MÉTODO GRÁFICO

2.2

PROBLEMA 1

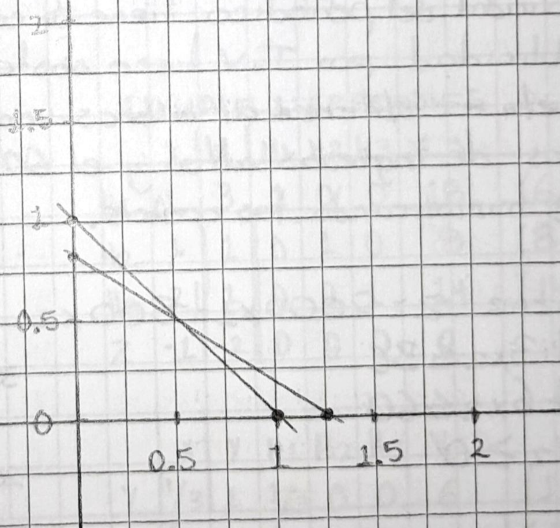
Un expendio de carnes acostumbra preparar carne para hamburguesa con una combinación de carne molida de res y cerdo. La de res contiene el 80% de carne y 20% grasa y le cuesta a la tienda 80 centavos por libra. La de cerdo contiene 68% de carne y 32% de grasa y cuesta 60 centavos por libra. ¿Que cantidad de cada tipo de carne debe emplear la tienda por cada libra de carne para hamburguesa si desea minimizar el costo y mantener el contenido de grasa no mayor de 25%.

MINIMIZAR $Z = 80x_1 + 60x_2$

$20x_1 + 32x_2 \leq 25$

$x_1 + x_2 = 1$

$x_1, x_2 \geq 0$



SOLUCIÓN OPTIMA

$x_1 = 7/12$ lbs de carne de res

$x_2 = 5/12$ lbs de carne de cerdo

$Z = 215/3$ centavos

PROBLEMA 2

Un departamento de publicidad tiene que planear para el próximo mes una estrategia de publicidad para el lanzamiento de una línea de T.V a color tiene a consideración 2 medios de difusión: La televisión y el periódico.

Los estudios de mercado han mostrado que:

1. La publicidad en T.V. Llega al 2% de las familias de ingresos altos y al 3% de la familia de ingresos medios por comercial

2. La publicidad en el periódico llega al 3% de las familias de ingresos altos y el 6% de las familias de ingresos medios por anuncio.

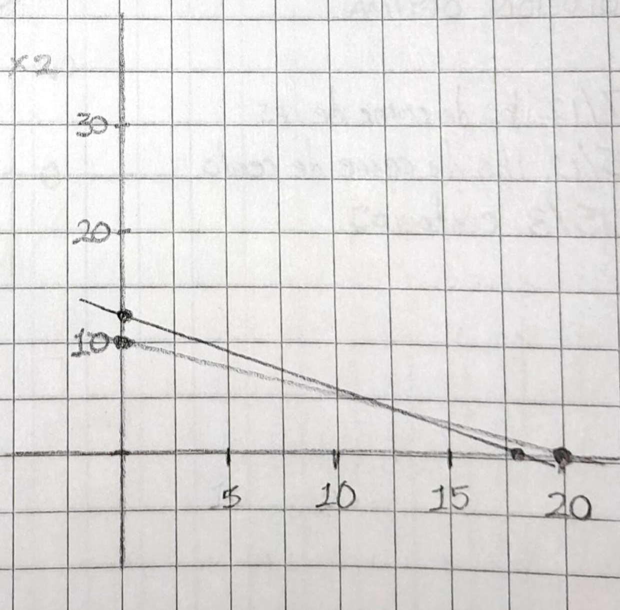
La publicidad del periódico tiene un costo de 500dls por anuncio y la publicidad por T.V tiene costo de 2000 dls por comercial. La meta es obtener al menos una presentación del 36% de las familias de ingresos altos y el 60% de las familias de ingresos medios minimizando los costos.

MINIMIZAR $Z = 2000x_1 + 500x_2$

$2x_1 + 3x_2 \leq 36$

$3x_1 + 6x_2 \leq 60$

$x_1, x_2 \geq 0$



SOLUCIÓN OPTIMA

$x_1 = 0$ comerciales en T.V

$x_2 = 12$ anuncios en el periodico

$Z = \$6,000$ dls

D 19 M MAR A 25

Scribe

MÉTODO SIMPLEX

2.3

PROBLEMA 1

Un empresario tiene a su disposición dos actividades de producción lineales, mediante la contribución de tres insumos, fundición, ensamblaje y distribución de \$18, \$8 y \$14 respectivamente

La distribución de los insumos a los productos se resume en lo sig.

	Producto 1	Producto 2	Disponibilidad
Fundición	1	3	18
Ensamblaje	1	1	8
Distribución	2	1	14
Beneficio	1	2	

VARIABLE DE DECISIÓN

X = Producto 1

Y = Producto 2

FUNCIÓN OBJETIVO

$Z = x + 2y$ (MAX)

RESTRICCIONES

$x + 3y \leq 18$

$x + y \leq 8$

$2x + y \leq 14$

CONVERTIR INECUACIONES A ECUACIONES CON VARIABLES DE HOLGURAS

$x + 3y + 1H1 + 0H2 + 0H3 = 18$

$x + y + 0H1 + 1H2 + 0H3 = 8$

$2x + y + 0H1 + 0H2 + 1H3 = 14$

FUNCIÓN OBJETIVO

$Z - X - 2Y = 0$

TABLA E ITERACIONES

	X	Y	H1	H2	H3	V.S.	
H1	1	3	1	0	0	18	(6)
H2	1	1	0	1	0	8	(8)
H3	2	1	0	0	1	14	(14)
Z	-1	-2	0	0	0	0	

	X	Y	H1	H2	H3	V.S.	
Y	1/3	1	1/3	0	0	6	(18)
H2	2/3	0	-1/3	1	0	2	(3)
H3	5/3	0	-1/3	0	1	8	(4.8)
Z	-1/3	0	2/3	1	0	12	

	X	Y	H1	H2	H3	V.S
Y	0	1	1/2	-1/2	0	5
X	1	0	-1/2	3/2	0	3
H3	0	0	1/2	-5/2	1	3
Z	0	0	1/2	1/2	0	13

Solución = Beneficio maximo \$13. Para la producción se necesita 3 unidades de producto 1 y 5 del producto 2.

19 MAR 24

PROBLEMA 2

Establecer restricciones, funciones y explique cómo calcula el máximo beneficio de una empresa que produce 2 bienes x e y sujeto a los sigs datos.

	X	Y	Capacidad
Mano de obra	3	6	60
Materias primas	4	2	32
Materiales	1	2	16
Beneficio	20	24	

VARIABLES DE DECISIÓN

X E Y

FUNCIÓN OBJETIVO

$Z = 20x + 24y$ (MAX)

RESTRICCIONES

$3x + 6y \leq 60$

$4x + 2y \leq 32$

$x + 2y \leq 16$

CONVERTIR LAS INECUACIONES A ECUACIONES CON VARIABLES DE HOLGURA

$3x + 6y + 1H1 + 0H2 + 0H3 = 60$

$4x + 2y + 0H1 + 1H2 + 0H3 = 32$

$x + 2y + 0H1 + 0H2 + 1H3 = 16$

FUNCIÓN OBJETIVO

$Z - 20x - 24y = 0$

TABLA E INTERACIONES

	X	Y	H_1	H_2	H_3	V.S	
H_1	3	6	1	0	0	60	(10)
H_2	4	2	0	1	0	32	(16)
H_3	1	2	0	0	1	16	(8)
Z	-20	-24	0	0	0	0	

	X	Y	H_1	H_2	H_3	V.S	
H_1	0	0	1	0	-3	12	
H_2	3	0	0	1	-1	16	(5.33)
Y	1/2	1	0	0	1/2	8	16
Z	-8	0	0	0	12	192	

	X	Y	H_1	H_2	H_3	V.S
H_1	-3	0	1	-1	-2	-4
X	1	0	0	1/3	-1/3	16/3
Y	0	1	0	-1/6	2/3	16/3
Z	0	8	0	0	52/2	704/3

19 MAR 25

TABLA SIMPLEX
2.3.2
PROBLEMA 1

Maximizar: $Z = 3x_1 + 2x_2$
Sujeto a $2x_1 + x_2 \leq 18$
$2x_1 + 3x_2 \leq 42$
$3x_1 + x_2 \leq 24$
$x_1, x_2 \geq 0$

Forma estándar
$2x_1 + x_2 + s_1 = 18$
$2x_1 + 3x_2 + s_2 = 42$
$3x_1 + x_2 + s_3 = 24$
$Z - 3x_1 - 2x_2 = 0$

SIMPLEX

Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Solución
1	-3	-2	0	0	0	0
0	2	1	1	0	0	18
0	2	3	0	1	0	42
0	3	1	0	0	1	24

ITERACIÓN

Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Solución
1	0	-1	0	0	1	
0	0	1/3	1	0	-2/3	2
0	0	7/3	0	1	-2/3	21
0	1	1/3	0	0	1/3	8

RATIOS
$18/2 = 9,\ 42/2 = 21,\ 24/3 = 8$

RESULTANTE

Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Solución
1	0	0	3	0	-1	30
0	0	1	3	0	-2	6
0	0	0	-7	1	4	12
0	1	0	-1	0	1	6

RATIOS
$2/(1/3) = 6,\ 26/(7/3) = 11.24,\ 8/(1/3) = 24$

$6/-2 = -3,\ 12/4 = 3,\ 6/1 = 6$

TABLA RESULTANTE

Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Solución
1	0	0	2	1/4	0	33
0	0	1	-1/2	1/2	0	9
0	0	0	-7/4	1/4	1	3
0	1	0	-1/4	-1/4	0	3

OPTIMALIDAD
Todos los coeficiente en la fila Z son no negativos

Solución optima
$x_1 = 3,\ x_2 = 9,\ Z = 33$

19 MAR 25

MÉTODO ALGEBRAICO

2.3.1

$\text{Max } z = 3x_1 + 4x_2$

$\text{s.a } x_1 + x_2 + x_3 = 9$

$x_1 + 2x_2 + x_4 = 16$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

La primera base es la formada por holgura

$B_1 = \{x_3, x_4\}$

$NB = \{x_1, x_2\}, x_1 = x_2 = 0$

$x_3 = 9$

$x_4 = 16$

$Z = 0$

VARIABLES BÁSICAS

$x_3 = 9 - x_1 - x_2$

$x_4 = 16 - x_1 - 2x_2$

NO BÁSICAS

$z = 0 + 3x_1 + 4x_2$

La variable que entra es x_2.

x_1 permanece en cero

$(x_1 = 0)$

$B_2 = \{x_2, ?\}$

Como $x_1 = 0$; se tiene

$x_3 = 9 - x_2 \geq 0 \rightarrow x_2 \leq 9$

$x_4 = 16 - 2x_2 \geq 0 \rightarrow x_2 \leq 8$

$\rightarrow x_2 = 8$ y $x_4 = 0 \rightarrow$ sale x_4

Ahora la base es

$B_2 = \{x_2, x_3)$ y $NB = (x_1, x_4)$

El valor de las variables

$x_2 = (16 - x_1 - x_4)/2 =$

$8 - 1/2\, x_1 - 1/2\, x_4$

$x_3 = 1 - 1/2\, x_1 + 1/2\, x_4$

$z = 32 + x_1 - 2x_4$

Evaluamos si es optimo

Si entra x_1 = Z crece

Si entra x_4 = Z decrece

No es optimo

Entra x_1 y x_4 permanece en 0

La variable que sale es:

$x_2 = 8 - 1/2\, x_1 \geq 0 \rightarrow x_1 \leq 16$

$x_3 = 1 - 1/2\, x_1 \geq 0 \rightarrow x_1 \leq 2$

ahora $x_1 = 2 \rightarrow x_3 = 0$ sale x_3

ahora $B_3 = (x_1, x_2)$ y $NB = (x_3, x_4)$

El valor de las variables basicas

$x_1 = 2 - 2x_3 + x_4$

$x_2 = 7 + x_3 - x_4$

$Z = 34 - 2x_3 - x_4$

Evaluamos si es optimo, no hay variable no basica que haga crecer Z

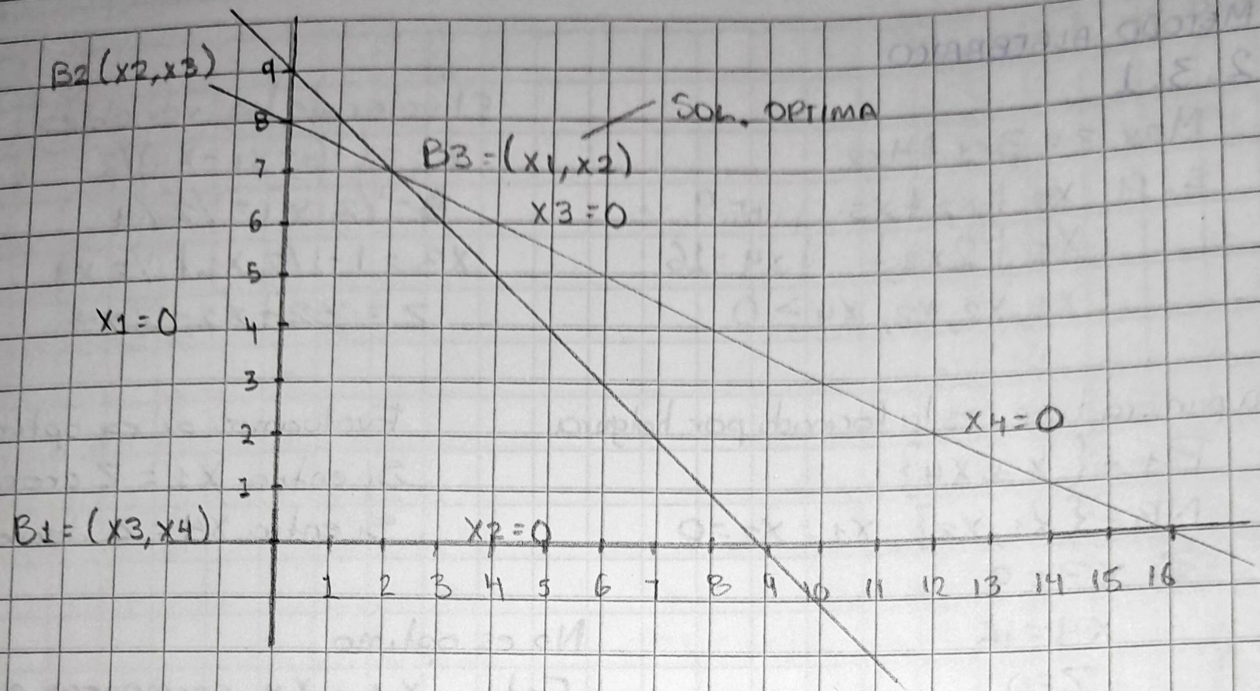
$\rightarrow$ Si es optimo

$x_1 = 2$

$x_2 = 7$

$Z = 34$

D	M	A
	MAR	25



B2 (x2, x3)
SOL. OPTIMA
B3 = (x1, x2)
X3 = 0
X1 = 0
X4 = 0
B1 = (X3, X4)
X2 = 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
1 2 3 4 5 6 7 8 9

PROBLEMA 2

En una granja agrícola se desea criar conejos y pollos como complemento a su economía, de forma que no superen en conjunto la 180 horas mensuales destinadas a esta actividad. Su almacén sólo puede albergar un máximo de 1000 kg de alimento. Si se supone que un conejo necesita 20 kg de alimento al mes y un pollo 10 kg al mes, que las horas mensuales de cuidados requeridos por un conejo son 3 y un pollo son 2 y que los beneficios que reportaría su venta ascienden a 500 y 300 pesos por cabeza respectivamente, hallar el número de animales que deben criarse para que el beneficio sea máximo

F.O Max $Z = 500x_1 + 300x_2$

Sujeto a: $20x_1 + 10x_2 \leq 1000$

$3x_1 + 2x_2 \leq 180$

No negatividad $x_1, x_2 \geq 0$

Forma estándar

Max $Z = 500x_1 + 300x_2$

$20x_1 + 10x_2 = 1000$

$3x_1 + 2x_2 = 180$

Solución inicial

$Z = 0$ $x_3 = 1000 \rightarrow x_3 = 1000 - 20x_1 - 10x_2$

$x_1 = 0$ $x_4 = 180 \rightarrow x_4 = 180 - 3x_1 - 2x_2$

$x_2 = 0$

$0 = 1000 - 20x_1 \rightarrow x_1 = 50$ cuando $x_3 = 0$

$x_2 = 0$

$0 = 180 - 3x_1 \rightarrow x_1 = 60$ cuando $x_4 = 0$

$x_2 = 0$

$Z = 25{,}000$

$x_1 = 50$

$x_2 = 0$

$x_3 = 0$

$x_4 = 0$

$x_4 = 180 - 3x_1 - 2x_2 \rightarrow x_1 = 60 - 2/3\, x_2 - 1/3\, x_4$

Max $Z = 3000 + 100/3\, x_2 - 500/3\, x_4$

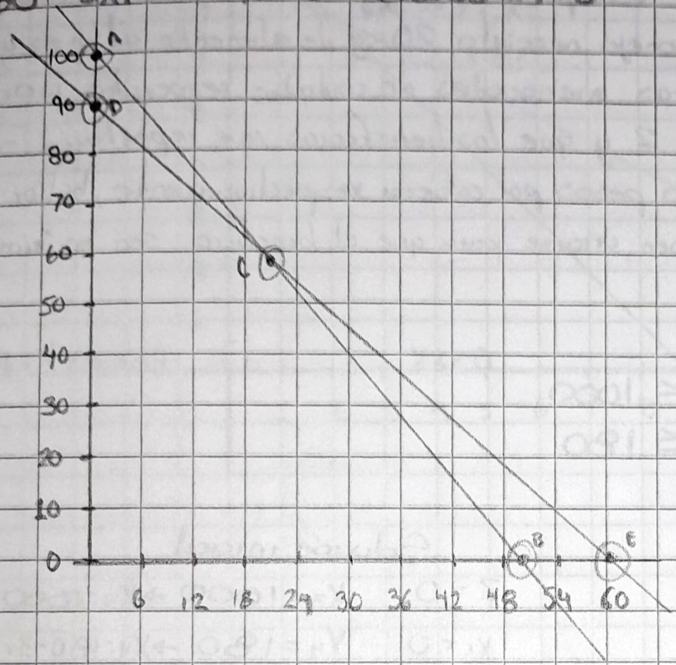
$\rightarrow$ $x_3 = -200 + 10/3\, x_2 + 20/3\, x_4$

$x_1 = 60 - 2/3\, x_2 - 1/3\, x_4$

$X_2 = 0$

$0 = 1000 - 20x_1 \rightarrow X_1 = 50$ cuando $x_2 = 0$

$0 = 180 - 3x_1 \rightarrow X_1 = 60$ cuando $x_4 = 0$



19 MAR 25

MÉTODO DUAL

2.4

PROBLEMA 1

Una compañía fabrica 4 modelos de escritorio, cada escritorio es primero construido en el taller de carpintería y entonces es enviado al departamento de acabado donde es barnizado, encerado y pulido, se proporciona a continuación la sig. información

1. La compañía desea terminar la mezcla óptima que produce tal que se maximice la ganancia

2. Las limitaciones de capacidad por departamento para el próximo periodo de planeación son: 6,000 hrs en el taller de carpintería y 4000 h en el de acabados

	1	2	3	4
Taller de carpintería	4	9	7	10
Depto. de acabados	1	1	3	40
Ganancias	12	20	18	40

Dual

Min $Z = 6000w_1 + 4000w_2$

Sujeto a:

$4w_1 + w_2 \geq 12$

$9w_1 + w_2 \geq 20$

$7w_1 + 3w_2 \geq 18$

$10w_1 + 40w_2 \geq 40$

$w's \geq 0$

Primo Max $Z: 12x_1 + 20x_2 + 18x_3 + 40x_4$

Sujeto a:

$4x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 10x_4 \leq 6000$

$x_1 + x_2 + 3x_3 + 40x_4 \leq 4000$

$x's \geq 0$

TABLA INICIAL

XB	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		LD
$Z_j C_j$	-12	-20	-18	-40	0	0	0
X_5	4	9	7	10	1	0	6000
X_6	1	1	3	40	0	1	4000

TABLA FINAL

XB	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		LD
$Z_j C_j$	0	20/3	10/3	0	44/15	4/15	56000/3
X	1	7/3	5/3	0	4/15	-1/15	4000/3
X_4	0	-1/30	1/30	1	-1/150	4/150	200/3

-> Solución óptima

PROBLEMA 2

Max $Z = 15x_1 + 10x_2$

Sujeto a: $2x_1 + x_2 \leq 1500$

$x_1 + x_2 \leq 1200$

$x_1 \leq 500$

$x's \geq 0$

Primo

Max $Z = 15x_1 + 10x_2$

$2x_1 + x_2 \leq 1500$

$x_1 + x_2 \leq 1200$

$x_1 \leq 500$

$x's \geq 0$

Dual

Min $Z = 1500w_1 + 1200w_2 + 500w_2$

$2w_1 + w_2 + w_3 \geq 15$

$w_1 + w_2 \geq 10$

$w_1 \geq 0$

$w_2 \geq 0$

$w_3 \geq 0$

PRIMO

CB	X_B	b		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b/y_{rj}
			C_j	15	10	0	0	0	
10	X_2	900		0	1	-1	2	0	750
0	S_3	200		0	0	-1	1	1	1200
15	X_1	300		1	0	1	-1	0	500
		Z		15	10	5	5	0	$Z_j - C_j$
	13500			0	0	5	5	0	

D 19 M MAR A 25

MÉTODO DUAL-SIMPLEX

2.5

PROBLEMA 1

MAXIMIZAR $Z = 3x_1 + 2x_2$

S.A

$3x_1 + x_2 \geq 3$

$4x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1 + x_2 \leq 3$

$x_1 + x_2 \geq 0$

VARIABLE BASE	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R	ELIMINACIÓN GAUSSIANA
Z	-1/3	0	0	-2/3	0	-4	$Z + 2X_2$
S_1	-5/3	0	1	-1/3	0	-1	$S_1 + X_2$
X_2	4/3	1	0	-1/3	0	2	
S_3	-1/3	0	0	1/3	1	1	$S_3 - X_2$

CONVERTIR A IGUALDADES, AGREGANDO VARIABLES DE HOLGADURA (S) Y MULTIPLICANDO A LAS DESIGUALDADES $\geq$ POR -1

$-3x_1 - 2x_2 + S_1 + S_2 + S_3$

$-3x_1 - x_2 + S_1 = -3$

$-4x_1 - 3x_2 + S_2 = -6 \quad x_1 + x_2 + S_3 = 3$

CONTRUCCIÓN DE TABLA

VARIABLE BASE	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R
Z	-3	-2	0	0	0	0
S_1	-3	-1	1	0	0	-3
S_2	-4	-3	0	1	0	-6
S_3	1	1	0	0	1	3

Para $X_1 = -3/4 = 3/4$

Para $X_2 = -2/-3 = 2/3$

Por lo tanto la menor razón es X_2

OBTENER NUEVO RENGLÓN X_2 Y CON LA ELIMINACIÓN GAUSSIANA HACER CEROS LA COLUMNA X_2

PARA EL RENGLON X_2:

$-4/-3 = 4/3$

$-3/-3 = 1$

$0/-3 = 0$

$1/-3 = -1/3$

$0/-3 = 0$

$-6/-3 = 2$

D 19 M MAR A 25

Para el renglon X_1

$-5/3 \div -5/3 = 1$

$0/-5/3 = 0$

$1 \div -5/3 = -3/5$

$-1/3 \div -5/3 = 1/5$

$0/-5/3 = 0$

Variables base	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R	Eliminación Gaussiana
Z	0	0	$-1/5$	$-3/5$	0	$21/5$	$Z + 1/3 X_1$
X_1	1	0	$-3/5$	$1/5$	0	$3/5$	
X_2	0	1	$4/5$	$-3/5$	0	$6/5$	$X_2 - 4/3 X_1$
S_3	0	0	$-1/5$	$2/5$	1	$6/5$	$S_3 + 1/3 X_1$

Solución

$Z = 21/5$

$X_1 = 3/5$

$X_2 = 6/5$

LISTA DE COTEJO PROBLEMARIO				
INSTITUTO TECNOLÒGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA			ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES I	
NOMBRE DEL DOCENTE:			ING. JUAN TOMAS RODRIGUEZ MONTERO	
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN				
NOMBRE DEL ALUMNO: FATIMA ALCUDIA BERNAL		MATRICULA: 23100265		FIRMA DEL ALUMNO(S): Fatima
PRODUCTO:	*Problemario*	FECHA: 28-02-2025	PERIODO ESCOLAR: FEBRERO-JUNIO 2025	
INSTRUCCIONES				

Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.

VALOR DEL REACTIVO	**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
		SI	**NO**	
2%	**Presentación** El trabajo cumple con los requisitos de: **a**. Buena presentación			
2%	**b**. Orden en la secuencia de solución			
2%	**c**. Legible, limpieza y coherencia.			
8%	**Conocimiento del tema:** Cantidad de actividades resueltas			
8%	Explicación clara de las soluciones, seleccionados aleatoriamente			
6%	**Realización** Interpretación de los resultados.			
2%	**Responsabilidad**: Entregó en la fecha y hora señalada.			
30%	**CALIFICACIÓN**			

04 MAR 25

La programación lineal es un metodo matematico utilizado para optimizar una función lineal sujeto a restricciones lineales, este tipo de problemas se resuelve utilizando el metodo grafico o el metodo de los simples, dependiendo de la complejidad del problema.

Ejemplo

Una empresa produce dos tipos de productos a y b. Cada producto requiere tiempo de trabajo en dos maquinas, maquina 1, maquina 2. Los datos sobre los productos y las maquinas son los sig.

Producto A requiere tres horas de la maquina 1 y dos horas de la maquina 2

Producto B requiere cuatro horas en la maquina 1 y tres horas en la maquina 2

La empresa tiene un total de 18 hrs disponible en la maquina 1 y 15 hrs en la maquina 2.
La ganancia por cada unidad del producto A es de \$20 y la ganancia por cada unidad del producto B es de \$25.

Objetivo Maximizar la ganancia

» Variables de decisión
x -> Productos A a producir
y -> Productos B a producir

Función objetivo
$Z = 20x + 25y$

Restricciones Maquina 1
$3x + 4y \leq 18$

Restricción Maquina 2
$2x + 3y \leq 15$

Restricciones de no negatividad
$x \geq 0, \ y \geq 0$

Graficar restricción 1

$3x + 4y = 18$

$x = 0 \quad y = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

$P_1 = (0, \frac{9}{2})$

$P_2 (6, 0)$

$y = 0 \quad x = \frac{18}{3} = 6$

Graficar restricción 2

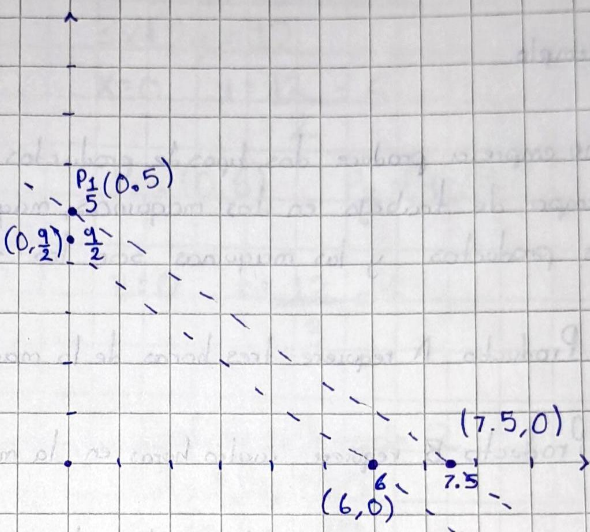
$2x + 3y = 15$

$x = 0 \quad y = \frac{15}{3}$

$P_1 (0, 5)$

$P_2 (\frac{15}{2}, 0)$

$y = 0 \quad x = \frac{15}{2}$



$Z = 20x + 25y$

$Z = 20(6) + 25(0)$

$Z = 120 + 0$

$Z = 120$

$Z = 20x + 25y$

$Z = 20(7.5) + 25(0)$

$Z = 150 + 0$

$Z = 150$

$Z = 20x + 25y$

$Z = 20(0) + 25(5)$

$Z = 0 + 125$

$Z = 125$

$Z = 20x + 25y$

$Z = 20(0) + 25(\frac{9}{2})$

$Z = 0 + \frac{225}{2}$

$Z = 112.5$

05 MARZO 2025

Una empresa produce dos productos, A y B. Los productos requieren tres recursos limitados: horas de trabajo en el taller 1, horas de trabajo en el taller 2 y unidad de materia prima. La empresa quiere maximizar sus ganancias, y cada producto tiene un beneficio distinto.

Función objetivo

$Z = 5x + 4y$

Restricción taller 1

$3x + 2y \leq 12$

Restricción taller 2

$2x + 3y \leq 10$

Restricciones de no negatividad

$x \geq 0, \; y \geq 0$

Materia prima

$4x + 3y \leq 24$

Materia prima

$4x + 3y = 24$

$x = 0 \quad y = \frac{24}{3} = 8$

$P_1 = (0,8) \quad P_2 = (6,0)$

$y = 0 \quad x = \frac{24}{4} = 6$

Graficar restricción 1

$3x + 2y = 12$

$x = 0 \quad y = \frac{12}{2} = 6$

$P_1 = (0,6) \quad P_2 = (4,0)$

$y = 0 \quad x = \frac{12}{3} = 4$

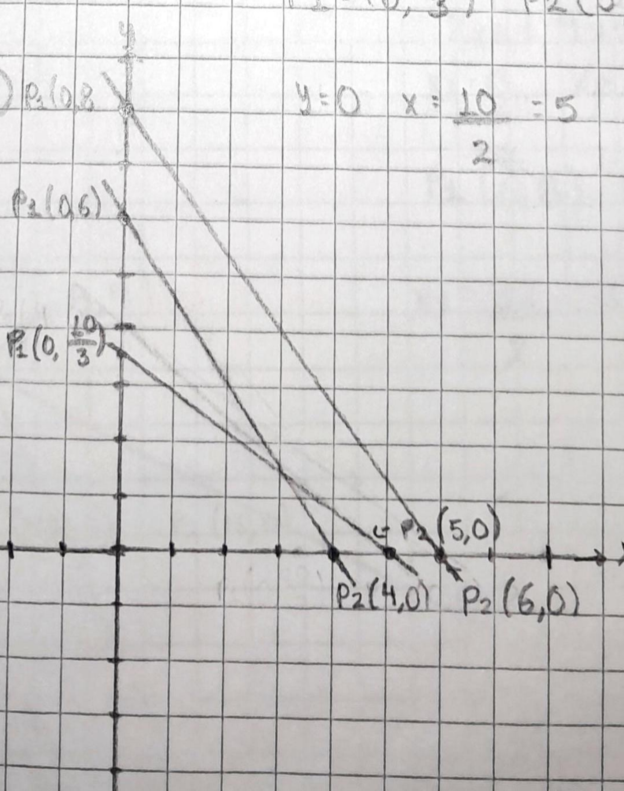
Graficar restricción 2

$2x + 3y = 10$

$x = 0 \quad y = \frac{10}{3}$

$P_1 = (0, \frac{10}{3}) \quad P_2 (5,0)$

$y = 0 \quad x = \frac{10}{2} = 5$



$Z = 5x + 4y$
$Z = 5(0) + 4(6)$
$Z = 0 + 24$
$Z = 24$

$Z = 5x + 4y$
$Z = 5(4) + 4(0)$
$Z = 20 + 0$
$Z = 20$

$P_1 (0,6) \quad P_2 (4,0)$

$Z = 5x + 4y$
$Z = 5(0) + 4(\frac{10}{3})$
$Z = 0 + 13.3$
$Z = 13.3$

$Z = 5x + 4y$
$Z = 5(5) + 4(0)$
$Z = 25 + 0$
$Z = 25$

$P_1 (0, \frac{10}{3}) \quad P_2 (5,0)$

$Z = 5x + 4y$
$Z = 5(0) + 4(8)$
$Z = 0 + 32$
$Z = 32$

$Z = 5x + 4y$
$Z = 5(6) + 4(0)$
$Z = 30 + 0$
$Z = 30$

$P_1 (0,8) \quad P_2 (6,0)$

D	M	A
11	MAR	25

EJEMPLO: MAXIMIZACIÓN DE GANANCIAS

Una empresa fabrica dos productos: x_1 y x_2 cada producto requiere dos tipos de recursos: mano de obra y materiales. Se tienen las sig. restricciones

- Cada unidad de x_1 requiere 4 horas de mano de obra y 2 kg de material
- Cada unidad de x_2 requiere 2 horas de mano de obra y 4 kg de material
- Se dispone de 40 horas de mano de obra y 32 kg de material
- La ganancia por unidad de x_1 es de 5 dólares y la de x_2 es de 4 dólares

Modelo Matemático

Función objetivo (maximizar ganancias)

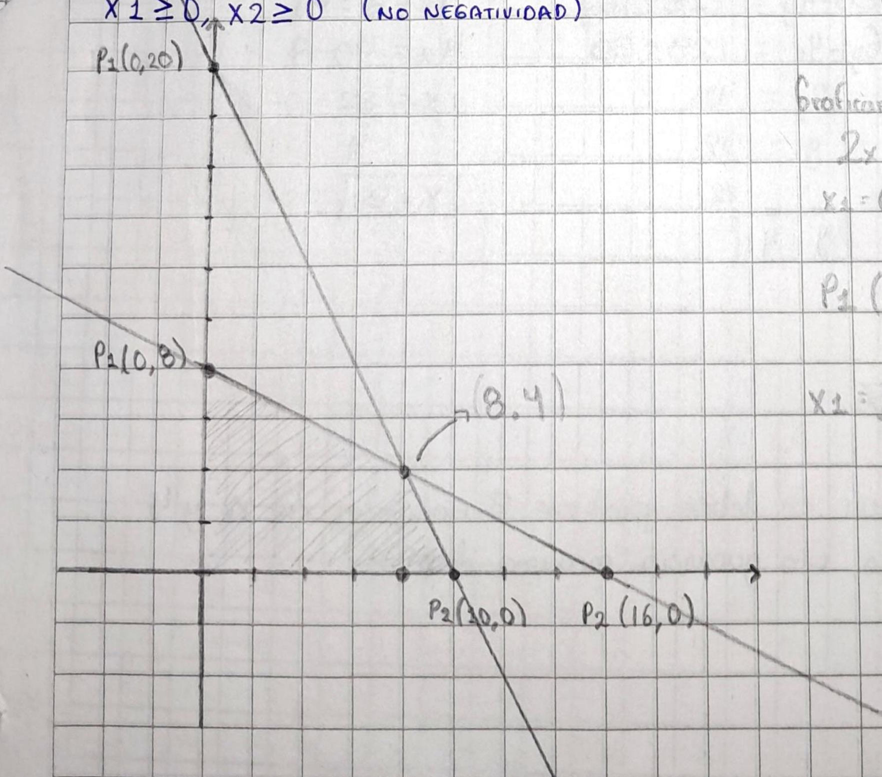
$$Z = 5x_1 + 4x_2$$

Restricciones

$4x_1 + 2x_2 \le 40$ (mano de obra)

$2x_1 + 4x_2 \le 32$ (material)

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$ (no negatividad)



Graficar restricción 1

$$4x_2 + 2x_2 \le 40$$

$x_1 = 0$ $\quad x_2 = \frac{40}{2} = 20$

$P_1(0,20)$ $\quad P_2(10,0)$

$x_1 = \frac{40}{4} = 10$

Graficar restricción 2

$$2x_1 + 4x_2 \le 32$$

$x_1 = 0$ $\quad x_2 = \frac{32}{4} = 8$

$P_1(0,8)$ $\quad P_2(16,0)$

$x_1 = \frac{32}{2} = 16$ $\quad x_2 = 0$

$A = (10, 0) = 5(10) + 4(0)$
$= 50$
$= 50$

$B = (8, 4) = 5(8) + (4(4))$
$= 40 + 16$
$= 56$

$C = (0, 8) = 5(0) + 4(8)$
$= 32$

$4x + 2y = 40$
$2x + 4y = 32$

$\frac{40-2y}{4} = \frac{32-4y}{2}$

$x = \frac{40-2y}{4}$

$x = \frac{32-4y}{2}$

$2(40-2y) = 4(32-4y)$
$80 - 4y = 128 - 16y$
$16y - 4y = 128 - 80$
$12y = 48$
$y = \frac{48}{12}$
$\boxed{y = 4}$

$4x + 2(4) = 40$
$4x + 8 = 40$
$4x = 40 - 8$
$x = \frac{32}{4}$
$\boxed{x = 8}$

Solución optima
$x_1 = 8 \quad x_2 = 4 \quad Z = 56$

Para maximizar la ganancia se deben producir 8 unidades de x_1 y 4 unidades de x_2, obteniendo una ganancia maxima de $56

INSTITUTO TECNOLOGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA

NOMBRE DEL ALUMNO:

MANUEL EDUARDO MENDEZ ESPEJO

NOMBRE DEL MAESTRO/A: JUAN TOMAS RODRIGUEZ MONTERO

CARRERA: INGENIERIA EN GESTION EMPRESARIAL

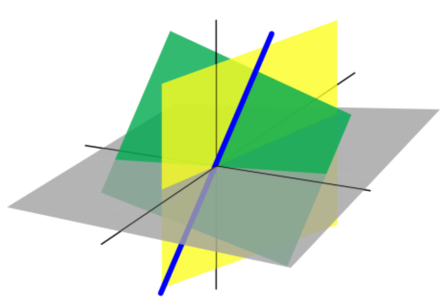
MATERIA: INVESTIGACION DE OPERACIONES

GRADO: 4ER SEMESTRE   GRUPO: 407 B

UNIDAD: 2

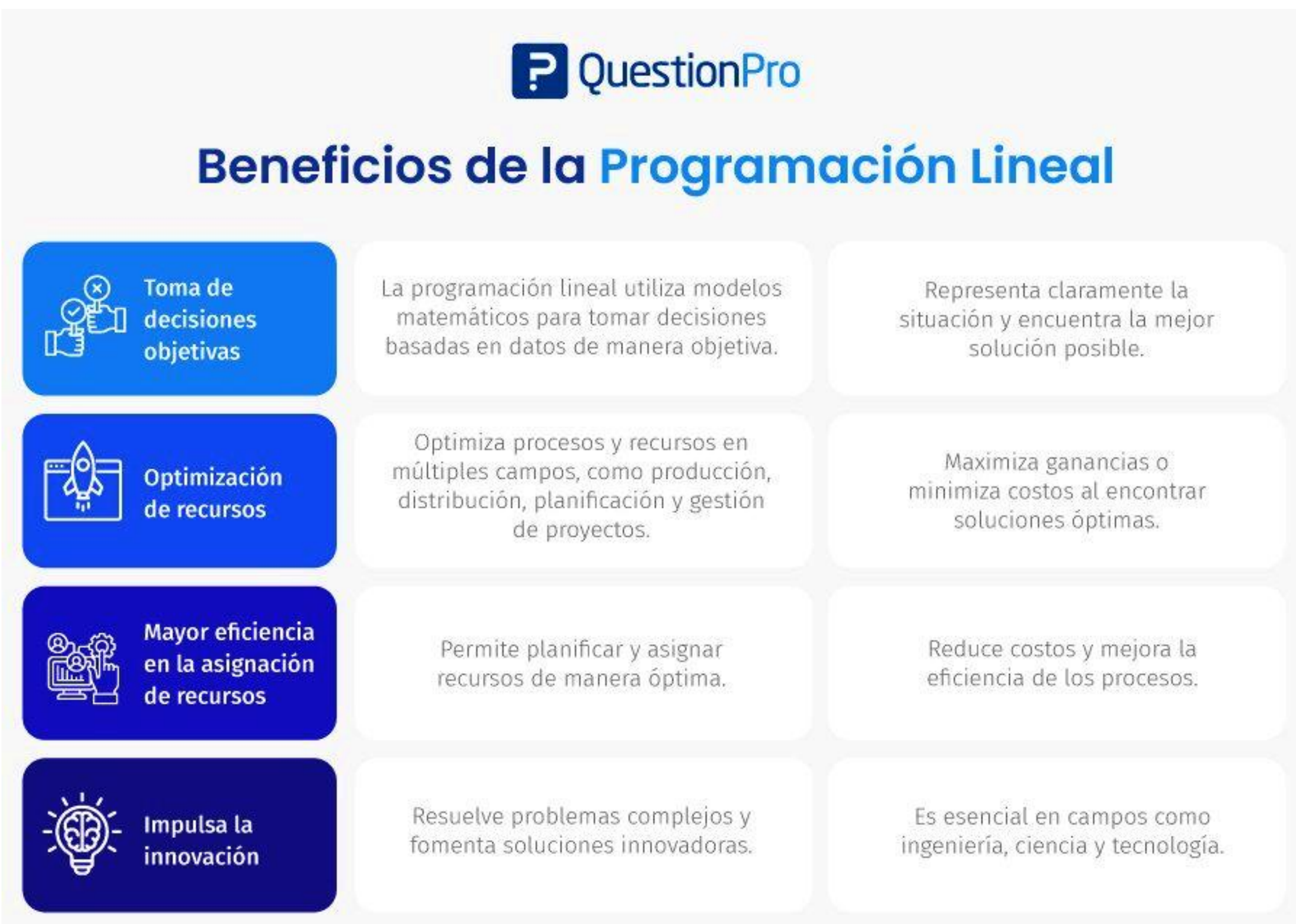
TEMA: ENSAYO UNIDAD 2

(PROGRAMACION LINEAL)



PROGRAMACION LINEAL

Es una técnica matemática que se utiliza para optimizar el rendimiento o la eficiencia de un sistema. Esta técnica es ampliamente utilizada en el mundo empresarial para resolver problemas de planificación, asignación de recursos y toma de decisiones. Se busca el valor mínimo de una función objetivo, se encuentra sujeta a restricciones que deben cumplirse como el presupuesto disponible o cantidad de recursos.



2.1 FORMULACION Y APLICACIÓN DE MODELOS DE APLICACIÓN LINEAL

Los problemas de programación lineal se pueden resolver utilizando técnicas como el método simplex o el método de los multiplicadores de Lagrange. Estas técnicas permiten encontrar la solución óptima del problema de forma eficiente, a continuación, te mostramos una tabla donde explica más a detalle de la aplicación de los distintos modelos:

Criterio	Método Gráfico	Método Simplex	Método de Lagrange	Método Regiones Facti bles
Aplicabilidad	Problemas con 2 variables y restricciones sencillas	Problemas con múltiples variables y restricciones	Problemas con restricciones de igualdad	Problemas con 2 variables y restricciones de desigualdad
Resolución	Gráfico y visual	Iterativo y algorítmico	Matemático y analítico	Gráfico y visual
Escalabilidad	Limitado a problemas pequeños	Puede manejar problemas más grandes y complejos	Limitado a problemas específicos	Limitado a problemas pequeños
Restricciones de igualdad	No admite igualdades	Se pueden manejar igualdades	Requiere igualdades específicas	No admite igualdades
Precision	Precisión limitada	Mayor precisión	Mayor precisión	Precisión limitada
Velocidad de convergencia (en problemas grandes)	No aplicable	Rápida convergencia	Convergencia variable	No aplicable
Uso típico	Introducción a la programación lineal	Resolución de problemas de programación lineal	Problemas con restricciones de igualdad	Problemas pequeños de programación lineal
Desventajas principales	Limitado a problemas simples y pequeños	Mayor complejidad y requerimiento de software	Limitado a igualdades específicas	Limitado a problemas pequeños

2.2 MÉTODO GRÁFICO

Se utiliza principalmente para casos con dos variables. Aunque no suele ser tan práctico para una gran cantidad de variables existentes en un problema, sin embargo, es muy útil para interpretar y analizar los resultados y la sensibilidad del problema. En casos donde se requiera un mayor número de variables, es posible emplear otras técnicas como la proyección en un plano. A continuación, se encontrará un ejemplo para comprender mejor el tema:

Una compañía de auditores se especializa en preparar liquidaciones y auditorías de empresas pequeñas. Tienen interés en saber cuántas auditorías y liquidaciones pueden realizar mensualmente para maximizar sus ingresos. Se dispone de 800 horas de trabajo directo y 320 horas para revisión. Una auditoría en promedio requiere de 40 horas de trabajo directo y 10 horas de revisión, además aporta un ingreso de 300 dls. Una liquidación de impuesto requiere de 8 horas de trabajo directo y de 5 horas de revisión, produce un ingreso de 100 dls. El máximo de liquidaciones mensuales disponibles es de 60.

OBJETIVO: Maximizar el ingreso total.

VARIABLE DE DECISION: Cantidad de auditorías (X1).

Cantidad de liquidaciones (X2).

RESTRICCIONES: Tiempo disponible de trabajo directo

Tiempo disponible de revisión

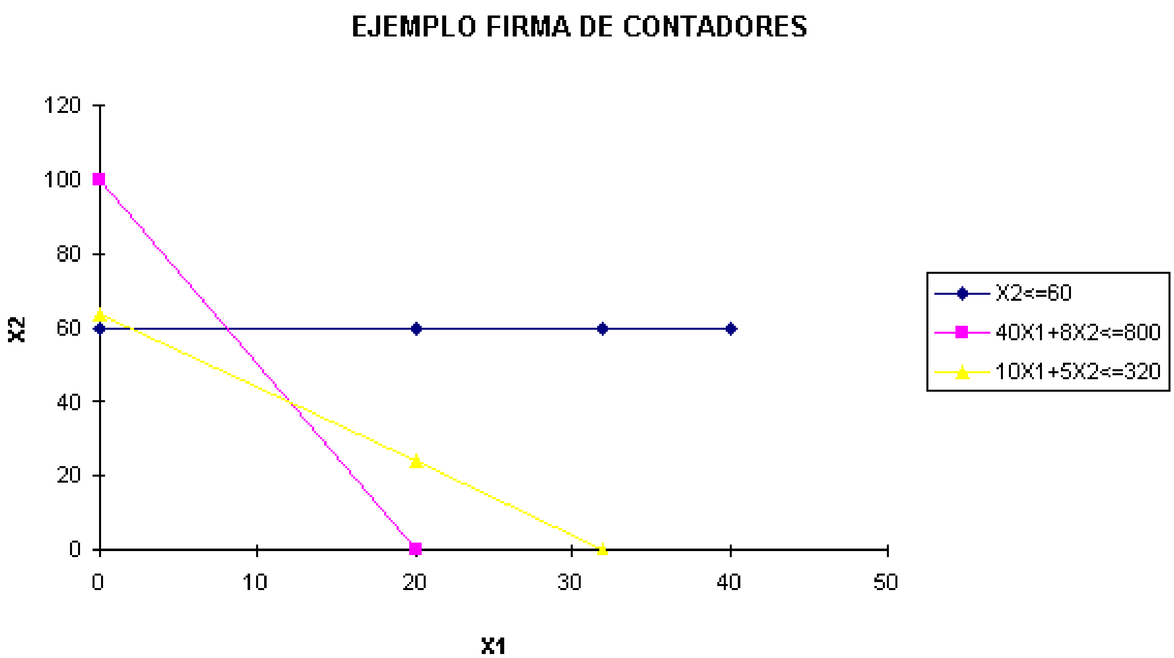
Número máximo de liquidaciones.

Maximizar $Z = 300X_1 + 100X_2$

Sujeto a:

$$40X_1 + 8X_2 \leq 800$$
$$10X_1 + 5X_2 \leq 320$$
$$X_2 \leq 60$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



La solución óptima siempre se encuentra en uno de los vértices del conjunto de soluciones factibles. Se analizan estos valores en la función objetivo. El vértice que representa el mejor valor de la función objetivo será la solución óptima.

Solución óptima :

$X_1 = 12$ auditorías

$X_2 = 40$ liquidaciones

$Z = \$7600$

(0,60) $Z = 300(0) + 100(60) = \$6000$

(2,60) $Z = 300(2) + 100(60) = \$6600$

(12,40) $Z = 300(12) + 100(40) = \$7600$

(20,0) $Z = 300(20) + 100(60) = \$6000$

(0,0) $Z = 300(0) + 100(0) = \$0$

2.3 MÉTODO SIMPLEX

Busca encontrar la mejor solución posible a un problema dado, considerando ciertas restricciones y maximizando o minimizando una función objetivo. El método simplex trabaja en un espacio geométrico llamado espacio de soluciones factibles. El algoritmo se mueve de un punto a otro, mejorando gradualmente la solución, hasta que encuentra el punto óptimo que maximiza tus ganancias.

A continuación, se presentará un ejemplo de este Método para profundizar a más detalle:

Un empresario tiene a su disposición dos actividades de producción lineales, mediante la contribución de tres insumos, fundición, ensamblaje y distribución de $18, $8 y $14 respectivamente. La distribución de los insumos a los productos se resume en la siguiente tabla:

	Producto 1	Producto 2	Disponibilidad
Fundición	1	3	18
Ensamblaje	1	1	8
Distribución	2	1	14
Beneficio	1	2	

Determinar la combinación a producir que maximice los beneficios.

DESARROLLO

a. Variables de Decisión X = Producto 1 Y = Producto 2

b. Función Objetivo Z = X + 2Y (max)

c. Restricciones X + 3Y ≤ 18 X + Y ≤ 8 2X + Y ≤ 14

d. Convertir las inecuaciones a ecuaciones con variables de holgura.

X + 3Y + 1H1 + 0H2 + 0H3 = 18 X + Y + 0H1 + 1H2 + 0H3 = 8 2X + Y + 0H1 + 0H2 + 1H3 = 14

e. Función objetivo a cero Z - X - 2Y = 0

f. Tabla e iteraciones

	X	Y	H1	H2	H3	V.S.	
H1	1	3	1	0	0	18	(6)
H2	1	1	0	1	0	8	(8)
H3	2	1	0	0	1	14	(14)
Z	-1	-2	0	0	0	0	

	X	Y	H1	H2	H3	V.S.	
Y	1/3	1	1/3	0	0	6	(18)
H2	2/3	0	-1/3	1	0	2	(3)
H3	5/3	0	-1/3	0	1	8	(4.8)
Z	-1/3	0	2/3	1	0	12	

g. Respuesta: El beneficio máximo es de $ 13. Para la producción se necesita 3 unidades del producto 1 y 5 unidades del producto 2.

	X	Y	H1	H2	H3	V.S.
Y	0	1	1/2	-1/2	0	5
X	1	0	-1/2	3/2	0	3
H3	0	0	1/2	-5/2	1	3
Z	0	0	1/2	1/2	0	13

2.3.1 METODO ALGEBRAICO

El método algebraico es una alternativa de trabajar y solucionar un modelo de Programación Lineal basándose en despejes de las ecuaciones del problema utilizando básicamente álgebra y lógica matemática para hallar la solución óptima. A continuación, se presenta un ejemplo para darle continuidad al tema:

RMC es una pequeña empresa que fabrica una variedad de productos basados en sustancias químicas. En un proceso de producción particular, se emplean tres materias primas para producir dos productos: un aditivo para combustible y una base para solvente. El aditivo para combustible se vende a compañías petroleras y se usa en la producción de gasolina y combustibles relacionados. La base para solvente se vende a una variedad de empresas químicas y se emplea en productos para limpieza en el hogar e industriales. Las tres materias primas se mezclan para fabricar el aditivo para combustible y la base para el solvente, tal como se muestra a continuación:

	Producto	
	Aditivo para combustible	Base para solvente
Material 1	0.4	0.5
Material 2		0.2
Material 3	0.6	0.3

Ésta nos muestra que una tonelada de aditivo para combustible es una mezcla de 0.4 toneladas del material 1 y 0.6 toneladas del material 3. Una tonelada de la base para solvente es una mezcla de 0.5 toneladas del material 1, 0.2 toneladas del material 2 y 0.3 toneladas del material 3.

La producción de RMC está restringida por una disponibilidad limitada de las tres materias primas. Para el periodo de producción actual, RMC tiene disponibles las siguientes cantidades de materia prima:

Material	Cantidad disponible para la producción
1	20 toneladas
2	5 toneladas
3	21 toneladas

- DESARROLLO

Solución básica factible	r	a	b	S1	S2	S3	r1	r2	Solución
r	1	0	0	0	0	0	-1	-1	0
S1	0	1	0	-1	0	0	1	0	125
S2	0	1	1	0	-1	0	0	1	350
S3	0	2	1	0	0	1	0	0	600

1. Trasladar la información relevante del problema a una tabla.
2. Describir el objetivo del problema, formular las restricciones y nombrar las variables

Objetivo: Maximizar la contribución total a la ganancia.

Restricciones:

Material 1 <= 20

Material 2 <= 5

Material 3 <= 21

F = Cantidad de toneladas para aditivo para combustible por producir.

S = Cantidad de toneladas para aditivo para solvente por producir

3. Formular la función objetivo

MAX = 40F + 30S

4. Realizar el modelo matemático

MAX = 40F +30S

sujeto a:

0.4F+0.5S <= 20 Ecuación 1

0.2S <= 5 Ecuación 2

$0.6F+0.3S <= 21$ Ecuación 3

$F,S >= 0$

5. Obtener la solución óptima

- Se usan las ecuaciones 1 y 3 del problema:

  $0.4F+0.5S = 20$ (Ecuación 4)

  $0.6F+0.3S = 21$ (Ecuación 5)

- Se despeja F de la ecuación 4

  $0.4F+0.5S = 20$

  $0.4F = 20-0.5S$

  $F = 50-1.25S$ (Ecuación 6)

- Se sustituye F en la ecuación 5

  $0.6F+0.3S = 21$

  $0.6(50-1.25S)+0.3S = 21$

  $30-0.75S+0.3S = 21$

  $-0.45S = 21-30$

  $-0.45S = -9$

  $S = -9/-0.45$

  $S = 20$

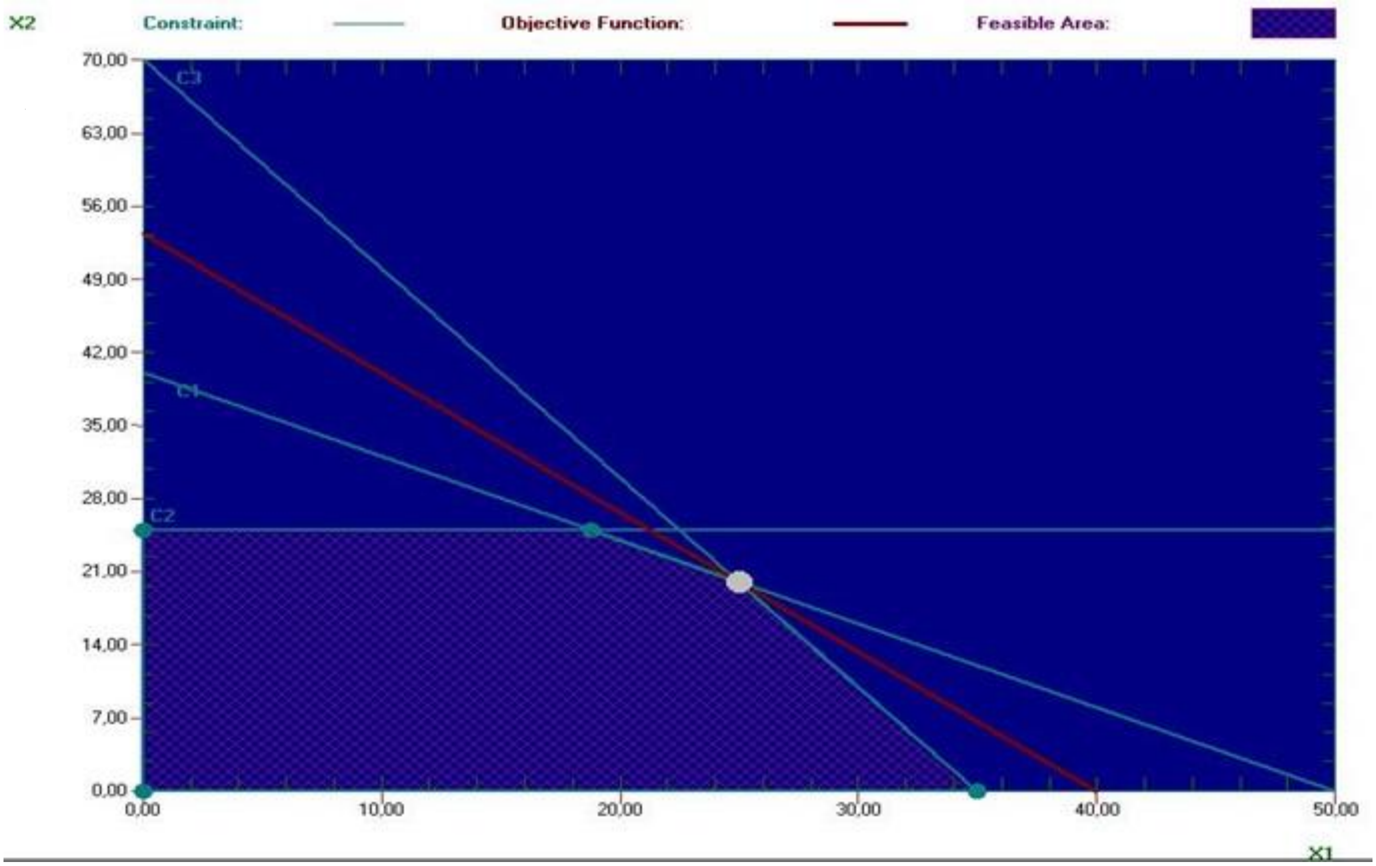
- Se sustituye S en la ecuación 6

  $F = 50-1.25S$

  $F = 50-1.25 (20)$

  $F = 50-25$

  $F = 25$



Se puede observar en la gráfica que estos dos valores están representados por el punto blanco, lo cual quiere decir que esta es la solución óptima del problema.

Sustituir los valores en la función objetivoMAX = 40F+30S

MAX = 40(25)+30(20)

MAX = 1,000 + 600

MAX = $ 1,600

En conclusión, se deben producir 25 toneladas de combustible y 20 toneladas de base para aditivo para obtener una utilidad máxima de $ 1,600.

2.3.2 LA TABLA SIMPLEX

puede ser la mejor para entender la lógica que fundamenta el algoritmo. Sin embargo, no es la más conveniente para realizar los cálculos necesarios. Cuando se tenga que resolver un problema a mano se recomienda la forma tabular descrita a continuación:

La empresa Whitt Window tiene sólo tres empleados que hacen dos tipos de ventanas a mano:con marco de madera y con marco de aluminio. La ganancia es de $180 por cada ventana con marco de madera y de $90 por cada ventana con marco de aluminio. Doug hace marcos de madera y puede terminar 6 al día. Linda hace 4 marcos de aluminio por día. Bob forma y corta el vidrio y puede hacer 48 pies cuadrados de vidrio por día. Cada ventana con marco de madera emplea 6 pies cuadrados de vidrio y cada una de aluminio , 8 pies cuadrados.

La compañía desea determinar cuántas ventanas de cada tipo debe producir al día para maximizar la ganancia total.

Para formular el modelo matemático de programación lineal de este se define

x_1 = número de ventanas con marco de madera que se producen por día

x_2 = número de ventanas con marco de aluminio que se producen por día

z = ganancia diaria total (en dólares) que generan estos dos productos

Por lo tanto, $x1$ y $x2$ son variables de decisión del modelo

Restricciones

-Doug hace marcos de madera y puede terminar 6 al día. En términos matemáticos esta restricción se expresa mediante la desigualdad $x1 \leq 6$.

-Linda hace 4 marcos de aluminio por día. De igual manera, la restricción se expresa mediante la desigualdad $x2 \leq 4$.

-Bob puede hacer 48 pies cuadrados de vidrio al día. Los pies cuadrados de vidrio empleados al elegir $x1$ y $x2$ como las tasas de producción de los dos productos sería $6x1 + 8x2$. En consecuencia, la expresión matemática de la restricción es $6x1 + 8x2 \leq 48$.

-Por último, es necesario restringir las variables de decisión a valores no negativos: $x1 \geq 0$ y $x2 \geq 0$.

Función Objetivo

El objetivo es determinar cuántas ventanas de cada tipo se deben producir al día para maximizar las ganancias. Por tanto, se deben elegir los valores de $x1$ y $x2$ que maximice $z = 180x1 + 90x2$, sujeta a las restricciones impuestas por las capacidades de producción limitadas de los empleados.

En el lenguaje matemático de programación lineal,

Maximizar $z = 180x1 + 90x2$

Sujeta a las restricciones

$x1 \leq 6$

$x1 \leq 4$

$6x1 + 8x2 \leq 48$

$x1 \geq 0$, $x2 \geq 0$

Forma aumentada del modelo

(introducción de variables de holgura a las restricciones funcionales)

Maximizar $z = 180x1 + 90x2$

Ó

$z - 180x1 - 90x2 = 0$

Sujeta a

$x1 + x3 = 6$

$x2 + x4 = 4$

$6x1 + 8x2 + x5 = 48$

$xj \geq 0$ para $j = 1,2,3,4,5$

Tabla Simplex (del problema de Whitt Window)

Variable Básica	Ec.	Coeficiente de:						Lado Derecho
		z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
z	**(0)**	1	-180	-90	0	0	0	0
x_3	**(1)**	0	1	0	1	0	0	6
x_4	**(2)**	0	0	1	0	1	0	4
x_5	**(3)**	0	6	8	0	0	1	48

Paso 1. Se determina la variable entrante con el coeficiente negativo que tiene el mayor valor absoluto de la ecuación (0).

El coeficiente más negativo es -180 para x1 (180 > 90) de manera que x1 debe convertirse en variable básica.

Paso 2. Determinar la variable que sale con la prueba de coeficiente mínimo.

-Elija los coeficientes estrictamente positivos de la columna pivote
-Divida el elemento del lado derecho del mismo renglón entre dicho coeficiente
-Identifique el reglón que tiene el menor de estos cocientes. La variable básica de ese reglón es la variable básica que sale, sustitúyala con la variable básica entrante en la columna de la variable básica de la siguiente tabla.

Renglón 1: 6/1 = 6 (cociente mínimo). Variable básica que sale x3.
Renglón 2: 4/0 = ∞.
Renglón 3: 48/6 = 8.

Iteración	Variable Básica	Ec.	Coeficiente de:						Lado Derecho
			z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	**z**	**(0)**	1	**-180**	-90	0	0	0	0
	x_3	**(1)**	0	1	0	1	0	0	6
	x_4	**(2)**	0	0	1	0	1	0	4
	x_5	**(3)**	0	6	8	0	0	1	48
1	**z**	**(0)**	1	0	-90	180	0	0	1080
	x_1	**(1)**	0	1	0	1	0	0	6
	x_4	**(2)**	0	0	1	0	1	0	4
	x_5	**(3)**	0	0	8	-6	0	1	12

Paso 3. Se despeja la nueva solución BF mediante operaciones elementales con renglones para construir una nueva tabla simplex en la forma apropiada de eliminación gaussiana.

-Divida el renglón pivote entre el número pivote (Ec.(1)/1 = Ec.(1)'). Use este nuevo renglón pivote en los pasos 2 y 3.
-En los renglones (incluso el renglón 0) que tienen un coeficiente negativo en la columna pivote, se suma a este renglón el producto del valor absoluto de este coeficiente por el nuevo renglón pivote (Ec.(0)+180*Ec.(1)')
-En el caso de los renglones que tienen un coeficiente positivo en la columna pivote, se resta el producto de este coeficiente por el nuevo renglón pivote (Ec.(3)-6*Ec.(1)').

Así la nueva solución BF es (6,0,0,4,12), con z = 1080.

ITERACION 2

Siguiendo las instrucciones de los pasos 1 y 2, en la segunda iteración se encuentra que x2 es la variable básica entrante y que x5 la variable básica que sale.

En el paso 3 se divide el reglón 3 entre el número de pivote (Ec.(3)/8 = Ec.(3)').

Después se suma al renglón 0 el nuevo renglón 3 multiplicado por 90 (Ec.(0) + 90*Ec.(3)')

Luego se resta el nuevo renglón 3 del renglón 2 (Ec.(2) - Ec.(3)').

La nueva solución BF es (6,3/2,0,5/2,0), con z = 1215.

Iteración	Variable Básica	Ec.	Coeficiente de:						Lado Derecho
			z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	z	**(0)**	1	-180	-90	0	0	0	0
	x_3	**(1)**	0	1	0	1	0	0	6
	x_4	**(2)**	0	0	1	0	1	0	4
	x_5	**(3)**	0	6	8	0	0	1	48
1	z	**(0)**	1	0	**-90**	180	0	0	1080
	x_1	**(1)**	0	1	0	1	0	0	6
	x_4	**(2)**	0	0	1	0	1	0	4
	x_5	**(3)**	0	0	8	-6	0	1	12
2	z	**(0)**	1	0	0	225/2	0	45/4	1215
	x_1	**(1)**	0	1	0	1	0	0	6
	x_4	**(2)**	0	0	0	3/4	1	-1/8	5/2
	x_2	**(3)**	0	0	1	-3/4	0	1/8	3/2

Al hacer la prueba de optimalidad se encuentra que la solución es óptima porque no hay coeficientes negativos en el renglón 0, de manera que el algoritmo termina.

Considerando que en el problema se desea saber el número de ventanas de cada tipo que se debe producir al día, x1 y x2 son números enteros positivos. La nueva solución del problema es (6,1,0,5/2,0), con z = 1170.

2.4 MÉTODO DUAL

Es el proceso que involucra la construcción de un problema dual a partir de un problema primal (el original) y la solución del problema dual para obtener información sobre la solución del primal. Profundizaremos más a fondo mediante el siguiente ejemplo:

Sea el siguiente modelo:

Maximizar	Z=	-2X1	-2X2	-3X3		
Sujeto a :		2X1	+4X2	+2X3	≥	10
		3X1	-3X2	+9X3	=	12

con	X1, X2, X3 ≥ 0

Expresemos el modelo en formato estándar:

Maximizar	Z=	-2X1	-2X2	-3X3			
Sujeto a :		2X1	+4X2	+2X3	- IE1		=
		3X1	-3X2	+9X3		- IE2	=

Multipliquemos por (-1) en ambos lados de las ecuaciones, para formar los vectores unitarios, requeridos para contar con una base inicial unitaria.

Paso 1

Tomando las variables básicas iniciales hacemos lo siguiente:

Cj	**-2**	**-2**	**-3**	**0**	**0**	**XB**	
CB	X1	X2	X3	E1	E2	Solución	Básicas
0	-2	-4	-2	1	0	-10	E1
0	-3	3	-9	0	1	-12	E2
Zj	0	0	0	0	0	0	
Ej	-2	-2	-3	0	0	0	Z

Paso 2

Sale E2 = (XB)2 o sea s = 2

Paso 3

$$X_e = \text{Min de } \left[\underset{X_1}{\underset{\uparrow}{\frac{-2}{-3}}} \;,\; \underset{X_3}{\underset{\uparrow}{\frac{-3}{-9}}} \right] ;\ \text{o sea } X_e = \text{Min de } (2/3,\ 1/3)$$

- **Calculando los cocientes para todo (Sj)2 < 0 obtenemos:**

Es decir que X3 es la variable de entrada (entonces e = 3) y el elemento pivote es el (Se)s = (S3)2 = -9

Efectuando el pivoteo obtenemos la tabla siguiente:

Tabla 1 (maximizar)

Cj	-2	-2	-3	0	0	XB	
CB	X1	X2	X3	E1	E2	Solución	Básicas
0	-4/3	-14/3	0	1	-2/9	-22/3	E1
-3	-1/3	-1/3	1	0	-1/9	4/3	X3
Zj	-1	1	-3	0	1/3		
Ej	-1	-3	0	0	-1/3	-4	Z

Repitiendo el algoritmo desde el paso 1, obtenemos:

Sale E1 = (XB)1 y entra X2 por lo cual obtenemos la siguiente tabla:

Tabla 2

Cj	-2	-2	-3	0	0	XB	
CB	X1	X2	X3	E1	E2	Solución	Básicas
-2	2/7	1	0	-3/14	1/21	11/7	X2
-3	3/7	0	1	-1/14	-2/21	13/7	X3
Zj	-13/7	1	-3	-9/14	4/21		
Ej	-1/7	0	0	-9/14	-4/21	-61/7	Z

Como se observa, ahora estamos en el óptimo.

En definitiva: $X2^* = 11/7$

$X3^* = 13/7$

$Z^* = -61/7$

2.5 MÉTODO DUAL SIMPLEX

Como sabemos, el método simplex es un algoritmo iterativo que iniciando en una solución básica factible pero no óptima, genera soluciones básicas factibles cada vez mejores hasta encontrar la solución óptima (sí esta existe). La base de su lógica es mantener la factibilidad, mientras busca la optimalidad, te presentamos este ejemplo para conocer mejor el tema:

FUNCIÓN OPTIMA:

MIN Z=4X1 + 12X2 + 18X3

SUJETA A:

X1 + 18X3 >= 3

2X2 + 2X3 >= 5

X1 X2 X3 >= 0

Paso 1: Convertir el problema de minimización en uno de maximización.

La función objetico se multiplica por -1

F.O. MIN Z= -4X1 - 12X2 - 18X3

Las restricciones se multiplican por -1

S.A. -X1 - 18X3 <= -3

-2X2 - 2X3 <= 5

X1 X2 X3 >= 0

Paso 2: Se convierten las inecuaciones en ecuaciones

F.O. Z + -4X1 - 12X2 - 18X3 = 0

S.A. -X1 - 18X3 + S1 >= -3

-2X2 - 2X3 + S2 >= 5

Paso 3: Se determinan las variables básicas y no básicas.

Básicas: S1 y S2

No Básicas: X1 X2 X3

Paso 4: Se elabora la tabla inicial de simplex

Variable Básica	Variables					Solución
	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	
S_1	-1	0	-3	1	0	-3
S_2	0	-2	-2	0	1	-5
Z	4	12	18	0	0	0

Paso 5: Determinar la variable que sale (fila pivote)

El número más negativo de la solución de las restricciones = fila de S2

Paso 6: Determinar la variable que entra (columna pivoite).

Variable Básica	Variables					Solución
	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	
S_1	-1	0	-3	1	0	-3
S_2	0	-2	-2	0	1	-5
Z	4	12	18	0	0	0
Razón	-	-6	-9	-	0	

Razón mayor = columna X2 (-12/2)

Paso 7: Elaborar la nueva tabla de simplex

0	-2	-2	0	1	-5	Fila Pivote
-2	-2	-2	-2	-2	-2	Elemento Pivote
0	1	1	0	-0,5	2,5	Nueva Fila Pivote

A-Nueva fila pivote = fila pivote / elemento pivote

B-Nuevas filas Fila anterior - coeficiente de la columna pivote =

Nueva Fila (S1)

	-1	0	-3	1	0	-3	Fila Anterior
	0	0	0	0	0	0	Coeficiente
X	0	1	1	0	-0,5	2,5	Nueva Fila Pivote
	-1	0	-3	1	0	-3	Nueva Fila

Nueva Fila (Z)

4	12	18	0	0	0
12	12	12	12	12	12
0	1	1	0	-0,5	2,5
4	0	6	0	6	-30

Nueva tabla simplex

Variable Básica	Variables					Solución
	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	
S_1	-1	0	-3	1	0	-3
X_2	0	1	1	0	-1	2,5
Z	4	0	6	0	6	-30
Razón	-4	-	-2	0	-	

Se realizan nuevamente los pasos del 5 al 7 obteniendo como solución

Variable Básica	Variables					Solución
	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	
X_3	0,33	0	1	-0,33	0	1
X_2	-0,33	1	0	0,33	-0,5	1,5
Z	2	0	0	2	6	-36

final:

El valor mínimo se alcanza para un X2 = 3/2 Y X3 = 1, para un Z=36

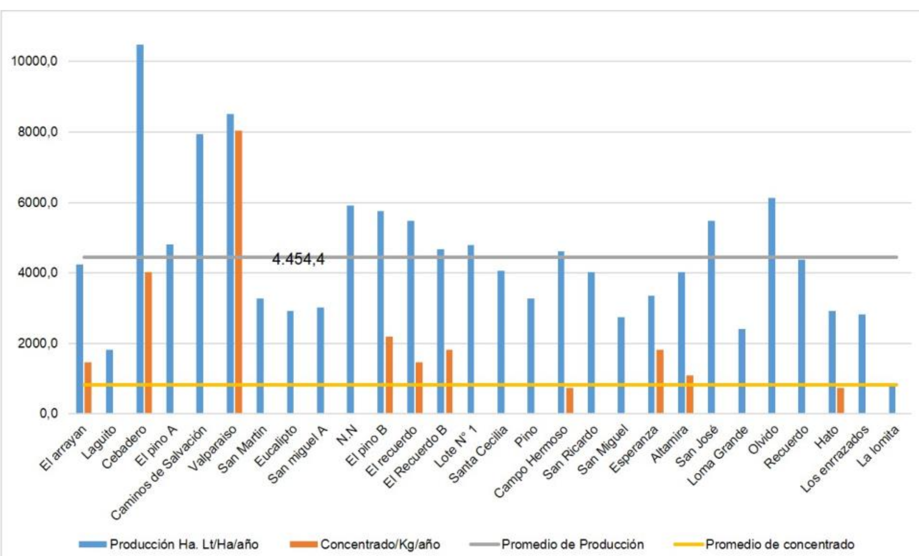
2.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Este proceso se hace mediante el uso de Software o programas para análisis de datos que posibiliten obtener resultados acordes con los objetivos general y específicos del proyecto, por ejemplo, gráficas en Excel, estadística descriptiva (promedio, porcentajes, moda, etc.)

A continuación, se verá un mini ejemplo de este tema:

	(1)
VARIABLES	lhhtotal
cabezas_ha	-0.312***
	(0.108)
producción	-0.000116***
	(3.53e-05)
lporcentavacas	-0.363*
	(0.186)
lfert	0.211
	(0.139)
Constant	9.205***
	(1.054)
Observations	28
R-squared	0.542

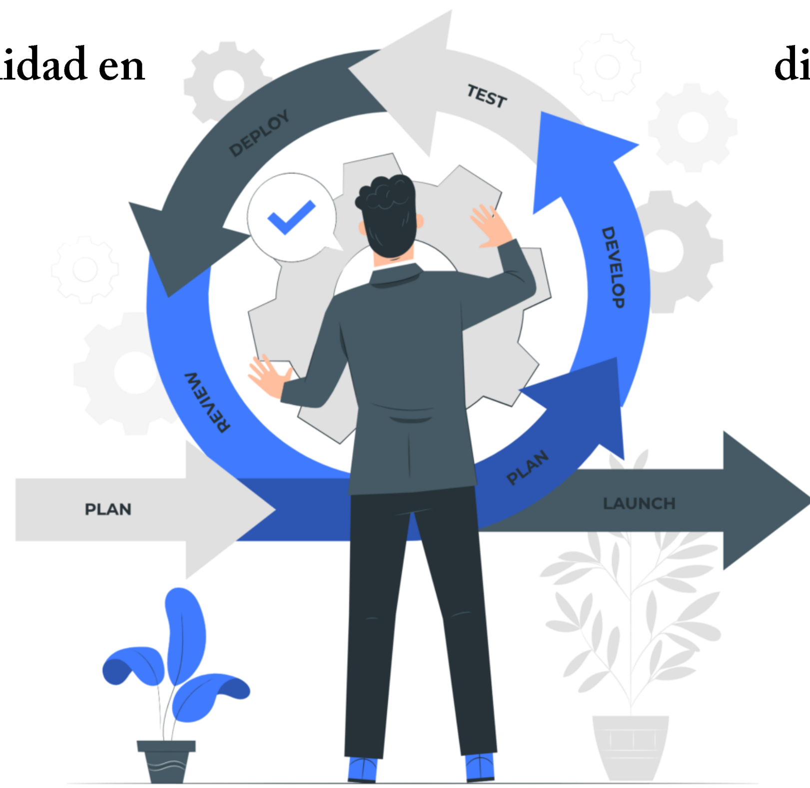
A manera de gráficos de barras, círculos, áreas:



Siempre teniendo en cuenta la importancia de que la gráfica o el análisis estadístico estén acompañados de un texto corto que permita al lector darle un contexto al resultado presentado.

CONCLUSIÓN

La programación lineal es en sí, importante para optimizar recursos y tomar decisiones en situaciones reales. A través de la formulación de modelos, el método gráfico y el método simplex (tanto algebraico como con tablas). También exploramos el método dual y el dual-simplex, los cuales amplían opciones para resolver modelos con restricciones específicas o complejas. Y finalmente, con el análisis de resultados logramos interpretar las soluciones obtenidas y evaluar su viabilidad en distintos contextos.



50%

INSTITUTO TECNOLÒGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA	PRODUCTO: EVALUACION UNIDAD 1	
ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES I	GRUPO: 407-B	PERIODO: FEBRERO-JUNIO 2025
DOCENTE: ING. JUAN TOMAS RODRIGUEZ MONTERO	FECHA: 24/MAR/2025	
NOMBRE DEL ALUMNO (A): FATIMA ALCUDIA BERNAL	EXAMEN UNIDAD 2 NOMBRE DE LA UNIDAD: PROGRAMACIÓN LINEAL	
INSTRUCCIÒN		
Resuelve correctamente lo que se pide		

Ejemplo: Maximización de Ganancias

Una empresa fabrica dos productos: **X1** y **X2**. Cada producto requiere dos tipos de recursos: **mano de obra** y **material**. Se tienen las siguientes restricciones:

- **Cada unidad de X1 requiere 4 horas de mano de obra y 2 kg de material.**
- **Cada unidad de X2 requiere 2 horas de mano de obra y 4 kg de material.**
- **Se dispone de 40 horas de mano de obra y 32 kg de material.**
- **La ganancia por unidad de X1 es de 5 dólares y la de X2 es de 4 dólares.**

Modelo Matemático

Función Objetivo (Maximizar ganancias)

$$Z = 5X1 + 4X2$$

Restricciones

$$4X1 + 2X2 \leq 40 \quad \text{(mano de obra)}$$

$$2X1 + 4X2 \leq 32 \quad \text{(material)}$$

$$X1 \geq 0, \quad X2 \geq 0 \quad \text{(no negatividad)}$$

Graficar restricción 1

$4x_1 + 2x_2 \leq 40$

$X_1 = 0 \quad X_2 = \frac{40}{2} = 20$

$P_1(0,20) \quad P_2(10,0)$

$X_1 = \frac{40}{4} = 10 \quad X_2 = 0$

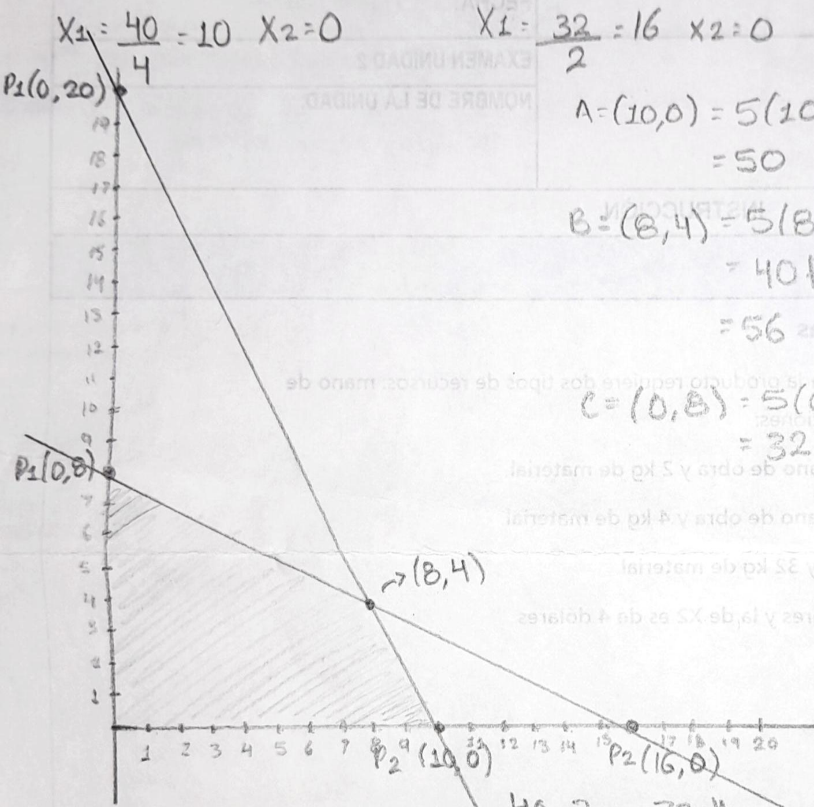
Restricción 2

$2x_1 + 4x_2 \leq 32$

$X_1 = 0 \quad X_2 = \frac{32}{4} = 8$

$P_1(0,8) \quad P_2(16,0)$

$X_1 = \frac{32}{2} = 16 \quad X_2 = 0$



$A = (10,0) = 5(10) + 4(0)$
$= 50$

$B = (8,4) = 5(8) + 4(4)$
$= 40 + 16$
$= 56$

$C = (0,8) = 5(0) + 4(8)$
$= 32$

$4x + 2y = 40$

$2x + 4y = 32$

$x = \frac{40-2y}{4}$

$x = \frac{32-4y}{2}$

$\frac{40-2y}{4} = \frac{32-4y}{2}$

$2(40-2y) = 4(32-4y)$

$80 - 4y = 128 - 16y$

$16y - 4y = 128 - 80$

$12y = 48$

$y = \frac{48}{12}$

$y = 4$

$4x + 2(4) = 40$

$4x + 8 = 40$

$4x = 40 - 8$

$x = \frac{32}{4}$

$x = 8$

Solución optima

$X_1 = 8 \quad X_2 = 4 \quad Z = 56$

Para maximizar la ganancia se deben producir 8 unidades de X_1 y 4 unidades de X_2, obteniendo una ganancia maxima de $56