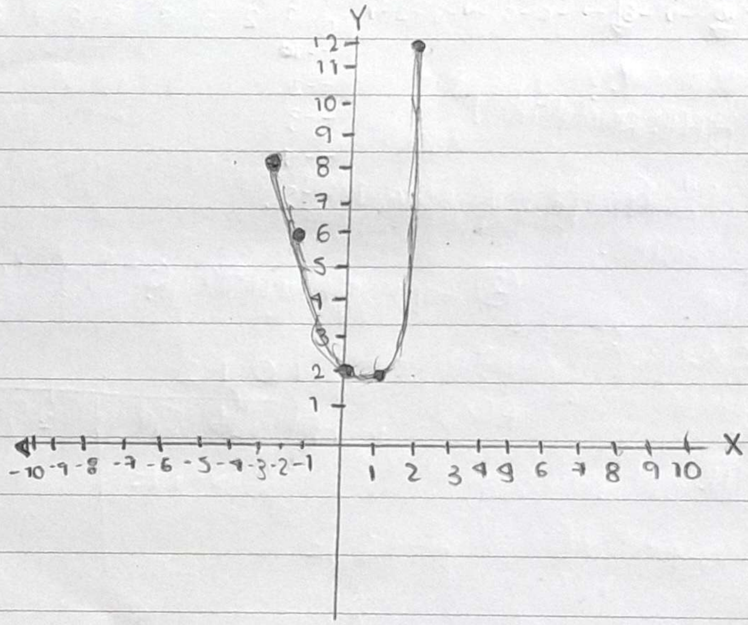
$y = f(-2) = (-2)^3 + 2(-2)^2 - 3(-2) + 2 = 8$

$y = f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 3(-1) + 2 = 6$

$y = f(0) = (0)^3 + 2(0)^2 - 3(0) + 2 = 2$

$y = f(1) = (1)^3 + 2(1)^2 - 3(1) + 2 = 2$

$y = f(2) = (2)^3 + 2(2)^2 - 3(2) + 2 = 12$



Llano Pucheta María del Rosario.

1.5 Funciones algebraicas, polinomiales y racionales.

19.09.24

FUNCIONES

algebraicas

son aquellas que se pueden expresar utilizando únicamente operaciones algebraicas básicas: suma, resta, multiplicación, división y radicación (raíces.

se clasifican:

POLINOMIALES

son expresadas por un polinomio

$f(x) = a0 + a1x + a2x^2 + a3x^3 + \ldots + anxn$

existen varios tipos de funciones polinomiales de acuerdo con el grado de su variable independiente.

cada tipo de función tiene dominio, rango y gráfica que las caracteriza.

para cualquier función, el dominio será siempre todos los números reales.

RACIONALES

una función f es racional si:

$f(x) = g(x) / h(x)$

donde $g(x)$ y $h(x)$ son polinomios.

el dominio de f está formado por todos los números reales, excepto los ceros del denominador $h(x)$.

Revisado.

TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA

CALCULO DIFERENCIAL
EVALUACION UNIDAD 1

NOMBRE DEL ALUMNO (A): Llano Pucheta M. del Rosario **N° DE CONTROL:** 241U0035
FECHA DE APLICACIÓN: 23.09.24 **CARRERA:** Ing. Industrial **GRUPO:** 101 B
DOCENTE: I.Bq. ITZEL JOKEBED GUZMAN RAMOS.
Valor: 40%

32.25%

Instrucciones:

Responde correctamente lo que se indica.

1. Clasifica los siguientes números según sean naturales, enteros, racionales o reales:
   Valor: 4% 2.25%

2.87	-15	√16	$\sqrt[3]{2}$	2.333	- 1/3	10/5
• real	• real	• real	• real	• real	• real	• real
• ~~natural~~		• ~~racional~~		~~natural~~	• racional	racional
0.25	0.25	0.25	0.25	0.25		

2. Completa la siguiente tabla:
   Valor: 12% 12%

Intervalo	Representación grafica	Descripción
(0,8)	0 1 2 3 4 5 6 7 8	0 < x < 8
[-2,6]	-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6	-2 ≤ x ≤ 6
(4,11]	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	4 < x ≤ 11

3. Dada la siguiente función: $f(x)= x^3+2x^2-5$ donde D= (-2,2).
   Realiza las expresiones algebraica, verbal, numérica y gráfica. Valor: 20% 14%

① $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5$

② al valor de x lo elevo al cubo, le sumo el doble de x al cuadrado y le resto cinco.

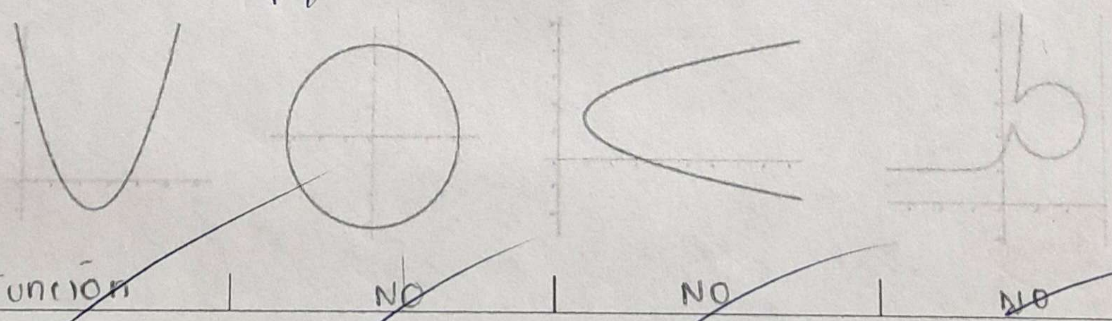
③

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-4	-5	-2	7

y: $f(-2) = (-2)^3 + 2(-2)^2 - 5 = -5$
y: $f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5 = -4$
y: $f(0) = (0)^3 + 2(0)^2 - 5 = -5$
$f(1) = 1^3 + 2(1)^2 - 5 = -2$
$f(2) = 2^3 + 2(2)^2 - 5 = 7$

④

4. Aplicando el criterio de la línea vertical, Indica si las siguientes gráficas corresponden a funciones o no. Valor: 4% 4%



Función	NO	NO	NO

25 · 09 · 24

1.8 Operaciones con funciones

ADICIÓN, SUSTRACCIÓN, MULTIPLICACIÓN, DIVISIÓN Y composición

→ Se pueden hacer 5 tipos de operaciones diferentes con funciones: suma, resta, multiplicación, división y composición. Es decir, dos funciones pueden ser sumadas, restadas, multiplicadas, divididas o compuestas.

- **SUMA DE FUNCIONES**

El valor de la suma (o adicción) de dos funciones es igual a la suma del valor de cada función. Es decir, para calcular la imagen de una función suma basta con sumar las imágenes de las funciones que intervienen en la operación.

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

Además, el dominio de la suma de dos funciones es la intersección del dominio de cada función sumada:

$$Dom(f+g) = Dom(f) \cap Dom(g)$$

Veamos cómo se suman dos funciones mediante un ejemplo:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 + 1 + \log(x-1)$$

Y ahora hallamos el dominio de la función suma. Para ello, calculamos el dominio de cada función por separado:

$$Dom(f) = \mathbb{R} \qquad Dom(g) = (1, +\infty)$$

Entonces, el dominio de la función resultante de la operación será:

$$Dom(f+g) = Dom(f) \cap Dom(g) = (1, +\infty)$$

Toda operación con funciones debe acompañarse de su dominio para definir completamente el resultado.

TITULO FECHA 25 · 09 · 24

- **RESTA DE FUNCIONES**

La imagen de la resta (o diferencia) de dos funciones es la resta de las imágenes de cada función que participa en la operación.

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

Igual que con la función suma, el dominio de la resta de dos funciones es equivalente a la intersecciones del dominio de cada función.

$$\mathrm{Dom}(f-g) = \mathrm{Dom}(f) \cap \mathrm{Dom}(g)$$

De manera que si una función no está definida en algún valor de la variable independiente x, tampoco lo estará la función resultante de la resta. Veamos cómo se restan dos funciones a través de un ejemplo:

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad g(x) = \frac{3}{x-4}$$

Primero restamos las dos funciones: $(f-g)(x) = f(x) - g(x) = \sqrt{x} - \frac{3}{x-4}$

Y luego determinamos el dominio de la función resta:

$$\mathrm{Dom}(f) = [0, +\infty) \qquad \mathrm{Dom}(g) = \mathbb{R} - \{4\}$$

$$\mathrm{Dom}(f-g) = \mathrm{Dom}(f) \cap \mathrm{Dom}(g) = [0,4) \cup (4, +\infty)$$

- **MULTIPLICACIÓN DE FUNCIONES**

Para calcular el producto o multiplicación de dos funciones, simplemente debemos multiplicar las expresiones de cada función.

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

Por otro lado, el dominio de la función producto es el conjunto intersección del dominio de cada función mutiplicada.

$$\mathrm{Dom}(f \cdot g) = \mathrm{Dom}(f) \cap \mathrm{Dom}(g)$$

25 • 09 • 24

Por ejemplo, si tenemos las siguientes dos funciones:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2-1} \qquad g(x) = \frac{2}{3x+6}$$

En primer lugar, hacemos la operación producto con las dos funciones:

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt[3]{x^2-1} \cdot \frac{2}{3x+6} = \frac{2\sqrt[3]{x^2-1}}{3x+6}$$

Y, finalmente, hallamos el dominio de la función resultante de la operación:

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \qquad \text{Dom}(g) = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$\text{Dom}(f \cdot g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) = (-\infty, -2) \cup (-2 + \infty)$$

- **DIVISIÓN DE FUNCIONES**

El resultado númerico de una división de dos funciones corresponde a la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Sin embargo, el dominio de la división de dos funciones es el conjunto intersección del dominio de cada función menos todas las x que anulan la función que actúa como divisor, ya que si no obtendríamos una indeterminación.

$$\text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) - \{x : g(x) = 0\}$$

A modo de ejemplo, vamos a dividir las siguientes funciones:

$$f(x) = 5^x \qquad g(x) = x - 3$$

La división de las funciones es:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{5^x}{x-3}$$

Por otra parte, el dominio de cada función por separado son todos los números reales:

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \qquad \text{Dom}(g) = \mathbb{R}$$

$$\text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) - \{x : g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{3\}$$

25 · 09 · 24

• COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

Es la operación más difícil de resolver, porque es el concepto más complicado.

La composición de funciones consiste en la aplicación sucesiva de dos funciones. Algebraicamente, la composición de dos funciones se expresa:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Por otro lado, el dominio de la composición de funciones $(g \circ f)(x)$ equivale al conjunto de todos los valores de x en el dominio de la función f tal que $f(x)$ pertenece al dominio de la función g.

$$\text{Dom}(g \circ f) = \{x \in \text{Dom}(f) \mid f(x) \in \text{Dom}(g)\}$$

Por ejemplo, dadas las siguientes dos funciones:

$f(x) = x^2 + 1$ $\qquad$ $g(x) = 3x - 4$

Para hallar la función compuesta f seguida de g tenemos que sustituir la expresión de $f(x)$ donde haya una x en la expresión de $g(x)$:

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(x^2 + 1) \\ &= 3(x^2 + 1) - 4 \\ &= 3x^2 + 3 - 4 \\ &= 3x^2 - 1\end{aligned}$$

En este caso, el dominio de las dos funciones son todos los números reales, por lo que el dominio de la función compuesta también serán todos los números reales.

$$\text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R}$$

Como puedes comprobar, la composición de funciones una operación nada fácil de entender.

Escaneado con CamScanner

TITULO

FECHA 26 • 09 • 24

→ EJERCICIOS

• Suma de funciones

Sí: $f(x) = 3x^2 - 2$ y $g(x) = 2x + 3$

La suma es: $(f+g)(x) = (3x^2 - 2) + (2x + 3)$

→ $(f+g)(x) = 3x^2 + 2x + 1$

Dom = $\mathbb{R}$ Im = $\mathbb{R}$

• Resta de funciones

Sí: $f(x) = 3x^2 - 2$ y $g(x) = 2x + 3$

La resta es: $(f-g)(x) = (3x^2 - 2) - (2x + 3)$

→ $(f-g)(x) = 3x^2 - 2x - 5$

Dom = $\mathbb{R}$ Im = $\mathbb{R}$

• Multiplicación

Si tenemos las dos funciones: $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ $g(x) = \dfrac{2}{3x+6}$

En primer lugar, haremos la operación producto con las dos funciones:

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1} \cdot \frac{2}{3x+6} = \frac{2\sqrt[3]{x^2 - 1}}{3x + 6}$$

TITULO | FECHA 26 · 09 · 24

- División

$$\frac{(3x+2)\cdot(4x-5)}{2x-1}$$

1. multiplicación en el numerador:

$$(3x+2)\cdot(4x-5) = 12x^2 - 15x + 8x - 10 = 12x^2 - 7x - 10$$

2. resultado de la división:

$$\frac{12x^2 - 7x - 10}{2x-1}$$

- Composición

Dadas las siguientes dos funciones cuadráticas: $f(x)=x^2$ $g(x)=g(x)=x^2-4x+8$ determine el resultado de la siguiente composición de funciones $(g\circ f)(2)$ implica hallar la siguiente función compuesta: $(g\circ f)(2)=g(f(2))$

→ calculamos $f(2)$:

$$f(x)=x^2$$
$$f(2)=2^2=4$$

Portanto, como $f(2)=4$:

$$(g\circ f)(2)=g(f(2))=g(4)$$

→ Calculamos $g(4)$:

$$\begin{aligned}(g\circ f)(2) &= g(f(2)) \\ &= g(4) \\ &= 4^2-4\cdot4+8 \\ &= 16-16+8 \\ &= 8\end{aligned}$$

- el resultado del problema de composición de funciones es:

$$(g\circ f)(2)=8$$

FECHA 25 . 09 . 24

1.9 transformaciones RÍGIDAS Y NO RÍGIDAS

Una transformación rígida es un tipo de transformación que conserva la forma y el tamaño del objeto. En otras palabras, las distancias entre puntos y los ángulos permanecen inalterados. Las transformaciones rígidas incluyen:

- Traslaciones. mover un objeto de un lugar a otro sin cambiar su orientación.
- Rotaciones. girar un objeto alrededor de un punto o eje.
- Reflexiones. reflejar un objeto a través de una línea o plano.

Matemáticamente, las transformaciones rígidas se pueden describir por matrices ortogonales o mediante combinaciones de desplazamientos y rotaciones. Un ejemplo general de una transformación rígida en 2D sería: $x' = Ax + b$ donde A es una matriz de rotación y b es un vector de traslación.

Una transformación no rígida es una transformación que permite cambiar la forma o el tamaño del objeto. En este caso, las distancias y los ángulos pueden variar. Estas transformaciones incluyen:

- Escalamiento. Cambiar el tamaño del objeto, haciendo que se agrande o reduzca.
- Cizallamiento (Shear). deformar un objeto de manera que un punto se mueva en una dirección mientras que otro se mantiene fijo.
- Deformaciones generales. cualquier transformación que implique estiramiento, encogimiento o torsión del objeto.

Un ejemplo general de una transformación no rígida en 2D podría expresarse como: $x' = Bx + C$, donde B es una matriz que no necesariamente es ortogonal, y c es un vector de traslación.

TITULO

FECHA 25 · 09 · 24

→ Ejercicio.

considera un cuadrado con los vértices en los siguientes puntos:

A (0,0)   B (1,0).   C (1,1)   D (0,1)

Realiza las siguientes transformaciones:

1. Transformación rígida: rota el cuadrado 90 grados en sentido horario alrededor del origen.
2. Transformación no rígida: aplica un escalamiento que multiplique las coordenadas x por 2 y las coordenadas y por 0.5.

• SOLUCIÓN

1. transformación rígida: Rotación 90 grados en sentido horario es:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aplicamos esta matriz a cada vértice:

▸ Para el punto A'(0,0)

$R\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow A'(0,0)$ $R\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow B'(0,-1)$

$R\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow C'(1,-1)$ $R\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow D'(1,0)$

Los vértices del cuadrado después de la rotación son:

A'(0,0)   B'(0,-1)   C'(1,-1),   D'(1,0)

2. transformación no rígida: Escalamiento.

Aplicamos la matriz de escalamiento que multiplica x por 2 y y por 0.5 es:

$$S = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Se aplica la matriz a cada vértice: Para el punto A (0,0):

$S\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow A''(0,0)$ $S\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow B''(2,0)$

$S\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0.5 \end{pmatrix} \rightarrow C''(2,0.5)$ $S\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} \rightarrow D''(0,0.5)$

Los nuevos vértices del cuadro son: A''(0,0)   B''(2,0)   C''(2,0.5)   D''(0,0.5)

TITULO 1.5 FECHA 23 • 10 • 24

Ejercicio. Determina cuales de las sig. funciones son polinomiales:

temas

a) $f(x) = 5x^3 - 4x^2 - 3x \quad \forall x \in \mathbb{R}$ ✓ 2.3.4

b) $g(x) = \sqrt{x-4}, \quad \forall x \geq 4$ ✗ 2.3

c) $h(x) = 8, \quad \forall x \in \mathbb{R}$ ✓

d) $i(x) = \dfrac{x+4}{x-3}; \quad \forall x \neq 3$

OPERACIONES C/POLINOMIOS

- SUMA $f(x) + g(x) = (f+g)(x)$
- RESTA $f(x) + g(x) = (f-g)(x)$
- MULTIPLICACIÓN $f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g)(x)$

Ejemplos.

$f(x) = 9x - 5 \qquad g(x) = 4x + 1$

3. $(f \cdot g)(x) = (9x-5) \cdot (4x+1) = 36x^2 + 9x - 20x - 5 = 36x^2 - 11x - 5$
1. $(f+g)(x) = (9x-5) + (4x+1) = 13x - 4$
2. $(f-g)(x) = (9x-5) - (4x+1) = 5x - 6$

$f(x) = 5x + 3 \qquad g(x) = 3x - 2$

1. $(f+g)(x) = (5x+3) + (3x-2) = 8x + 1$

$(f-g)(x) = (5x+3) - (3x-2) = 2x + 5$

TITULO

EJERCICIOS

FECHA 05 - 11 - 24

$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 1$

$Q(x) = -5x^3 + 6x^2 - 3$

$R(x) = -x + 3$

$S(x) = 2x - 3$

a) $P(x) + R(x)$

b) $Q(x) - S(x)$

c) $P(x) \cdot Q(x)$

d) $R(x) \cdot S(x)$

a) $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 1 \quad + \quad R(x) = -x + 3$

$(P+R)(x) = (2x^3 - 5x^2 + 3x - 1) + (-x + 3) = -2x^4$

$2x^3 - 5x^2 + 2x + 2$

b) $Q(x) = -5x^3 + 6x^2 - 3 \quad S(x) = 2x - 3$

$(Q+S)(x) = (-5x^3 + 6x^2 - 3) - (2x - 3) =$

$-5x^3 + 6x^2 - 2x$

c) $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 1 \quad Q(x) = -5x^3 + 6x^2 - 3$

$(P \cdot Q) = (2x^3 - 5x^2 + 3x - 1) \cdot (-5x^3 + 6x^2 - 3) = -10x^6 + 12x^5 - 6x^3 +$

$25x^5 - 30x^4 + 15x^2 - 15x^4 + 18x^3 - 9x + 5x^3 - 6x^2 + 3 =$

$-10x^6 + 12x^5 + 25x^5 - 30x^4 - 15x^4 - 6x^3 + 18x^3 + 5x^3 + 15x^2 - 6x^2$

$- 9x + 3 =$

$\boxed{-10x^6 + 37x^5 - 45x^4 + 17x^3 + 9x^2 - 9x + 3}$

d) $R(x) = -x + 3 \quad S(x) = 2x - 3$

$(R \cdot S)(x) = (-x + 3) \cdot (2x - 3) = -2x^2 + 3x + 6x - 9$

$= \boxed{-2x^2 + 9x - 9}$

TITULO 1.6 FUNCIONES TRASCENDENTES: TRIGONOMETRICAS, LOGARITMICAS Y EXPONENCIALES.

FECHA 6 • 11 • 24

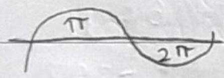
FUNCIONES

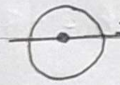
- TRASCENDENTES
  - trigonometricas
    - directas
      - SENθ
      - COSθ
      - Tanθ
      - COTθ
      - SECθ
      - CSCθ
    - indirectas
      - Sen^{-1}
      - COS^{-1}
      - Tan^{-1}
      - Cot^{-1}
      - Sec^{-1}
      - CSC^{-1}
  - logaritmicas
    - $\log_b U$
    - $\ln U$
  - exponenciales
- ALGEBRAICAS
  - Polinomiales
  - Racionales

→ Investigar la representación gráfica de las funciones trigonometricas.

$\pi = 180°$

$2\pi = 360°$



 $= 360°$

$f(x) = Sen\,x \rightarrow \pi$

$= Sen\,5°$

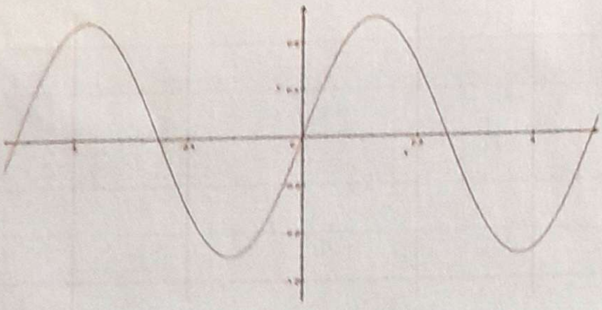
$= Sen\,\theta$

$Sen\,\pi = Sen\,180°$

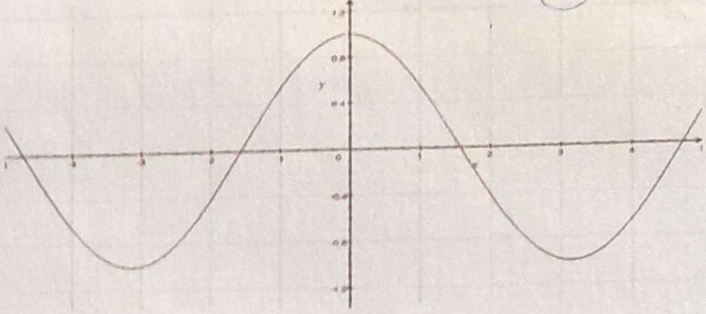
$Sen\,2\pi = Sen\,360°$

$Sen\,\frac{180°}{3} = 60°$

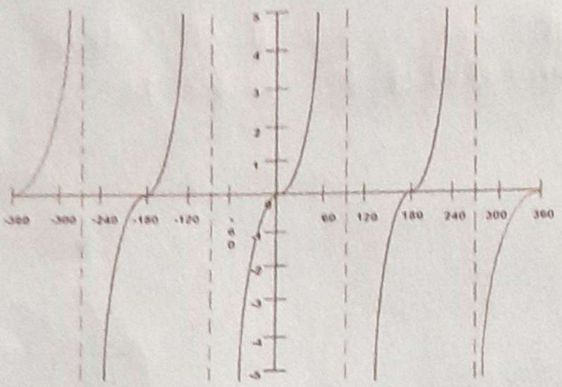
1. Función seno (de -360 a 360)



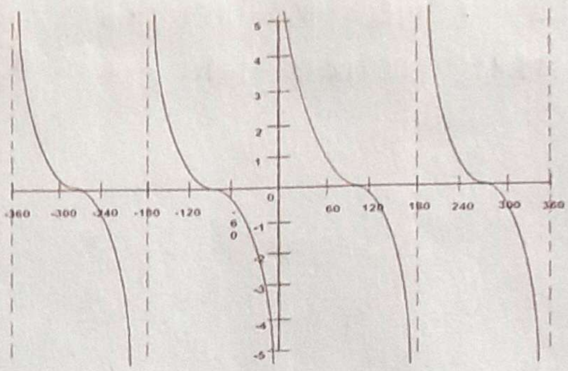
2. Función coseno (de –360 a 360)



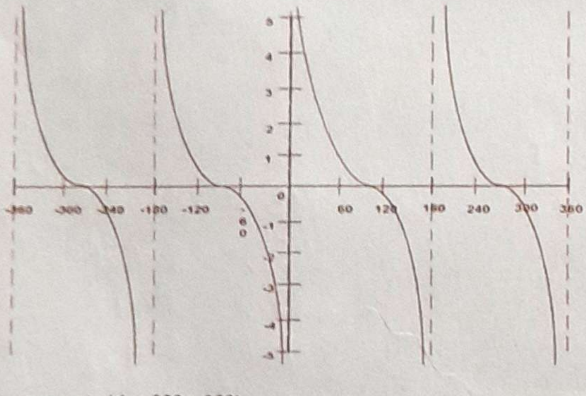
- Función tangente (de –360 a 360)



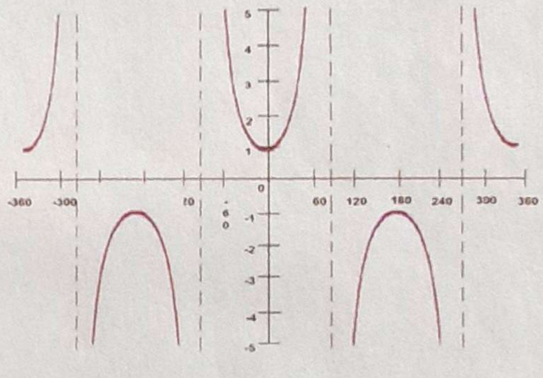
- Función cotangente (de –360 a 360)



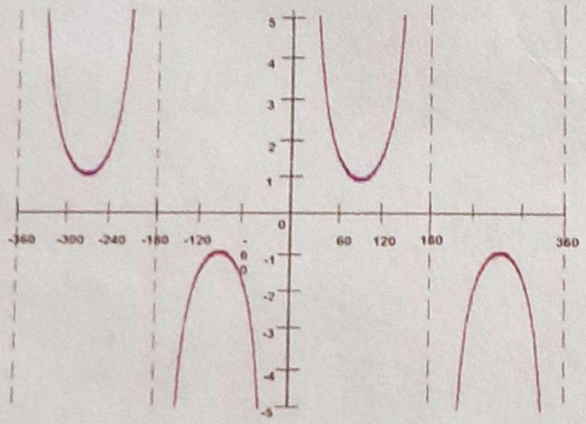
- Función cotangente (de –360 a 360)



- Función secante (de –360 a 360)

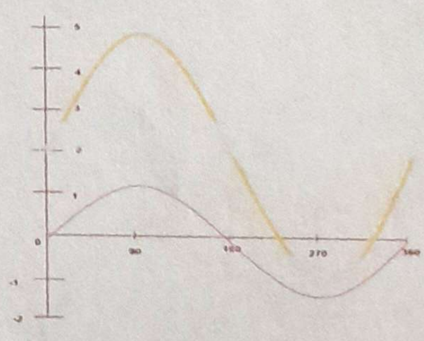


- Función cosecante (de –360 a 360)



- Variación en la gráfica de seno:

Sen x
Sen 0°=0
Sen 90°=1
Sen 180°=0
Sen 270°=-1
Sen 360°= 0

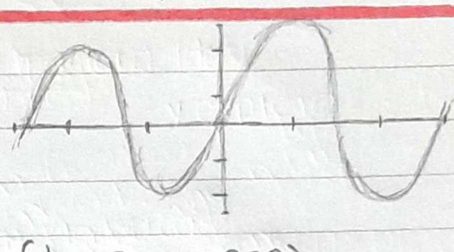
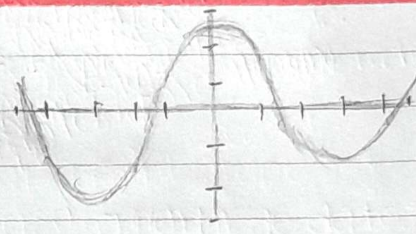
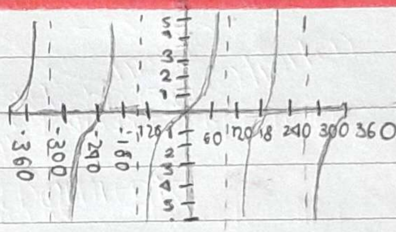
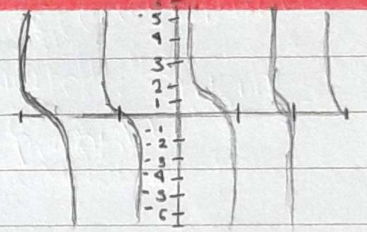
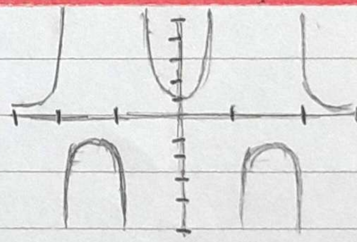
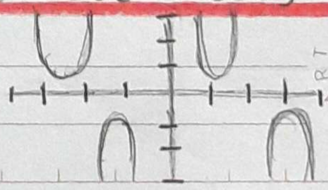


3Senx+2
3Sen 0°+2=2
3Sen 90°+2=5
3Sen 180°=2
3Sen 270°=-1
3Sen 360°=2

TITULO

FECHA 07 • 11 • 24

FUNCIONES TRIGONOMETICAS

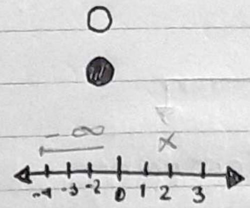
FUNCIÓN	CONCEPTO	GRÁFICA
FUNCIÓN SENO	Función periódica que es muy importante, representa la variación de la ordenada del punto en función de su ángulo x.	 (de -360 a 360)
FUNCIÓN COSENO	Toma un ángulo y devuelve la relación de dos lados de un triángulo derecho.	 (de -360 a 360)
FUNCIÓN TANGENTE	Función impar y es una función periódica de periodo con indeterminaciones en, $\frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$.	 (de -360 a 360)
FUNCIÓN COTANGENTE	Se denota de forma $f(x) = \cot(x)$, siendo una función recíproca de la tangente, es decir, el inverso multiplicativo $(\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)})$	 (de -360 a 360)
FUNCIÓN SECANTE	Asocia a cada número real, x, el valor de la secante del ángulo cuya medida en radianes es x.	 (de -360 a 360)
FUNCIÓN COSECANTE	Razón trigonométrica recíproca de la función seno, o también su inverso multiplicativo.	 (de -360 a 360)

Funciones x partes / trozos

11 · 11 · 24

$$F(x) = \begin{cases} 2x^2 + x - 3 & -2 \le x \le \\ 3x^3 - 2x^2 + 3x - 2 & x < -1 \end{cases}$$

$y =$



$3x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

$3(-1)^3$

$3(-1) - 2 - 3 - 2 =$

$-3 = -10$

x	y
-2	3
-1	-10
0	-2
1	2
2	20
3	70

x	y
-1	
-2	
-3	
-4	

$$F(x) = \begin{cases} x - 7 & x \le -3 \\ x^2 + 3x - 2 & -3 < x < 5 \\ 2x^2 - 6 & x \ge 5 \end{cases}$$

$(-3) - 7 = -10$

$(-4) - 7 = -11$

$(-5) - 7 = -12$

$(-6) - 7 = -13$

$(-2)^2 + 3(-2) - 2$

x	y
-3	-10
-4	-11
-5	-12
-6	-13

x	y
-2	-4
-1	-4
0	-2
1	2
2	8

X	Y
5	44
6	66
7	92
8	122

$2(5)^2 - 6 = 44$

$2(6)^2 - 6 = 66$

$2(7)^2 - 6 = 92$

$2(8)^2 - 6 = 122$

ejercicios

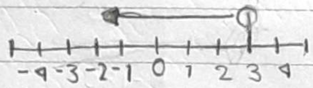
FECHA: 12 · 11 · 24

$$f(x)\begin{cases} x+7 & x \le 3 \\ x^2-3x+2 & -2 < x < 5 \\ 2x^2+6 & x \ge 6 \end{cases}$$

$$g(x)\begin{cases} x-2 & x < -2 \\ 3 & -1 \le x < 3 \\ 2x+3 & x \ge 3 \end{cases}$$

• $f(x)$

$x+7 \qquad x \le 3$



$3+7=10$

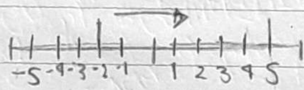
$2+7=9$

$1+7=8$

$0+7=7$

x	y
3	10
2	9
1	8
0	7

$x^2-3x+2 \qquad -2 < x < 5$



$(-1)^2-3(-1)+2=6$

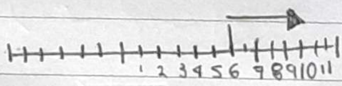
$(0)^2-3(0)+2=2$

$(1)^2-3(1)+2=0$

$(2)^2-3(2)+2=0$

x	y
-1	6
0	2
1	0
2	0

$2x^2+6 \qquad x \ge 6$



$2(6)^2+6=78$

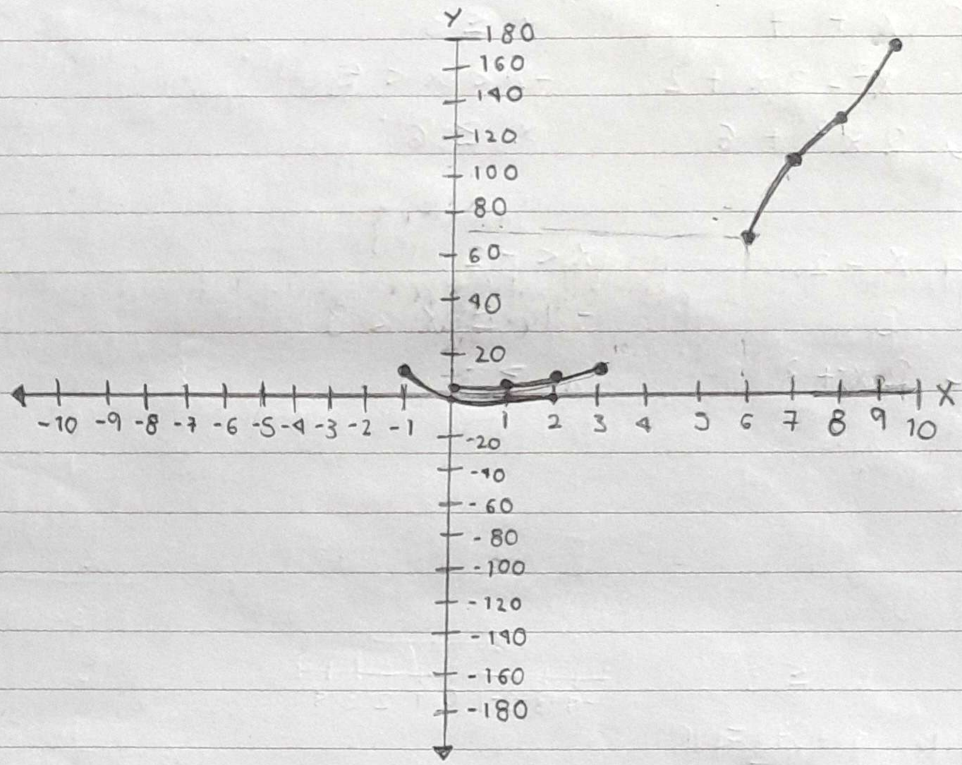
$2(7)^2+6=104$

$2(8)^2+6=134$

$2(9)^2+6=168$

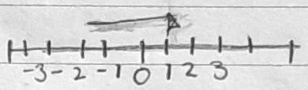
x	y
6	78
7	104
8	134
9	168

TITULO FECHA 12 • 11 • 24



g(x)

x − 2   x < −2



−1 − 2 = −3

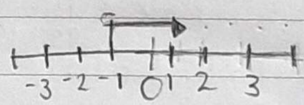
0 − 2 = −2

1 − 2 = −1

2 − 2 = 0

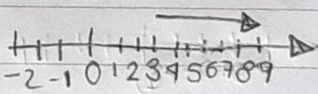
X	Y
−1	−3
0	−2
1	−1
2	0

3   −1 ≤ x < 3



X	Y
−1	3
0	3
1	3
2	3

2x + 3   x ≥ 3



2(3) + 3 = 9

2(4) + 3 = 11

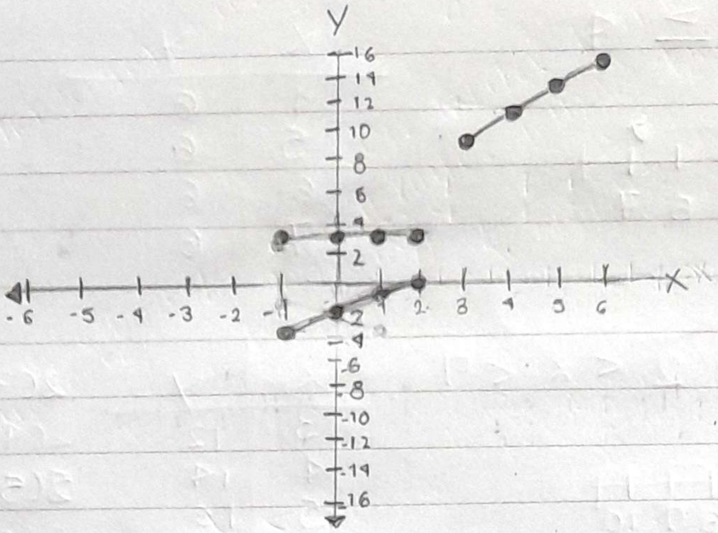
2(5) + 3 = 13

2(6) + 3 = 15

X	Y
3	9
4	11
5	13
6	15

Llano Pucheta María del Rosario

FECHA 12 • 11 • 24

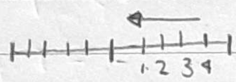


RS

14 • 11 • 24

$$f(x)\begin{cases} x+4 & x \le 4 \\ x^2-2x+3 & -2 < x < 3 \\ 2x^2-3 & x \le 9 \end{cases} \qquad g(x)\begin{cases} x+5 & x \le -3 \\ 6 & x \ge 4 \\ 2x+6 & 2 < x < 9 \end{cases}$$

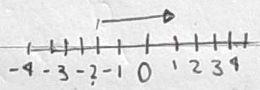
$x+4 \quad x \le 4$



X	Y
4	8
3	7
2	6
1	5

$(4)+4=8$
$3+4=7$
$2+4=6$
$1+4=5$

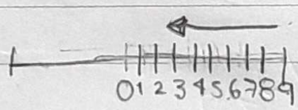
$x^2-2x+3 \quad -2 < x < 3$



X	Y
-1	6
0	3
1	2
2	3

$(-1)^2-2(-1)+3=6$
$(0)^2-2(0)+3=3$
$(1)^2-2(1)+3=2$
$(2)^2-2(2)+3=3$

$2x^2-3 \quad x \le 9$



X	Y
9	159
8	125
7	95
6	69

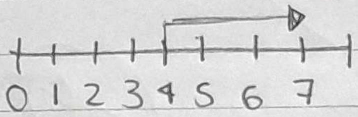
$2(9)^2-3=159$
$2(8)^2-3=125$
$2(7)^2-3=95$
$2(6)^2-3=69$

$x+5 \quad x \le -3$

X	Y
-3	2
-4	1
-5	0
-6	-1

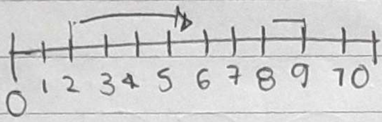
$(-3)+5=2$
$(-4)+5=1$
$(-5)+5=0$
$(-6)+5=-1$

6 $x \geq 4$



x	y
$\cancel{4}$	6
$\cancel{5}$	6
$\cancel{6}$	6
$\cancel{7}$	6

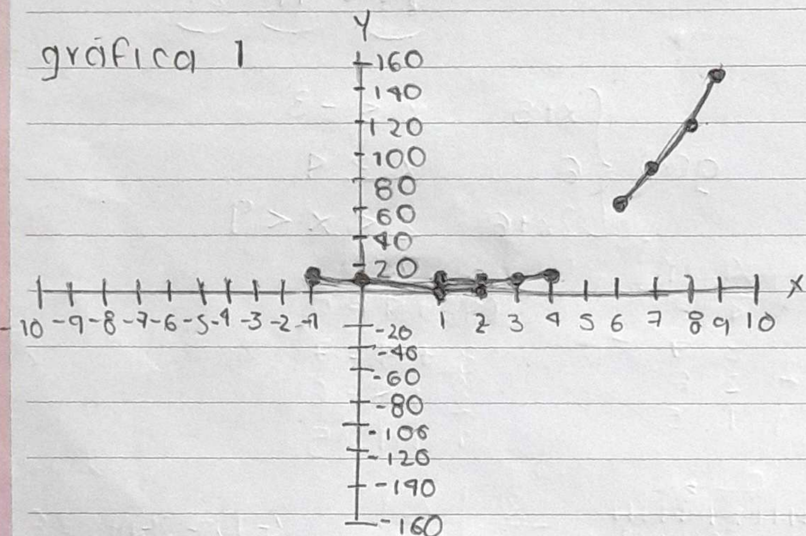
$2x + 6$ $2 < x < 9$



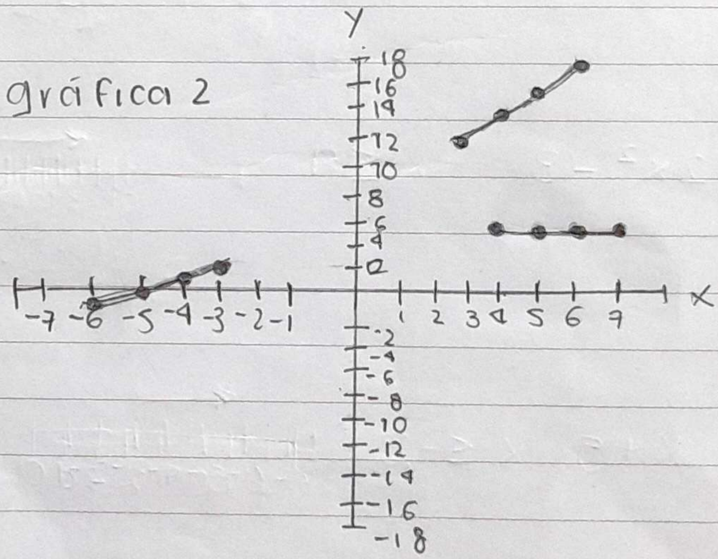
x	y
$\cancel{3}$	12
$\cancel{4}$	14
$\cancel{5}$	16
$\cancel{6}$	18

$2(3) + 6 = 12$
$2(4) + 6 = 14$
$2(5) + 6 = 16$
$2(6) + 6 = 18$

gráfica 1



gráfica 2



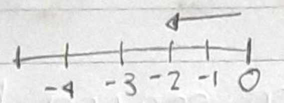
examen

FECHA 20 · 11 · 24

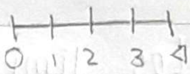
Llano Pucheta María del Rosario

Sea la función $f(x)\begin{cases} -x, & \text{si } x \leq 0 \\ x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$

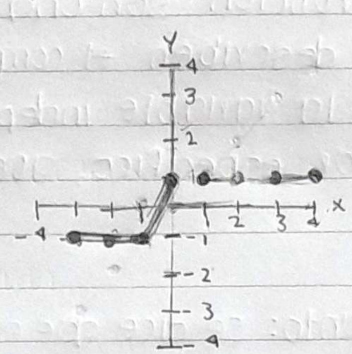
$-1x \quad x \leq 0$



$x, \quad x > 0$



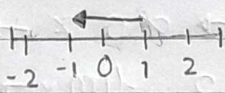
x	y
-0	-1
-1	-1
-2	-1
-3	-1



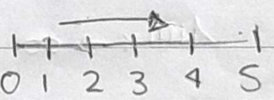
x	y
1	1
2	1
3	1
4	1

$f(x)\begin{cases} x+1, & \text{si } x \leq 1 \\ x^2-2x, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

$x + 1 \quad x \leq 1$



$x^2 - 2x \quad x > 1$



$1 + 1 = 2$

$0 + 1 = 1$

$-1 + 1 = 0$

$-2 + 1 = -1$

x	y
1	2
0	1
-1	0
-2	-1

x	y
2	0
3	3
4	8
5	15

$(2)^2 - 2(2) = 0$

$(3)^2 - 2(3) = 3$

$(4)^2 - 2(4) = 8$

$(5)^2 - 2(5) = 15$