



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE SAN ANDRÉS TUXTLA



INGENIERÍA MECATRÓNICA

ANÁLISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS

UNIDAD III

TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE CA

PROF. JUAN MERLIN CHONTAL

GIOVANNI DE JESÚS HIDALGO BRAVO

KAROL GUADALUPE RODRIGUEZ CORTES

411-A

SAN ANDRÉS TUXTLA VERACRUZ

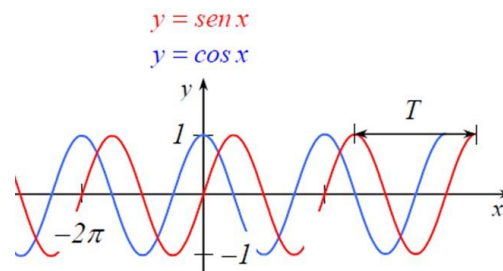
12 DE JUNIO DE 2025

3.1 Características de la onda senoidal

Las ondas senoidales son patrones de ondas que matemáticamente pueden describirse mediante las funciones seno y coseno. Describen acertadamente eventos naturales y señales variables en el tiempo, como voltajes generados por centrales electrónicas y luego utilizados en hogares industriales y calles.

Elementos electrónicos como resistencias, condensadores e inductancias, que se conectan a entradas de voltajes senoidal, producen respuestas también senoidales. Las matemáticas que se utilizan en su descripción son relativamente sencillas y han sido minuciosamente estudiadas.

Las matemáticas de las ondas senoidales o sinusoidales, como también se las conoce, es la de las funciones seno y coseno.



Entonces $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$. Con ayuda de estas funciones se representa una onda senoidal.

La forma mas general para expresar una onda senoidal es: $v(t) = v_m \text{sen}(wt + \phi)$

Partes de las ondas senoidales:

Periodo

Una función periódica como las mencionadas, la cual se repite a intervalos regulares, cumple con la siguiente propiedad:

$$f(t) = f(t + T) = f(t + 2T) = f(t + 3T) = \dots$$

Donde T es una cantidad denominada periodo de la onda, y es el tiempo que tarda en repetirse una fase de esta.

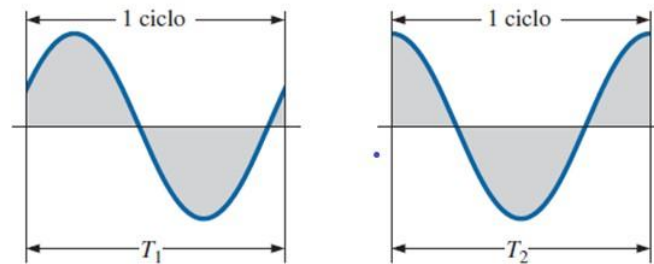
Amplitud

De acuerdo con la expresión general de la onda senoidal $v(t) = v_m \text{sen}(wt + \phi)$, V_m es el máximo de la función, que ocurre cuando $\text{sen}(wt + \phi) = 1$ (recordando que el mayor valor que admite tanto la función seno como la función coseno es 1). Este valor máximo es justamente la amplitud de la onda, también conocida como amplitud pico.

En caso de tratarse de un voltaje se medirá en voltios y si es una corriente será en amperios.

Ciclo

Es una parte de la onda contenida en un periodo. En la figura anterior se tomó el periodo midiéndolo desde dos cimas o crestas consecutivas, pero puede comenzar a medirse desde otros puntos de la onda, mientras estén limitados por un periodo.



Frecuencia

Es la cantidad de ciclos que ocurren en 1 segundo y se concentra vinculada al argumento de la función seno: ωt . La frecuencia se denota como f y se mide en ciclos por segundo o Hertz (Hz).

La frecuencia es la cantidad inversa del periodo, por lo tanto: $f = 1/T$.

Mientras que la frecuencia f está relacionada con la frecuencia angular (pulsación) como:

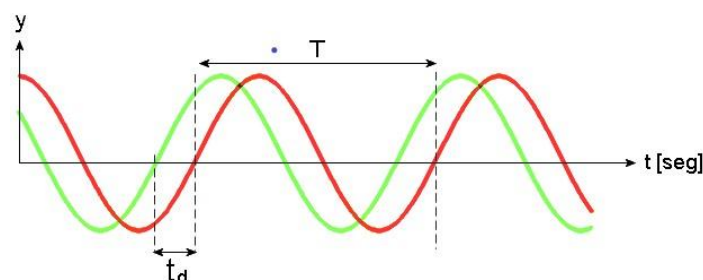
$$\omega = 2\pi f$$

La frecuencia angular se expresa en radianes/segundo en el sistema internacional, pero los radianes son adimensionales, así la frecuencia f y la frecuencia angular ω tienen las mismas dimensiones.

Fase

Se corresponde al desplazamiento horizontal experimentado por la onda, respecto a un tiempo tomado como referencia.

Dos ondas sinusoidales están en fase cuando su frecuencia y su fase son las mismas. Si la fase es diferente, entonces están en desfase.



3.2 Conceptos de fasor y diagramas fasoriales

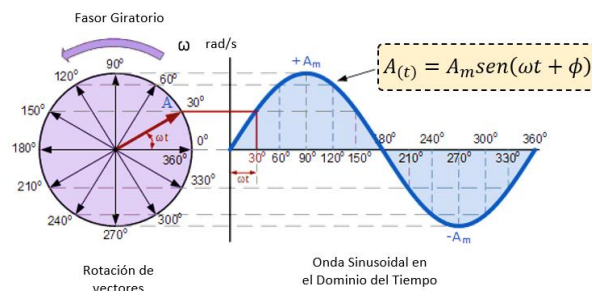
Un fasor es una representación matemática de una señal senoidal en el diagrama de la frecuencia, que simplifica el análisis de complejos en corriente alterna (CA). Se define como un numero complejo que captura la amplitud(magnitud) y la fase de una onda senoidal, omitiendo su dependencia temporal.

$$v(t) = v_m * \text{sen}(\omega t + \phi) - \text{Forma general de una señal senoidal}$$

$$v = v_m \angle \phi - \text{Representación fasorial (en notación polar)}$$

$$v = v_m \cos \phi + j v_m \sin \phi$$

Los diagramas fasoriales se van construyendo teniendo en cuenta los distintos elementos que componen el circuito. Teniendo en cuenta que la tensión en una representación en fase con su corriente, que la corriente en una autoinducción ideal esta atrasada 90 grados respecto a su tensión, y que la corriente en un condensador esta adelantada 90 grados respecto a su tensión, los diagramas fasoriales correspondientes serán las representaciones.



Concepto de Fasor

Un fasor es una representación matemática de una función sinusoidal (como una onda de voltaje o corriente) que gira a una frecuencia angular constante (ω) en el plano complejo. En esencia, un fasor captura la magnitud y la fase angular de una onda sinusoidal en un instante específico de tiempo.

Formalmente, una función sinusoidal en el dominio del tiempo, por ejemplo, un voltaje $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$, puede ser representada por un fasor como un número complejo $V = V_{rms} \angle \phi$ o $V = V_m \angle \phi$, donde:

- V_{rms} (o V_m) es la magnitud del fasor, que puede ser el valor eficaz (RMS) o el valor pico (máximo) de la onda sinusoidal. El valor RMS se calcula como $V_m/2$.
- ϕ es el ángulo de fase inicial de la onda sinusoidal, que indica su posición relativa en el tiempo con respecto a una referencia.

La clave de los fasores es que eliminan la dependencia del tiempo (ωt), transformando las ecuaciones diferenciales que describen los circuitos de CA en ecuaciones algebraicas complejas mucho más fáciles de resolver.

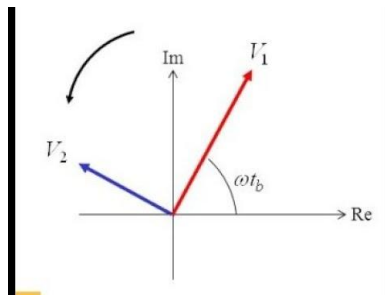
Diferencia entre fasor y vector: Aunque los fasores se representan como "vectores giratorios" en el plano complejo, es importante distinguirlos de los vectores estacionarios que usamos en la física para representar magnitudes con dirección en el espacio tridimensional.

- Fasores: Representan magnitudes que "giran" en el tiempo (aunque se visualicen estáticamente en el diagrama fasorial) y se utilizan para analizar relaciones de magnitud y ángulo en fenómenos oscilatorios, como las ondas de CA.
- Vectores: Son representaciones estacionarias que describen una magnitud y una dirección en un espacio geométrico, sin una dependencia intrínseca del tiempo.

Diagramas Fasoriales

Un diagrama fasorial es una representación gráfica de dos o más fasores en el plano complejo. Permite visualizar las relaciones de fase entre diferentes voltajes y corrientes en un circuito de CA con la misma frecuencia. En un diagrama fasorial:

- Cada fasor se representa como una flecha que se origina en el origen del plano complejo.
- La longitud de la flecha es proporcional a la magnitud del fasor (voltaje o corriente).
- El ángulo que forma la flecha con el eje real positivo (generalmente el eje horizontal) representa el ángulo de fase del fasor. Se asume que los fasores giran en sentido antihorario con la frecuencia angular ω . Sin embargo, en el diagrama, se "congelan" en un instante particular para mostrar sus relaciones relativas.



Construcción de un Diagrama Fasorial:

1. Eje de referencia: Generalmente, se elige una de las cantidades (voltaje o corriente) como referencia y se la coloca a 0 grados en el eje real positivo.
2. Representación de cada fasor: Para cada voltaje o corriente en el circuito:
 - Determine su magnitud (valor RMS o pico).
 - Determine su ángulo de fase relativo a la referencia.
 - Dibuje una flecha desde el origen con la longitud correspondiente a la magnitud y en el ángulo de fase calculado.
3. Relaciones de fase:
 - En una resistencia (R), el voltaje y la corriente están en fase (su ángulo de fase es el mismo).
 - En un inductor (L), el voltaje adelanta a la corriente por 90 grados ($\pi/2$ radianes). Esto se conoce como "ELI": E (voltaje) L (adelanta) I (corriente).
 - En un capacitor (C), la corriente adelanta al voltaje por 90 grados ($\pi/2$ radianes). Esto se conoce como "ICE": I (corriente) C (adelanta) E (voltaje).
4. Suma y resta de fasores: La suma o resta de fasores se realiza como la suma o resta de vectores, descomponiéndolos en sus componentes reales e imaginarias o utilizando reglas geométricas como la ley del paralelogramo o la ley del triángulo.

Aplicaciones de los Fasores y Diagramas Fasoriales:

- **Análisis de circuitos de CA:** Son herramientas invaluable para analizar el comportamiento de circuitos con resistores, inductores y capacitores en corriente alterna, especialmente en estado estacionario (cuando las respuestas transitorias han desaparecido).
- **Cálculo de impedancias:** Los fasores permiten definir la impedancia (Z) de los componentes del circuito como números complejos, generalizando el concepto de resistencia para circuitos de CA.
 - Resistencia: $Z_R = R \angle 0^\circ$
 - Inductancia: $Z_L = j\omega L = \omega L \angle 90^\circ$
 - Capacitancia: $Z_C = j\omega C^{-1} = -\omega C^{-1} \angle -90^\circ$
- **Cálculo de potencia:** Facilitan el cálculo de la potencia activa, reactiva y aparente en circuitos de CA.
- **Análisis de sistemas de potencia:** Utilizados para estudiar el flujo de potencia, caídas de voltaje y estabilidad en redes eléctricas complejas.
- **Electrónica y telecomunicaciones:** Aplicaciones en el diseño y análisis de filtros, amplificadores y sistemas de transmisión de señales.
- **Movimiento armónico:** Si bien su aplicación más visible es en electricidad, el concepto de fasor puede extenderse al análisis de cualquier movimiento armónico simple, como vibraciones mecánicas u ondas en óptica y acústica.

Representaciones de una señal de c. a. senoidal

Ejemplo
Obtener las diferentes representaciones de las señales

$$v(t) = 10 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i(t) = 5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

En forma fasorial

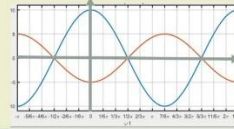
$$V = 10 \angle \frac{\pi}{2} = 10 \angle 90^\circ$$

$$I = 5 \angle -\frac{\pi}{2} = 5 \angle -90^\circ$$

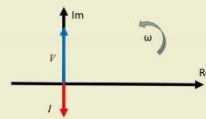
En forma rectangular

$$v(t) = 10 \cos(90^\circ) + j10 \sin(90^\circ) = 0 + j10$$

$$i(t) = 5 \cos(-90^\circ) + j5 \sin(-90^\circ) = 0 - j5$$



Representación fasorial en el plano complejo



$v(t)$ está adelantada 90° respecto al origen
 $i(t)$ está atrasada 90° respecto al origen
 $v(t)$ está adelantada 180° respecto a $i(t)$
 $i(t)$ está atrasada 180° respecto a $v(t)$

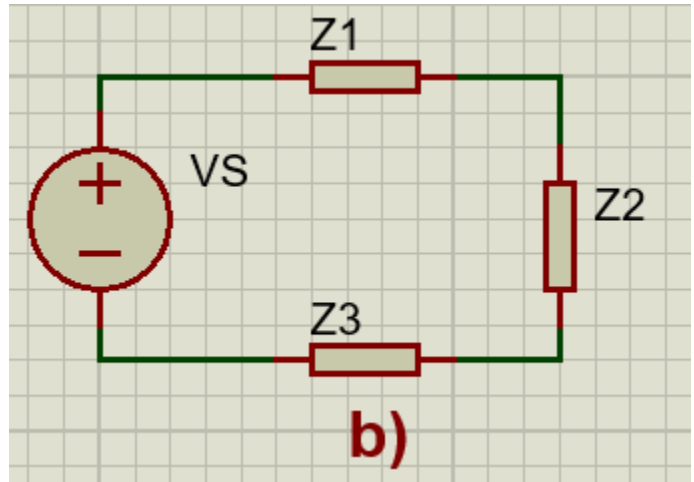
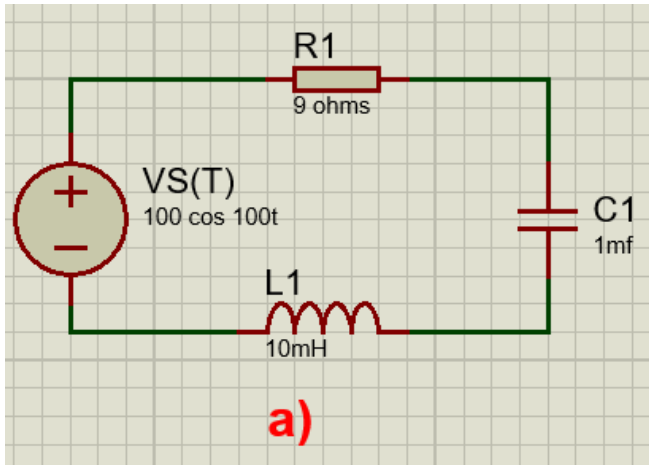
En forma exponencial

$$v(t) = 10e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$i(t) = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

3.4 Simplificación de circuitos RLC serie y paralelo

Determine la corriente $i(t)$ de estado estable en el circuito RLe que se muestra en la figura, utilizando fasores e impedancias.



$$X_L = j(100)(10 \times 10^{-3} H)$$

$$X_L = j$$

$$X_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-1}{(100)(1 \times 10^{-3})} = \frac{-1}{0.1} = -10j$$

$$Z_{total} = Z_R + Z_L + Z_C = 9 + j - 10j = 9 - 9j$$

$$I = \frac{V_s}{Z_{total}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{9 - 9j}$$

$$9 - 9j = \sqrt{9^2 + 9^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{-9}{9}\right) = 12.72 \angle -45^\circ$$

$$I = \frac{100 \angle 0^\circ}{12.72 \angle -45^\circ} = 7.86 \angle 45^\circ A$$

$$i(t) = 7.86 \cos(100t + 45^\circ) A$$

$$Z_3 \quad v = IxR$$

$$V = (7.86 \cos(100t + 45^\circ) A) x j$$

$$v(t) = 100 \cos 100t$$

$$V_{Z_1} = \frac{Z_1}{z_1 + z_2 + z_3} = \frac{9}{9 - 10j + j} = \frac{9}{9 - 9j} (100) = \frac{9}{9 - 9j} * \frac{9 + 9j}{9 - 9j} (100)$$

$$= 81 + \frac{81j}{81 + 81} (100) = 50 + 50j \text{ v}$$

$$V_{Z_2} = \frac{Z_2}{z_1 + z_2 + z_3} = -\frac{10j}{9 - 10 + j} (100) = -\frac{10j}{9 - 9j} (100) = -\frac{10}{9 - 9j} * \frac{9 + 9j}{9 - 9j} (100)$$

$$= \frac{-90j - 90j^2}{81 + 81} (100) = \frac{90 - 90j}{162} (100) = 55.56 - 56.56j$$

$$V_{Z_3} = \frac{Z_3}{z_1 + z_2 + z_3} = \frac{j}{9 - 9j} (100) = \frac{j}{9 - 9j} * \frac{9 + 9j}{9 - 9j} (100) = \frac{9j + 9j^2}{81 + 81} (100)$$

$$= -\frac{9 + 9j}{162} (100) = -5.56 + 5.56j \text{ v}$$

$$V_{Z_1} + V_{Z_2} + V_{Z_3} = 100 \text{ v}$$

$$[(50 + 50j) + (55.56 - 56.56j) + (-5.56 + 5.56j)]v = 100 \text{ v}$$

$$(100 + 0j)v = 100 \text{ v}$$

$$100 \text{ v} = 100 \text{ v}$$

Evaluación de la unidad

ALESSANDRO MARTINEZ SOLIS

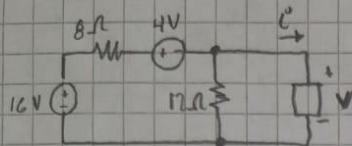
411-A

03/06/25

Scribe®

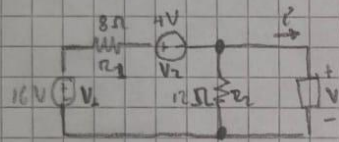
Evaluación Un 3.

P 3.3.1 En el circuito de la figura P 3.3-1, determine v y la potencia absorbida por el elemento desconocido del circuito si la potencia entregada por la fuente de 16 V es de 8 watts



$$\begin{aligned} V_1 &= 16 \text{ V} \\ P &= 8 \text{ W} \\ i_s &= 8 \text{ W} / 16 \text{ V} = \frac{1}{2} \text{ A} \\ R_1 &= 8 \Omega \\ V_2 &= 4 \text{ V} \\ R_2 &= 12 \Omega \end{aligned}$$

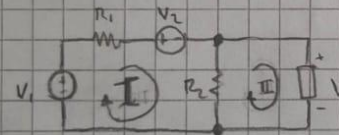
Respuesta $v = 8 \text{ V}$, $i = -1/6 \text{ A}$, $p = -4/3 \text{ W}$



Mallo I

$$\begin{aligned} 16\left(\frac{1}{2}\right) - 12 \Pi &= 16 - 4 \\ 16 - 12 \Pi &= 12 \\ -12 \Pi &= 2 \\ \Pi &= 2/12 \\ \Pi &= -1/6 = 0 \end{aligned}$$

Esto nos indica que la corriente en la mallo II y por tanto, la corriente que pasa en el elemento desconocido es igual a $-1/6$, lo que nos indica que la corriente está viajando en sentido contrario.



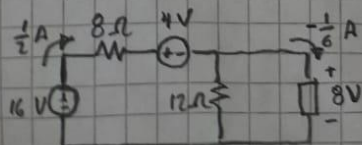
Mallo II

$$\begin{aligned} -12\left(\frac{1}{2}\right) + 12\left(-\frac{1}{6}\right) &= v \\ -6 - 2 &= v \\ -v &= -8 \\ v &= 8 \text{ V} \end{aligned}$$

Esto nos dice que el elemento desconocido tiene un voltaje de 8V, pero con polaridad invertida, es por ello, la corriente es que sale negativa.

$$P = (8 \text{ V})(-1/6 \text{ A}) = -8/6 \text{ W} = -4/3 \text{ W}$$

La potencia en el elemento desconocido es de $-4/3 \text{ W}$.



Ing. Mecatronica 411B Examen de Segunda oportunidad

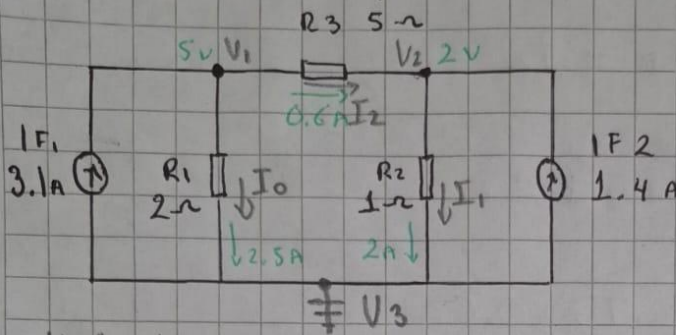
Adrian Cobix Quiala

Elias de Jesus Sandoval Huerta

Jose Ariel Isidoro Vazquez

12 06 2025

Scribe



Nodo 1

$$\frac{V_1}{2\Omega} + \frac{V_1 - V_2}{5\Omega} = 3.1A \rightarrow \frac{5V_1 + 2V_1 - 2V_2}{10} = 3.1A$$

$$7V_1 - 2V_2 = 31A \dots (1)$$

Nodo 2

$$\frac{V_2 - V_1}{5\Omega} + \frac{V_2}{1\Omega} = 1.4A \rightarrow \frac{V_2 - V_1 + 5V_2}{5} = 1.4A$$

$$6V_2 - V_1 = 7 \dots (2)$$

Nodo 3

$$V_3 = 0 \dots (3)$$

Ordenando y resolviendo

$$7V_1 - 2V_2 = 31$$

$$-V_1 + 6V_2 = 7 \quad (\times 7)$$

$$7V_1 - 2V_2 = 31$$

$$-7V_1 + 42V_2 = 49$$

$$40V_2 = 80$$

$$V_2 = \frac{80}{40} = 2V \rightarrow V_2 = 2V$$

Sustituimos el valor de V_2 en Ecu... (2)

$$6V_2 - V_1 = 7 \quad (2)$$

$$6(2) - V_1 = 7$$

$$12 - V_1 = 7$$

$$12 - 7 = V_1$$

$$V_1 = 5V$$

EXPOSICIÓN DE LA UNIDAD 3

