

LISTA DE COTEJO PARA INVESTIGACION DOCUMENTAL

DATOS GENERALES			
Nombre del alumno(a): Santiago Hernández Flores			
GRUPO:	202-b	CARRERA:	INGENIERIA ELECTROMECHANICA

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRÉS TUXTLA	NOMBRE DEL CURSO: CALCULO INTEGRAL
NOMBRE DEL DOCENTE: ANGEL HERNANDEZ SANCHEZ	FIRMA DEL DOCENTE

DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN

PRODUCTO: Aportaciones del cálculo integral	FECHA: 23 de del 2025	PERIODO ESCOLAR: FEBRERO-JUNIO 2025
---	-----------------------	-------------------------------------

INSTRUCCIONES DE APLICACIÓN

Revisar las actividades que se solicitan y marque con una X en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" escriba indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.

VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
1%	Presentación El trabajo cumple con los requisitos de: a. Buena presentación	X		
1%	b. Introducción	X		
1%	c. Ortografía	X		
1%	d. Desarrollo coherente del tema	X		
2%	e. citar fuentes de información	X		
2%	Enfoque: buscar información para dar respuestas satisfactorias a cuestionamientos sobre fenómenos, estudiar profundamente un problema a fin de obtener datos suficientes que permitan hacer ciertas proyecciones.	X		
10%	Elaboración: Debe partir de una selección adecuada de la información	X		
3%	Responsabilidad: Entregó la investigación documental en la fecha y hora señalada.	X		
20%	CALIFICACIÓN	20		

**LISTA DE COTEJO DE
PROBLEMARIO**

DOCENTE: ANGEL HERNANDEZ SANCHEZ			ASIGNATURA: Cálculo Integral		
		DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACION			
		NOMBRE DEL ALUMNO: Santiago Hernándezflores	UNIDAD: Uno		
PERIODO: febrerojunio2025	GRUPO:202-B		FECHA DE ENTREGA: 3de marzo 2025		
		INSTRUCCIONES			
		Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.			
VALOR DEL REACTIVO		CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
			SI	NO	
5%		PRESENTACIÓN: El trabajo cumple con los requisitos de a. Buena presentación b. No tiene faltas de ortografía c. Ordenado y limpio	X		
5%		FORMATO DE ENTREGA: Hoja de presentación (asignatura, unidad, tema de estudio, docente, fecha, nombre del alumno), fuente de información, lista de cotejo con datos correspondientes y presentar en su cuadernillo de tareas.	X		
5%		DESARROLLO DE EJERCICIOS: Identifica los principios, leyes, normas e incluso técnicas y metodologías apropiadas, si el ejercicio lo permite, debe de presentar: Enunciado, datos, fórmula, sustitución y resultado.	X		
5%		RESULTADO: El alumno llega al resultado correcto, con sus respectivas unidades y presenta la interpretación lógica de cada resultado obtenido en una conclusión.	X		
10%		RESPONSABILIDAD: Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.	X		
30%		CALIFICACIÓN	30		

Santiago Hernandez Flores

Problemas (Cálculo Integral)

• Medición aproximada de figuras curvas

Calcula el área en el intervalo $[1, 4]$ considerando 4 subintervalos



$$A = \text{Base} \times h$$

$$a = 1 \quad b = 4$$

$$\text{base} - \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

$$\Delta x = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$a_1 = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$a_2 = 1 + 2 \left(\frac{3}{4}\right) = 1 + \frac{6}{4} = \frac{10}{4}$$

$$a_3 = 1 + 3 \left(\frac{3}{4}\right) = 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4}$$

$$a_4 = 1 + 4 \left(\frac{3}{4}\right) = 1 + \frac{12}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$A_t = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$A_t = 4.0195 + 11.7187 + 25.7460 + 48$$

$$A_t = 89.4842 \text{ // } 0.2$$

$$h = f(a_n)$$

$$h_1 = f\left(\frac{7}{4}\right) = \left(\frac{7}{4}\right)^3 = \frac{343}{64}$$

$$h_2 = f\left(\frac{10}{4}\right) = \left(\frac{10}{4}\right)^3 = \frac{1000}{64}$$

$$h_3 = f\left(\frac{13}{4}\right) = \left(\frac{13}{4}\right)^3 = \frac{2197}{64}$$

$$h_4 = f(4) = (4)^3 = 64$$

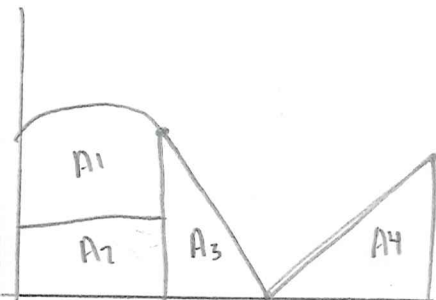
$$A_1 = \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{343}{64}\right) = \frac{1029}{256} = 4.0195$$

$$A_2 = \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{1000}{64}\right) = \frac{3000}{256} = 11.7187$$

$$A_3 = \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{2197}{64}\right) = \frac{6591}{256} = 25.74$$

$$A_4 = \left(\frac{3}{4}\right) (64) = \frac{192}{4} = 48$$

Problema 2



$$A = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$A_1 = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 4}{4} = \pi$$

$$A_2 = b \times h = 2 \times 2 = 4$$

$$A_3 = \frac{B \times h}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

$$A_4 = \frac{b \times h}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Área total

$$= (\pi + 16) \approx 19.416 \approx 0.2$$

Santiago Hernandez Flores

• Notación Somatoria.

$$a) \sum_{i=1}^{200} i = 200 \cdot \frac{[2(200) + 1]}{2} = \frac{(200)(401)}{2} = (100)(401) = 40100$$

$$b) \sum_{k=1}^4 \frac{k}{2(k+1)} = \frac{1}{2(1+1)} + \frac{2}{2(2+1)} + \frac{3}{2(3+1)} + \frac{4}{2(4+1)} = \frac{506}{315}$$

$$c) \sum_{i=1}^4 (i^2 + 3i) = \frac{2(4)^3 + 3(4)^2 + 4}{6} + 3\left(\frac{4^2 + 4}{2}\right) = \frac{128 + 48 + 4}{6} + 3(10) = \frac{180}{6} + 30 = 30$$

$$d) \sum_{i=3}^7 8 = (7 - 3 + 1)8 = 40$$

• Suma de Riemann

Evaluar $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i) \Delta x$ donde $x_0 = 1, x_1 = 1 + \Delta x, \dots, x_n = 3$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i) \Delta x = \int_1^3 (x^2 - 2x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_1^3 = \left(\frac{3^3}{3} - 3^2 \right) - \left(\frac{1^3}{3} - 1^2 \right) = \frac{2}{3}$$

Evaluar $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i + 1) \cos x_i$, donde $x_0 = 0, \dots, x_n = \pi/6$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i + 1) \cos x_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta x \cos(x_i) = \int_0^{\pi/6} \cos x dx = (\sin x)_0^{\pi/6} = \sin(\pi/6) - \sin 0$$

Definición de Integral definida

$$a) \int_1^e \frac{dx}{x} = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e \quad \text{Def} = \int_1^e \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^e \quad \int_1^e \frac{dx}{x} = \ln e - \ln 1$$

$$\begin{aligned} b) \int_1^3 [e^{1.5t} - 3t] dt &= \int_1^3 [e^{1.5t} - 3t] dt = \int_1^3 e^{1.5t} dt + \int_1^3 -3t dt \\ \int_1^3 [e^{1.5t} - 3t] dt &= \int_1^3 e^{1.5t} dt + (-3) \int_1^3 t dt = \int_1^3 e^{1.5t} dt - 3 \int_1^3 t dt \\ \int_1^3 e^{1.5t} dt - 3 \int_1^3 t dt &= \left(\frac{2}{3} e^{3/2 t} \right) \Big|_1^3 - 3 \left(\frac{1}{2} t^2 \right) \Big|_1^3 \\ &= \left[\left(\frac{2}{3} e^{3/2 \cdot 3} \right) - \left(\frac{2}{3} e^{3/2 \cdot 1} \right) \right] - 3 \left[\frac{3^2}{2} - \frac{1^2}{2} \right] \\ &= \left[\left(\frac{2}{3} e^{4.5} \right) - \left(\frac{2}{3} e^{1.5} \right) \right] - 3 \left[\frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right] \\ &= \left[\left(\frac{2}{3} \cdot 90.02 \right) - \left(\frac{2}{3} \cdot 4.80 \right) \right] - 3 \cdot 4 \\ &= 45.02 \end{aligned}$$

Teorema de Existencia

Determine si $y' = x^4(4x^4 - x^5)^{-1}$ tiene única solución para $y(4) = 1$

$$\begin{aligned} y' &= x^4(4x^4 - x^5)^{-1} & y(4) &= 1 \\ f(x, y) &= x^4(4x^4 - x^5)^{-1} & (x, y) &= (4, 1) \end{aligned}$$

Existencia)

$$\begin{aligned} f(4, 1) &= 1 \cdot 4^4(4 \cdot 4^4 - 4^5)^{-1} \\ &= 4^4(4^5 - 4^5)^{-1} \end{aligned}$$

$$= 4^4 \cdot 0^{-1}$$

$$= \frac{4^4}{0} = ?$$

Por lo tanto, $(x, y) = (4, 1)$ no es continua en $(4, 1)$ Así, no existe Solución para el P.V.

Santiago Hernandez Flores

• Determine para el siguiente PVI si existe solución y si esta es única y $y' = -\sqrt{1-y^2}$ y(0)

$$y' = -\sqrt{1-y^2}, y(0) = 1$$

$$f(x, y) = -\sqrt{1-y^2} \quad (x, y) = (0, 1)$$

unicidad)

$$\frac{df}{dy}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \quad \frac{df}{dy}(0, 1) = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0} = \frac{1}{0}$$

$$\frac{df}{dy}(0, 1) = \frac{1}{\sqrt{1-1^2}}$$

$\frac{df}{dy}$ no es continua

en (0, 1) Por lo tanto la solución no es continua.

• Propiedades de la Integral definida.

$$a) \int_0^2 (3f(x) - g(x)) dx = \int_0^2 3f(x) dx - \int_0^2 g(x) dx$$

$$= 3 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 g(x) dx = 3(4) - (-3) = 15 //$$

$$b) \int_0^5 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 4 + 12 = 16 //$$

$$c) \int_2^4 g(x) dx = \int_2^0 g(x) dx + \int_0^4 g(x) dx = -\int_0^2 g(x) dx + \int_0^4 g(x) dx$$

$$= -(-3) + 6 = 9 //$$

Santiago Hernández Flores

• Función primitiva

$$1) \int (x+1) dx = \int x' dx + \int 1 dx = \frac{x^2}{2} + x + K$$

$$3) \int (e^x - x^2) dx = \int e^x dx - \int x^2 dx = e^x - \frac{x^3}{3}$$

$$\int (x^2 + 2x^{-1} - 7x^{-2}) dx = \int x dx + \int 2x^{-1} dx - \int 7x^{-2} dx = \frac{x^3}{3} + 2 \ln(x) - \frac{7x^{-1}}{-1} = \frac{x^3}{3} + 2 \ln(x) + 7x^{-1}$$
$$= \frac{x^3}{3} + 2 \ln(x) + \frac{7}{x}$$

• Teorema de Valor Intermedio

a) Sabemos que $f(x) = 3x^2$ es continua en $[2,5]$

$$f(2) = 3(2)^2 = 12$$

$$f(5) = 3(5)^2 = 75$$

$$\exists c \text{ en } (2,5) \mid f(c) = 48$$

$$f(c) = 3c^2 = 48$$

$$c^2 = 16 \rightarrow c = \pm 4 \therefore c = 4$$

Demuestre que hay una raíz de la ecuación $4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$, entre 1 y 2

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3x - 2$$

$$c \in (1,2) \mid f(c) = 0$$

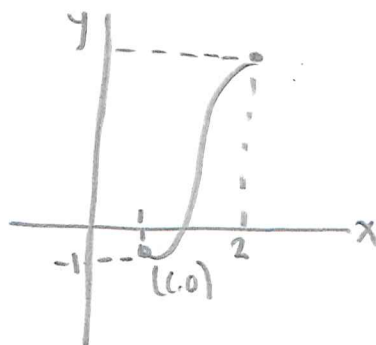
$$f(1) = 4(1)^3 - 6(1)^2 + 3(1) - 2 = -1 < 0$$

$$f(2) = 4(2)^3 - 6(2)^2 + 3(2) - 2 = 12 > 0$$

$$f(1) < 0 < f(2)$$

-1

12



Santiago Hernandez Flores

• Teorema Fundamental del Cálculo

$$1) \int_1^4 \sqrt{x(2+x)} dx =$$

$$\int_1^4 \sqrt{x(2+x)} dx = \int_1^4 x^{1/2} (2+x) dx = \int_1^4 (2x^{1/2} + x^{3/2}) dx$$

$$\int_1^4 \sqrt{x(2+x)} dx = \left[\frac{4}{3} x^{3/2} + \frac{2}{5} x^{5/2} \right]_1^4$$

$$\int_1^4 \sqrt{x(2+x)} dx = \frac{4}{3} (4)^{3/2} + \frac{2}{5} (4)^{5/2} - \left(\frac{4}{3} (1)^{3/2} + \frac{2}{5} (1)^{5/2} \right) = \frac{32}{3} + \frac{64}{5} - \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{5} \right)$$

$$\int_1^4 \sqrt{x(2+x)} dx = \frac{28}{3} + \frac{67}{5} = \frac{140 + 106}{15}$$

$$\therefore \int_1^4 \sqrt{x(2+x)} dx = \frac{246}{15}$$

$$2) \int_0^{\pi/2} \text{Sen } 2x dx$$

$$\int_0^{\pi/2} \text{Sen } x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \text{Sen } 2x \cdot 2 dx$$

$$\int_0^{\pi/2} \text{Sen } 2x dx = \frac{1}{2} (-\cos 2x) \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{1}{2} (\cos 2x) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$\int_0^{\pi/2} \text{Sen } 2x dx = -\frac{1}{2} (\cos 2(\pi/2) - \cos 2(0)) = -\frac{1}{2} (\cos \pi - \cos 0) = -\frac{1}{2} (-1 - 1) = -\frac{1}{2} (-2)$$

$$\therefore \int_0^{\pi/2} \text{Sen } 2x dx = 1$$

Santiago Hernandez flores

Calculo de Integrales definidas.

$$a) \int_{-1}^1 (x^2 - x^3 + 5x^4) dx = \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{4}x^4 \right]_{-1}^1 =$$
$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{5}{4} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{5}{4} \right) = \frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{4}{3} + \frac{5}{2} = \frac{8}{6} + \frac{15}{6} = \frac{23}{6}$$

$$b) \int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x} dx$$

$$\int \frac{2x+1}{x^2+x} dx = \int \frac{2x+1}{x \cdot (x+1)} dx = \int \frac{A}{x} dx + \int \frac{B}{x+1} dx \quad \frac{2x+1}{x \cdot (x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} \Rightarrow 2x+1 = A \cdot (x+1) + B \cdot x$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow 1=A \\ x=-1 \rightarrow -1=B \end{cases} \quad A=B=1 \quad \int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x} dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx + \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = [\ln x + \ln(x+1)]_1^2$$

$$= (\ln 2 + \ln 3) - (\ln 1 + \ln 2) = \ln 2 + \ln 3 - \ln 2 = \ln 3$$

$$c) \int_4^9 \sqrt{x} dx$$

$$\int_4^9 \sqrt{x} dx = \int_4^9 x^{1/2} dx = \left[\frac{2}{3} x^{3/2} \right]_4^9$$

$$= \left[\frac{2}{3} (9)^{3/2} \right] - \left[\frac{2}{3} (4)^{3/2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{3} (9)^{3/2} \right] - \left[\frac{2}{3} (4)^{3/2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{3} (27) \right] - \left[\frac{2}{3} (8) \right] = 18 - \frac{16}{3} = \frac{38}{3} = 12 \frac{2}{3}$$