Ing. industrial / 301 - A

María de Jesús Hernández Tepox.

11 | 09 | 25

Álgebra Lineal

1)

1. Sean

$z = 3 + 2i$

$w = -3 + i$

$$\left(\frac{\bar{z} + w}{w}\right)^{-1} = \left(\frac{(3+2i) + (-3+i)}{-3+i}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{(3-2i) + (-3+i)}{-3+i}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{3-3-2i+i}{-3+i}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{-i}{-3+i}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{-i}{-3+i} \cdot \frac{-3-i}{-3-i}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{3i + i^2}{9+3i-3i-i^2}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{+3i-1}{9+3i-3i+1}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{+3i-1}{9+1}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{-1+3i}{10}\right)^{-1}$$

$$\left(-\frac{1}{10} + \frac{3}{10} i\right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{-\frac{1}{10} + \frac{3}{10} i}$$

Conjugada:

$-3+i = -3-i$

$$\frac{10}{-1+3i} \cdot \frac{-1-3i}{-1-3i}$$

$$= \frac{-10-30i}{1+3i-3i-9i^2}$$

$$= \frac{-10-30i}{1+3i-3i+9}$$

$$= \frac{-10+30i}{1+9} = \frac{-10+30i}{10}$$

$$= \frac{-10}{10} - \frac{30i}{10}$$

$$= -1 - 3i$$

11 09 25

Examen José Enrique Telona Zetina 10%

Sean

$z = 3+2i$

$w = -3+i$

40

$$\left(\frac{\bar{z}+w}{w}\right)^{-1} = \left(\frac{3-2i}{-3+i}\right)^{-1}$$

$$\left(\frac{3-2i+(-3+i)}{-3+i}\right) = \left(\frac{0-i}{-3+i}\right) = \left(\frac{-i}{-3+i}\right)\left(\frac{-3-i}{-3-i}\right) = \frac{3i+i^2}{9+3i-3i-i^2}$$

$$= \left(\frac{3i+i^2}{10}\right)^{-1} \qquad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$= \left(\frac{3}{10}i + \frac{i^2}{10}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{3i}{10} - \frac{1}{10}}$$

$z = -i^2$

$\theta = 270° = \frac{3}{2}\pi \qquad \log z = 1 \qquad n = 2$

$z = r$

$z = -i^2 = \sqrt{1^2} = \sqrt{1} = 1$

$z = 1(\cos \frac{3}{2}\pi + \operatorname{sen} \frac{3}{2}\pi i)^2$

$z = 1 e^{3/2\pi i}$

$z^2 = (1 e^{3/2\pi i})^2$

$z^2 = 1^2 (\cos(2)\frac{3}{2}\pi + \operatorname{sen}(2)\frac{3}{2}\pi i)$ $\rightarrow z^2 = -1$

$z^2 = 1 \quad -1 + 0)$

ENSAYO:
DEFINICIÓN Y ORIGEN DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

Universidad: Instituto Tecnológico Superior de San Andrés Tuxtla.

Materia: Álgebra Lineal.

Docente: Humberto Vega Mulato.

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox.

Carrera: Ingeniería Industrial.

Semestre: 3° **Grupo: 301-A.**

Periodo Escolar: Agosto-Diciembre 2025.

Unidad 1: Números Complejos.

Tema 1.1: Definición y origen de los números complejos.

Actividad: ENSAYO.

San Andrés Tuxtla, Ver; a 01 de Septiembre de 2025.

ENSAYO: DEFINICIÓN Y PROGEN DE LOS NUMEROS COMPLEJOS.

INTRODUCCIÓN:

Los números complejos es una extensión de los números reales. Se obtienen considerando pares ordenados de números reales bajo operaciones particulares de suma y producto entre estos. Su origen tiene sus indicios en el siglo XVI hasta su formalización en los siglos XVIII y XIX, se ha demostrado que no solo son un simple elemento de las ciencias básicas, sino que, por el contrario, son unas herramientas de gran utilidad en campos como la ingeniería y las ciencias aplicadas. Esto es explicado de mejor forma en Obras como Variable Compleja y aplicaciones de Churchill y Brown (1992), Números Complejos de Rubio (2012), dichas obras se analizarán más adelante para poder comprender a mayor profundidad el origen y la definición de los números complejos. Así como algunos materiales didácticos que resultan de gran apoyo para el análisis de este tema de gran interés. El presente ensayo tiene por objetivo explicar el origen de los números complejos, así mismo planea entrar en contexto sobre el concepto y definición de los números complejos.

DESARROLLO:

El origen de los Números Complejos se remonta cuando se intentaban resolver ecuaciones cuadráticas o cubicas que presentaban raíces negativas dentro del radicando, tal como se menciona en el documento Números Complejos de Diana Rubio. Sin embargo, no fue hasta el siglo III, donde Diofanto planteo un problema cuya solución necesitaba la existencia de un número que elevado al cuadrado fuese igual a -1. Pasaron siglos hasta que este tipo de problemas nuevamente cobro interés. En el siglo XVI Rafaello Bombelli fue uno de los primeros en admitir la importancia de encontrar raíces cuadradas de números negativos. En el siglo XVII Descartes uso el termino imaginario y a fines del siglo XVIII el matemático suizo Leonhard Euler simbolizó la raíz cuadrada de -1 con la letra i. Sin embargo, no fueron completamente aceptados. Unos años después Wessel le dio una interpretación al número i y la misma idea fue dada por Jean-Robert Argand. Finalmente, Gauss la utilizó para dar la interpretación geométrica de los números complejos, dándole rigor y cambiando el paradigma en la historia del pensamiento científico. El uso de pares de números reales para la representación de números complejos y siendo su implementación formal en el siglo XIX.

Por su parte, Un número complejo es un número de la forma $a + b_i$ donde a y b son números reales e i es un símbolo con la propiedad de que $i^2 = -1$, El número real a se considera como un tipo especial de número complejo, de razón de que $a = a + O_i$. Si $Z = a + b_i$ es un número complejo, entonces la parte real de Z denotada por Re Z es a y la imaginaria de Z denotada por Im z es b. Dos números complejos $a + b_i$ y $c + b_i$ son iguales si sus partes reales e imaginaria son iguales, es decir si, $a = c$ y $b = d$. Dicho de otra forma y como lo menciona Churchill y Brown, en su obra "Variable Compleja y aplicaciones" (1992), los números complejos son definidos como pares ordenados: Z=(x,y) de números reales x e y, con las operaciones de suma y producto. Se suelen identificar los pares (x, O) con los números reales x. Los números complejos contienen números reales como subconjunto. Los números complejos de la forma (O, y) se llaman "imaginarios puros". Los números en la expresión se conocen, respectivamente, como parte real y parte imaginaria de z: $\mathrm{Re}\, z = x, 1\mathrm{m}\, z = y$.

CONCLUSIÓN:

Para concluir, se puede mencionar que los números complejos son un claro ejemplo de cómo las matemáticas evolucionan para poder responder a las necesidades de la ciencia, así como del pensamiento humano siendo su principal objetivo el descubrir y estudiar cosas nuevas. Lo que en un inicio parecía algo carente de sentido y sin mayor relevancia, termino siendo una gran herramienta de estudio para el análisis moderno. A través de los textos revisados durante el presente ensayo se puede interpretar que los números Complejos no solo amplio el campo numérico, ni la forma de dar solución a problemas que parecían no tenerla, sino también fomento el desarrollo de nuevas habilidades de razonamiento, su aplicación se vincula directamente con el algebra lineal y la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales. Estos aportes muestran que los números Complejos son un base indispensable que permite comprender las matemáticas avanzadas.

FUENTES DE CONSULTA:

- Brown, J. W., & Churchill, R. V. (1992). *Variable compleja y aplicaciones* (5.ª ed., traducido por Lorenzo Abellanas Rapún). McGraw-Hill Interamericana de España, S. A.
- Rubio, D. (2012). *Números complejos: para el primer ciclo universitario* (Col. Textos Básicos). Universidad Nacional de General Sarmiento. https://www.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/pdfs_ediciones/N%C3%BAmeros_Complejos-completo.pdf
- Silva Martínez, A. (2007). *Números complejos y álgebra lineal: Material de apoyo para el curso de Matemáticas IV* [Material didáctico, Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec]. https://www.tese.edu.mx/documentos2004/5287_SGIHTKW.pdf
- Autor desconocido. (2006–2007). *Breve historia de los números complejos* [Apuntes de curso, Análisis Matemático VI]. Universidad de La Laguna. https://rotrujil.webs.ull.es/WebAMVI/HISTORIA.pdf

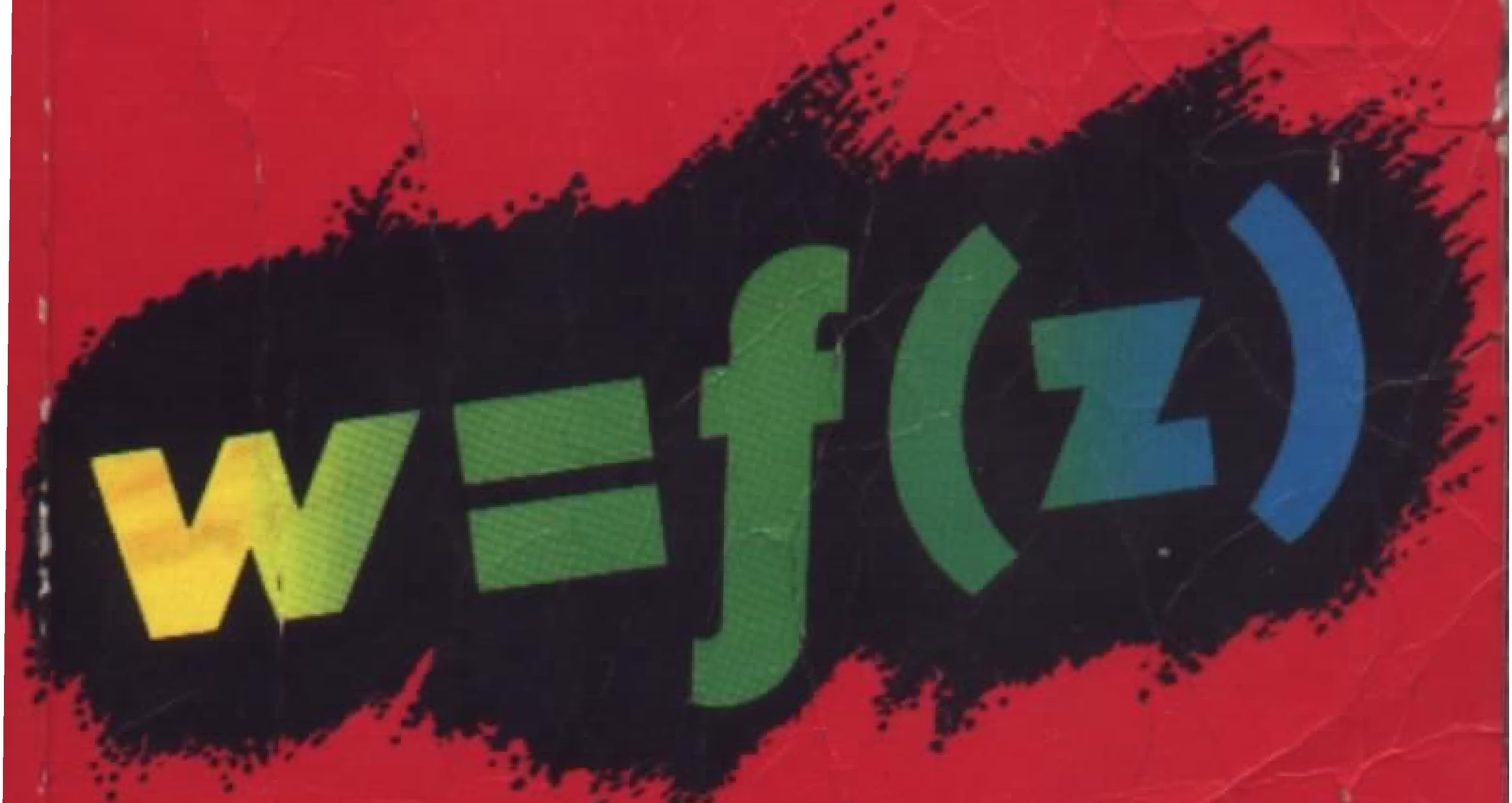
MARIA DE JESÚS HERNÁNDEZ TEPOX. 301-A.

LIBROS DE APOYO PARA LA ELABORACIÓN DEL ENSAYO:

VARIABLE COMPLEJA Y APLICACIONES

QUINTA EDICION

Ruel V. Churchill / James Ward Brown



CONTENIDO

SOBRE LOS AUTORES

RUEL V. CHURCHILL fue, hasta su fallecimiento, Profesor Emérito de Matemáticas en la Universidad de Michigan, donde comenzó su carrera docente en 1922. Recibió su B.S. en Física en la Universidad de Chicago y su M.S. en Física y grado de Doctor en Matemáticas en la Universidad de Michigan. Es coautor con el Dr. Brown de la reciente cuarta edición de *Fourier Series and Boundary Value Problems*, un texto clásico que escribió hace unos cincuenta años. Fue también autor de *Operational Mathematics*, ya en su tercera edición. A lo largo de su extensa y productiva trayectoria, el Dr. Churchill ocupó diversos cargos en la Mathematical Association of America y en otras sociedades e instituciones matemáticas.

JAMES WARD BROWN es Profesor de Matemáticas en la Universidad de Michigan-Dearborn. Obtuvo su A.B. en Física en la Universidad de Harvard y su A.M. y su grado de Doctor en Matemáticas en la Universidad de Michigan en Ann Arbor, siendo becario del Institute of Science and Technology. Es coautor con el Dr. Churchill de la cuarta edición de *Fourier Series and Boundary Value Problems*.

Los primeros nueve capítulos de este libro, con varias sustituciones de los restantes, han constituido durante años el contenido de un curso de tres horas semanales en la Universidad de Michigan. Los alumnos provenían de Matemáticas, Ingeniería o Física. Antes de seguir este curso, habían pasado al menos por cursos de Cálculo, a veces incluso avanzado, y de introducción a las Ecuaciones Diferenciales. Para acomodarse a la audiencia más amplia posible, hay notas a pie de página que se refieren a libros en los que pueden consultarse demostraciones y discusiones de los aspectos más delicados del Cálculo que se van necesitando en cada momento. Parte del material de este libro es opcional y puede dejarse como lectura voluntaria para los estudiantes, fuera del curso normal. Si se desean ver en el curso las aplicaciones por funciones elementales y las transformaciones conformes antes de lo que aquí se presentan, puede pasarse directamente a los capítulos 7, 8 y 9, nada más terminar el capítulo 3.

La mayor parte de los resultados básicos se enuncian como teoremas, seguidos por ejemplos y ejercicios ilustrativos. En el Apéndice 1 se recoge bibliografía sobre otros libros, en general más avanzados. El Apéndice 2 contiene una tabla de transformaciones conformes útiles en la práctica.

En la preparación de esta revisión, el segundo autor ha aprovechado sugerencias de diversas personas. Entre los amigos que han utilizado la versión anterior y han hecho aportaciones específicas se encuentran B. S. Elenbogen, M. H. Höft, M. Jerison, y M. A. Lachance. Ha habido, asimismo, considerables sugerencias de quienes han revisado partes de la edición anterior y el manuscrito de la presente: S. H. Davis, Rice University; P. M. Fitzpatrick, University of Maryland; R. A. Fontenot, Whitman College; H. Hochstadt, Polytechnic University; W. L. Perry, Texas A&M University; F. Rispoli, Dowling College; y C. H. Wilcox, University of Utah.

He recibido además el interés constante y el apoyo de G. H. Brown, Jr., J. R. Brown, S. M. Flack, G. E. Hay, S. J. Milles, R. P. Morash, J. A. Moss, F. J. Papp, y R. L. Patterson, así como Robert A. Weinstein, Michael Morales, y Scott Amerman, del departamento editorial de McGraw-Hill.

James Ward Brown

CAPITULO
UNO
NUMEROS COMPLEJOS

En este capítulo estudiamos la estructura algebraica y geométrica de los números complejos. Suponemos conocidas varias propiedades correspondientes en los números reales.

1. DEFINICION

Los *números complejos* z se pueden definir como pares ordenados

$$z = (x, y) \tag{1}$$

de números reales x e y, con las operaciones de suma y producto que especificaremos más adelante. Se suelen identificar los pares $(x, 0)$ con los números reales x. El conjunto de los números complejos contiene, por tanto, a los números reales como subconjunto. Los números complejos de la forma $(0, y)$ se llaman *números imaginarios puros*. Los números reales x e y en la expresión [1] se conocen, respectivamente, como *parte real* y *parte imaginaria* de z. Escribiremos:

$$\operatorname{Re} z = x, \quad \operatorname{Im} z = y. \tag{2}$$

Dos números complejos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) se dicen *iguales* si tienen iguales las partes real e imaginaria. Es decir:

$$(x_1, y_1) = (x_2, y_2) \quad \text{si y sólo si} \quad x_1 = x_2 \quad \text{e} \quad y_1 = y_2. \tag{3}$$

La *suma* $z_1 + z_2$ y el *producto* $z_1 z_2$ de dos números complejos $z_1 = (x_1, y_1)$ y $z_2 = (x_2, y_2)$ se definen por las ecuaciones:

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2), \tag{4}$$

$$(x_1, y_1)(x_2, y_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2, y_1 x_2 + x_1 y_2). \tag{5}$$

En particular, $(x, 0) + (0, y) = (x, y)$ y $(0, 1)(y, 0) = (0, y)$; luego

$$(x, y) = (x, 0) + (0, 1)(y, 0). \qquad [6]$$

Nótese que las operaciones definidas por las ecuaciones [4] y [5] son las usuales cuando se restringen a los números reales:

$$(x_1, 0) + (x_2, 0) = (x_1 + x_2, 0),$$
$$(x_1, 0)(x_2, 0) = (x_1x_2, 0).$$

El sistema de los números complejos es, en consecuencia, una extensión natural del de los números reales.

Pensando en un número real como x o como $(x, 0)$, y *denotando por i el número imaginario puro* $(0, 1)$, podemos reescribir la Ecuación [6] así*

$$(x, y) = x + iy. \qquad [7]$$

Asimismo, con el convenio $z^2 = zz$, $z^3 = zz^2$, etc., hallamos que

$$i^2 = (0, 1)(0, 1) = (-1, 0);$$

es decir,

$$i^2 = -1.$$

A la vista de la expresión [7], las Ecuaciones [6] y [7] se convierten en

$$(x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2), \qquad [8]$$
$$(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = (x_1x_2 - y_1y_2) + i(y_1x_2 + x_1y_2). \qquad [9]$$

Obsérvese que los miembros de la derecha en esas ecuaciones se pueden obtener formalmente manipulando los términos de la izquierda como si sólo contuvieran números reales, y sustituyendo i^2 por -1 cuando aparezca.

2. PROPIEDADES ALGEBRAICAS

Varias propiedades de la suma y del producto de números complejos coinciden con las de los números reales. Recogeremos aquí las más básicas y verificamos algunas de ellas.

Las leyes conmutativas

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1, \quad z_1z_2 = z_2z_1 \qquad [1]$$

* En electrónica se utiliza el símbolo j en lugar de i.

y las asociativas

$$(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3), \quad (z_1z_2)z_3 = z_1(z_2z_3) \qquad [2]$$

se siguen fácilmente de las definiciones de la suma y el producto de números complejos, y del hecho de que los números reales las satisfacen. Por ejemplo, si

$$z_1 = (x_1, y_1) \quad \text{y} \quad z_2 = (x_2, y_2),$$

entonces

$$z_1 + z_2 = (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_2 + x_1, y_2 + y_1)$$
$$= (x_2, y_2) + (x_1, y_1) = z_2 + z_1.$$

La verificación de las restantes, así como de la ley distributiva

$$z(z_1 + z_2) = zz_1 + zz_2, \qquad [3]$$

es similar.

De acuerdo con la ley conmutativa del producto, $iy = yi$; luego está permitido escribir

$$z = x + iy \quad \text{o} \quad z = x + yi.$$

Además, por las leyes asociativas, una suma $z_1 + z_2 + z_3$ o un producto $z_1z_2z_3$ están bien definidos sin paréntesis, igual que ocurría con los números reales.

La identidad aditiva $0 = (0, 0)$ y la identidad multiplicativa $1 = (1, 0)$ de los números reales se transfieren al sistema de los números complejos. O sea,

$$z + 0 = z \quad \text{y} \quad z \cdot 1 = z \qquad [4]$$

para todo número complejo z. Más aún, 0 y 1 son los únicos números complejos con tales propiedades. Para establecer la unicidad de 0, supongamos que (u, v) es una identidad aditiva, y escribamos

$$(x, y) + (u, v) = (x, y),$$

donde (x, y) es cualquier número complejo. Se deduce que

$$x + u = x \quad \text{e} \quad y + v = y;$$

o sea, $u = 0$ y $v = 0$. El número complejo $0 = (0, 0)$ es, por tanto, la única identidad aditiva.

Cada número complejo $z = (x, y)$ tiene asociado un inverso aditivo

$$-z = (-x, -y) \qquad [5]$$

OTRAS OBRAS DE INTERES PUBLICADAS POR McGRAW-HILL/INTERAMERICANA

ABELLANAS/GALINDO. *Métodos de cálculo* (Schaum)
AMILLO/ARRIAGA. *Analisis matemático con aplicaciones a la computación*
AYRES/MENDELSON. *Cálculo diferencial e integral* (3.ª ed.) (Schaum)
CANAVOS. *Probabilidad y estadística*
CONTE. *Análisis numérico* (2.ª ed.)
GRAFE. *Matemáticas para economistas* (2.ª ed.)
GRANERO. *Algebra y geometría analítica*
GRANERO. *Cálculo*
LARSON. *Cálculo y geometría analítica* (3.ª ed.)
LIPSCHUTZ. *Algebra lineal* (Schaum)
MARCELLAN y otros. *Ecuaciones diferenciales*
RUDIN. *Análisis real y complejo*
RUDIN. *Principios de análisis matemático* (3.ª ed.)
SPIEGEL. *Variable compleja*. (Schaum)
SPIEGEL/ABELLANAS. *Formulas y tablas de matemática aplicada* (Schaum)

157305

ISBN: 84-7615-730-4

Números Complejos

para el primer ciclo universitario

Diana Rubio

Colección Textos Básicos

Universidad
Nacional de
General
Sarmiento

Rubio, Diana
Números complejos - 1a ed. 2a reimp. - Los Polvorines : Univ. Nacional de General Sarmiento, 2013.
112 p. ; 24x17 cm.

ISBN 978-987-630-016-2

1. Matemática. 2. Educación Superior. I. Título
CDD 516.207 11

J. M. Gutiérrez 1159 (B1613GSX) Los Polvorines, Bs. As. Argentina
Tel.: (54 11) 4469-7507 Fax: (54 11) 4469-7504
e-mail: ediciones@ungs.edu.ar
www.ungs.edu.ar/ediciones

ISBN: 978-987-630-016-2

Hecho el depósito que marca la ley 11.723.

Índice general

Capítulo 1

Breve historia

La primera referencia conocida de raíces cuadradas de números negativos proviene de trabajos de matemáticos griegos, como Herón de Alejandría, en el siglo I antes de Cristo. Más tarde, en el siglo III, Diofanto planteó un problema cuya solución suponía la existencia de un número que elevado al cuadrado fuese igual a -1, pero no conocía ningún número que satisfaciera esa condición. Pasaron siglos hasta que este tipo de problemas nuevamente cobró interés. En el siglo XVI Rafaello Bombelli fue uno de los primeros en admitir la importancia de encontrar *raíces cuadradas de números negativos.* Por otro lado, en el mismo siglo, matemáticos italianos como Cardano y Tartaglia, buscaban fórmulas para las raíces exactas de los polinomios de grados 2 y 3 y se encontraron con la necesidad de hallar raíces de números negativos. En el siglo XVII Descartes usó el término imaginario y a fines del siglo XVIII el matemático suizo Leonhard Euler simbolizó la raíz cuadrada de -1 con la letra i. Sin embargo, al no encontrar significado geométrico para tales números, éstos no fueron completamente aceptados. Unos años después Wessel le dio una interpretación al número i y la misma idea fue dada por Jean-Robert Argand. Más tarde Gauss la utilizó para dar la interpretación geométrica de los números complejos. El uso de pares de números reales para la representación de números complejos y su implementación más formal recién fue dada en el siglo XIX.

Más información histórica se puede encontrar en [3], [4], [9].

Como complemento bibliográfico de los temas desarrollados en este capítulo se sugieren los textos [1],[2],[8].

Capítulo 2

El Conjunto de los Números Complejos

1 Introducción

El conjunto de números complejos es una extensión de los números reales. Se obtienen considerando pares ordenados de números reales bajo operaciones particulares de suma y producto entre éstos.

2 Definición, Operaciones y Propiedades

Definición 2.1. *Se llama conjunto de números complejos, y se denota $\mathbb{C}$, al conjunto de pares ordenados $\{(a,b) \in \mathbb{R}^2\}$ donde las operaciones de suma y producto se definen de la siguiente manera,*

$$(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d), \qquad \forall (a,b),(c,d) \in \mathbb{C},$$

$$(a,b)(c,d)=(ac-bd,ad+bc), \qquad \forall (a,b),(c,d) \in \mathbb{C}.$$

De la definición anterior podemos escribir $\mathbb{C} = \{\mathbb{R}^2, +, .\}$, donde $+, .$ denotan las operaciones de suma y producto definidas anteriormente.

Ejemplo 2.2. Calcular $z+w$ y zw para $z=(1,3), w=(2,-2) \in \mathbb{C}$.

A partir de la definición de suma y producto se obtiene

(a) $z+w=(1,3)+(2,-2)=(3,1)$,

(b) $zw=(1,3)(2,-2)=(1.2-3.(-2), 1.(-2)+3.2)=(8,4)$.

Propiedades de la Suma

Sean z, w, $u \in \mathbb{C}$, *entonces*

(1)	$z + (w + u) = (z + w) + u$,	(propiedad asociativa)
(2)	$z + w = w + z$,	(propiedad conmutativa)
(3)	$z + (0,0) = (0,0) + z = z$,	(neutro para la suma)
(4)	$z + (-z) = (0,0)$,	(inverso aditivo).

El inverso aditivo $-z$ de un número complejo $z = (a, b)$ es el número complejo $-z = (-a, -b)$. La resta de números complejos puede ser considerada como una suma: $z - w = z + (-w)$.

Propiedades del Producto

Sean z, w, $u \in \mathbb{C}$, *entonces*

(5)	$z(wu) = (zw)u$,	(propiedad asociativa)
(6)	$zw = wz$,	(propiedad conmutativa)
(7)	$z(1,0) = (1,0)z = z$	(neutro para el producto).

Propiedad Distributiva del Producto con Respecto a la Suma

Sean z, w, $u \in \mathbb{C}$ *entonces*

(8) $\quad z(w + u) = zw + zu.$

Las propiedades de suma y producto (1) - (8) se pueden demostrar fácilmente usando la definición 2.1.

Identificamos el número real a con el par $(a, 0) \in \mathbb{C}$. Resulta entonces

$$\mathbb{R} = \{(a, b) \in \mathbb{C} : b = 0\} \subset \mathbb{C}.$$

En otras palabras, el conjunto $\mathbb{C}$ contiene al conjunto de los números reales.

Observación 2.3. Las operaciones de suma y producto definidas en $\mathbb{C}$ extienden la suma y el producto definidos en $\mathbb{R}$:

Consideremos $z = (a, 0), w = (b, 0) \in \mathbb{C}$, notemos que z y w se identifican con los números reales a y b. Aplicando la definición de suma y producto en $\mathbb{C}$ tenemos que

- $z + w = (a, 0) + (b, 0) = (a + b, 0) \equiv a + b \in \mathbb{R}$,
- $zw = (a, 0)(b, 0) = (ab - 0, a0 + 0b) = (ab, 0) \equiv ab \in \mathbb{R}$.

De aquí en adelante escribiremos a en lugar de $(a, 0)$, en particular el elemento neutro para el producto es $1 = (1, 0)$.

Los números complejos de la forma $(0, b) \in \mathbb{C}$ (primera componente nula) se denominan *imaginarios puros*. El conjunto de números imaginarios puros se denota $\mathbb{I}$,

$$\mathbb{I} = \{(a, b) \in \mathbb{C} : a = 0\}.$$

Por lo tanto el conjunto $\mathbb{C}$ de los números complejos está formado por el conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales, el conjunto $\mathbb{I}$ de los imaginarios puros y el conjunto de números formado por las sumas de ellos. Esta manera de describir los números complejos es el tema de el siguiente capítulo.

TECNOLÓGICO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE ECATEPEC

DIVISIÓN DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELEMÁTICA

NÚMEROS COMPLEJOS

Y

ÁLGEBRA LINEAL

CON APLICACIONES

Material de Apoyo para el Curso de

Matemáticas IV

M. en C. Antonio Silva Martínez

2007

INTRODUCCIÓN

Este material es de apoyo para el curso de Matemáticas IV, del plan de estudios DGEST 2004 de la carrera de Ingeniería Electrónica, correspondiente a Números Complejos y Álgebra Lineal, resultado del compromiso profesional hacia la institución para una sólida formación académica de los estudiantes en Ingeniería Electrónica.

Como herramienta necesaria en la modelación y solución de problemas de ingeniería en general, las matemáticas merecen un especial apoyo con material didáctico detallado para la buena comprensión y motivación de los estudiantes. Para lo cual se ha preparado este nuevo trabajo con ejemplos resueltos, desarrollados con los pasos detallados hasta su solución, así como algo muy importante que debe motivar al estudiante de Ingeniería Electrónica sobre la importancia y retos de las matemáticas en su formación académica: ejemplos y ejercicios prácticos de circuitos eléctricos estables. Complementándose este trabajo con ejercicios de práctica para el estudiante y sus respuestas a los impares.

Las Matemáticas en general no pueden estudiarse en forma contemplativa o pasiva, al contrario, requieren una actitud dinámica y participativa. Bajo este punto de vista, se espera que el alumno se anime a analizar, comprender y realizar con este apoyo, la mayor cantidad de ejercicios y problemas aplicados posibles. Adquiriendo así las bases cognitivas para asignaturas posteriores de la carrera, donde se analicen fenómenos electrónicos mediante esta importante herramienta.

Para la compilación de este trabajo se ha contado con la valiosa ayuda de Lobsang Javier Mendoza Licea y César Martín García Prado, egresados de la carrera de Ingeniería Electrónica, quienes se han dado la tarea de revisar minuciosamente los ejemplos y ejercicios propuestos en este problemario, para una mejor calidad y aprovechamiento del mismo por parte de los alumnos.

Finalmente, este trabajo se presenta ante la coordinación de Material Didáctico y la Academia de Ciencias Básicas de la División de Ingeniería Electrónica y Telemática del TESE, el cual ha sido avalado por las mismas para su difusión y uso del mismo por parte de los profesores y estudiantes de la División.

M. EN C. ANTONIO SILVA MARTÍNEZ
DOCENTE DE LA DIVISIÓN

ÍNDICE

1. NÚMEROS COMPLEJOS

1.1 ORIGEN DE LOS NUMEROS COMPLEJOS

Los números complejos fueron propuestos inicialmente en 1545, por el matemático italiano Girolamo Cardaco, en un tratado monumental acerca de la solución de la ecuación cúbica y cuártica titulado *Ars Magna*. Para apreciar la dimensión de esta propuesta debe tenerse en cuenta que el concepto de números negativos apenas había tenido aceptación, y que aun había controversia en relación con sus propiedades. Las cantidades "ficticias" de Cardano fueron ignoradas por la mayoría de sus colegas, hasta que el genio matemático Carl Friedich Gauss les dio el nombre actual y las utilizó para demostrar el Teorema Fundamental del Algebra, el cual establece que todo polinomio que no sea constante tiene al menos un cero. En esta sección se explorarán las propiedades de los números complejos y sus operaciones elementales, Además de algunas funciones con valores complejos, que en la teoría de funciones de una variable compleja extiende los conceptos del cálculo al plano complejo y por consiguiente la derivación y la integración complejas adquieren una nueva profundidad y elegancia, y por lo tanto la naturaleza bidimensional del plano complejo produce muchos resultados útiles en Matemáticas Aplicadas en la Ingeniería. En particular a la Ingeniería de Circuitos Eléctricos Transitorios y Análisis de Señales, simplificando notoriamente los cálculos que llevan a la interpretación de su comportamiento.

1.2. LOS NÚMEROS COMPLEJOS Y SU ÁLGEBRA

Un *número complejo* es un número de la forma $a+bi$ donde a y b son números reales e *i* es un símbolo con la propiedad de que $i^2 = -1$. El número real a se considera como un tipo especial de número complejo, de razón de que $a = a + 0i$. Si $Z = a + bi$ es un número complejo, entonces la *parte real* de Z denotada por Re Z es a y la *imaginaria* de Z denotada por *Im z* es b. Dos números complejos $a+bi$ y $c+di$ son *iguales* si sus partes reales e imaginaria son iguales, es decir si, $a = c$ y $b = d$. Un número complejo $a+bi$ puede identificarse con el punto (a,b) graficado en un plano, denominado *plano complejo* o *plano de Argand*., como se muestra en la siguiente figura. En el plano complejo, el eje horizontal se le conoce como el eje real, mientras que el eje vertical se conoce como eje imaginario.

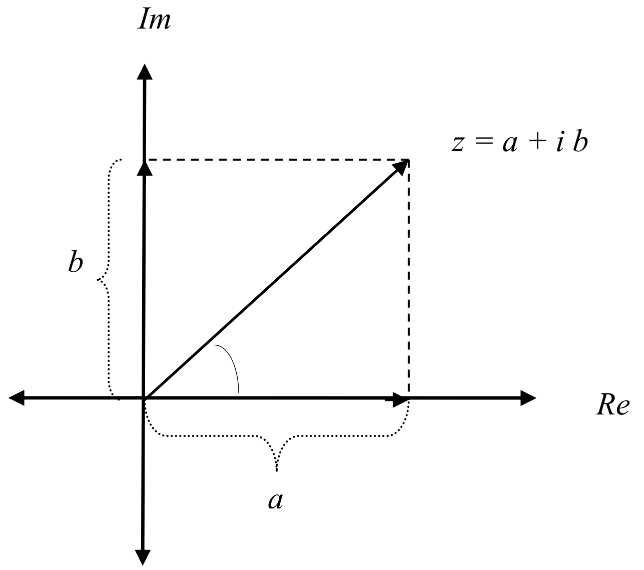


Figura 1.2 Representación de un número complejo *z* en el plano complejo

1.2.1 OPERACIONES ELEMENTALES CON NÚMEROS COMPLEJOS

La suma, la diferencia, el producto y el cociente de dos números complejos $Z_1 = a_1 + b_1 i$ y $Z_2 = a_2 + b_2 i$ dan como resultado un número complejo y se definen de la siguiente manera:

$$(i) \quad Z_1 + Z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

$$(ii) \quad Z_1 - Z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

$$(iii) \quad Z_1 Z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + b_1 a_2)i$$

$$(iv) \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i)}{(a_2 + b_2 i)(a_2 - b_2 i)} = \frac{(a_1 a_2 + b_1 b_2)}{a_1^2 + a_2^2} + \frac{(a_2 b_1 + a_1 b_2)}{a_1^2 + a_2^2} i$$

En otras palabras, al sumar o restar dos números complejos simplemente se suman o se restan las partes reales y las imaginarias correspondientes. Para multiplicar dos números complejos aplicamos la ley distributiva y el hecho de que $i^2 = -1$. Finalmente, para el cociente de dos complejos se aplica la regla del binomio conjugado.

1.2.2 CONVERSION DE FORMA RECTANGULAR A FORMA POLAR DE UN NÚMERO COMPLEJO

Sea:

$$Z_1 = a_1 + b_1 i$$

De donde:

$$|Z_1| = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$

$$\Theta = tg^{-1}\left(\frac{b_1}{a_1}\right)$$

Entonces:

Forma Polar de un Número Complejo:

$$Z_1 = |Z_1| \measuredangle \Theta$$

Breve historia de los Números Complejos

Teniendo conocimiento de cómo la raza humana ha adquirido su sabiduría sobre ciertos hechos y conceptos, estaremos en mejor disposición de juzgar cómo los niños adquieren tal conocimiento.
George Pólya (1887-1985)

Primeras referencias: SI-SXII

La primera referencia escrita de la raíz cuadrada de un número negativo la encontramos en la obra *Stereometría* de **Herón de Alejandría** (Greciaaprox. 10-75) alrededor de la mitad del siglo I. Es este trabajo comparece la operación $\sqrt{81-144}$ aunque es tomada como $\sqrt{144-81}$, no sabiéndose si este error es debido al propio Herón o al personal encargado de transcribirlo.

La siguiente referencia sobre esta cuestión se data en el año 275 en la obra de **Diophantus** (aprox. 200-284) *Arithmetica*. En su intento de cálculo de los lados de un triángulo rectángulo de perímetro 12 y área 7, Diophantus planteó resolver la ecuación $336x^2+24=172x$, ecuación de raíces complejas como puede ser comprobado fácilmente.

Son los matemáticos hindúes los que dan las primeras explicaciones a este tipo de problemas. **Mahavira**, alrededor del año 850, comenta en su tratado de los números negativos que *"como en la naturaleza de las cosas una catidad negativa no es un cuadrado, por tanto no puede tener raíz cuadrada"*. Alrededor de 1150 es **Bhaskara** quien lo describe de la siguiente forma:

> *El cuadrado de un número, positivo o negativo, es positivo; la raíz cuadrada de un número positivo tiene dos valores, uno positivo y otro negativo; no existe raíz cuadrada de un número negativo ya que un número negativo no es un cuadrado.*

Primeros estudios: SXVI

J. Cardan (1501 - 1576)

En 1545, **Jerome Cardan** (Italia, 1501-1576), un matemático, físico y filósofo italiano, publica *"Ars Magna"* (El Gran Arte) en el cual describe un método para resolver ecuaciones algebraicas de grado tres y cuatro. Esta obra se convertía así en el mayor tratado de álgebra desde los Babilónicos, 3000 años antes, que dedujeron cómo resolver la ecuación cuadrática.

Un problema planteado por Cardan en su trabajo es el siguiente:

> *Si alguien te pide dividir 10 en dos partes cuyos producto sea... 40, es evidente que esta cuestión es imposible. No obstante, nosotros la resolvemos de la siguiente forma.*

Cardan aplicaba entonces su algoritmo al sistema de ecuaciones $x + y = 10$, $xy = 40$ dando como soluciones $5 + \sqrt{-15}$ y $5 - \sqrt{-15}$. Por multiplicación probaba Cardan que el producto era 40. Esta es la primera constancia escrita de la raíz de un número negativo y de su manejo algebraico.

Cardan también tropieza con estas raíces en las soluciones que presenta de la ecuación cúbica $x^3 = ax + b$. Tales soluciones vienen dadas por:

$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^3}}.$$

Para la ecuación $x^3 = 15x + 4$ esta fórmula da como solución $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$, la cual Cardan dió por válida. Como esta ecuación tiene las raíces 4, $-2+\sqrt{3}$ y $-2-\sqrt{3}$, interesaba la relación con las propuestas por la fórmula de Cardan. Fué el ingeniero hidraúlico **Rafael Bombelli** (Italia, 1526 - 1572), unos treinta años después de la publicación de la obra de Cardan, quien introdujo un razonamiento que el mismo catalogó de un tanto "salvaje". Planteó que como $-2 + \sqrt{-121}$ y $-2-\sqrt{-121}$ sólo se diferencian en un signo, lo mismo debía suceder con sus raíces cúbicas. Así escribía

$$\sqrt[3]{-2 + \sqrt{-121}} = a + \sqrt{-b} \quad \text{y} \quad \sqrt[3]{-2 - \sqrt{-121}} = a - \sqrt{-b},$$

donde por cálculo directo obtenía que $a = 2$ y $b = 1$, luego

$$\sqrt[3]{-2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{-2 - \sqrt{-121}} = (2 + \sqrt{-1}) + (2 + \sqrt{-1}) = 4.$$

Así Bombelli "daba sentido" a las expresiones "sin sentido" de Cardan.

Este razonamiento se convierte por tanto como el nacimiento de la variable compleja. Bombelli desarrolló un cálculo de operaciones con números complejos que se ajusta a los que conocemos en la actualidad.

Comentar en este punto que comunmente se dice que fué la ecuación cuadrática la que forzó la definición de los números complejos. Con lo expuesto anteriormente debemos asignar a la ecuación de orden tres tal papel.

A pesar de lo aportado por Bombelli, su trabajo sobre esta materia (*L'Algebra*) fué ampliamente ignorado y considerado como misterioso e incierto. Simón Stevin apuntó en 1585 lo siguiente en esta dirección:

> *Tiene toda la legitimidad el que uno se ejercite en otras tareas y no pierda el tiempo en inexactitudes.*

Dos siglos y medio cubrieron las dudas sobre el significado y la autenticidad de los números complejos. No obstante, fueron estudiados por un gran número de matemáticos.

Consolidación del área: SXVII-SXVII-SXIX

A principios de 1620, Albert Girard sugiere que las ecuaciones de grado n tienen n raíces. Esta premonición del teorema fundamental del álgebra estaba en este caso planteada de forma vaga y sin rigor.

René Descartes (Francia, 1596-1650), que bautizó con el nombre de **imaginarios** a los nuevos números, apuntó también que toda ecuación debía tener tantas raíces como indica su grado, aunque números no reales podían ser alguna de ellas.

R. Descartes (1596-1650)

G. W. Leibniz (1646-1716)

La siguiente referencia destacable data de 1673 con una carta de **Christian Huygens** (Holanda, 1629-1695) a **Gottfried von Leibniz** (Alemania, 1646-1716). En ella expresa la impresión del primero sobre la identidad $\sqrt{1+\sqrt{-3}}+\sqrt{1+\sqrt{-3}}=\sqrt{6}$, que le había mencionado Leibniz en una carta anterior. Huygens se expresa en los siguientes términos:

> *Lo que me escribes sobre cantidades imaginarias que, no obstante, cuando son sumadas da una cantidad real, me es sorprendente y totalmente nuevo. Uno nunca creería que ésto es cierto y debe haber algo escondido en ello que es incomprensible para mí.*

Los números complejos fueron ampliamente utilizados en el siglo XVIII. Leibniz y **Johan Bernoulli** (Suiza, 1667-1748) usaron números imaginarios en la resolución de integrales. Por ejemplo,

$$\int \frac{1}{x^2+a^2}\,dx = \int \frac{1}{(x+ai)(x-ai)}\,dx = -\frac{1}{2ai}\int \left(\frac{1}{x+ai}-\frac{1}{x-ai}\right)dx = -\frac{1}{2ai}(\log(x+ai)-\log(x-ai)).$$

Este tipo de razonamientos generaron la polémica sobre la existencia del logaritmo de números negativos y complejos. Un acalorado debate tuvieron Bernoulli y Leibniz donde este último postuló que $\log i = 0$ argumentando que como $2\log(-1)=\log(-1)^2=\log 1 = 0$ entonces $2\log i = \log i^2 = \log(-1) = 0$. Bernoulli proponía por contra, $\log i = i\pi/2$. La controversia fue resuelta por **Leonhard Euler** (Suiza 1707-1783) con su identidad $e^{\pi i}=-1$.

L. Euler (1707-1783)

Los números complejos fueron usados por Johann Lambert en proyecciones, por Jean D'Alembert en hidrodinámica y por Euler, D'Alembert y Joseph-Louis Lagrange en pruebas erróneas del teorema fundamental del álgebra. Euler fué el primero en usar la notación $i = \sqrt{-1}$, haciendo además un uso fundamental de los números complejos al relacionar la exponencial con las funciones trigonométricas por la expresión $e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x$. Euler se expresaba en los siguiente términos:

> *Como todos los números imaginables son mayores, menores o iguales a cero, entonces es claro que la raíz cuadrada de un número negativo no puede ser uno de estos números,[...] y esta circunstancia nos lleva al concepto de tales números, que por su naturaleza son imposibles y ordinariamente son llamados imaginarios o números falsos, porque sólo existen en la imaginación.*

Incluso en gran **Carl Friedrich Gauss** (Alemania, 1777-1856), en cuya tesis doctoral (1797) se daba la primera prueba correcta del teorema fundamental del álgebra, apuntó a finales de 1825 que *"la verdad metafísica de $\sqrt{-1}$ es elusiva"*.

C. F. Gauss (1777-1856)

Esto ilustra en parte que la satisfacción lógica sobre los números complejos entraba a finales del siglo XVIII más en el terreno de la filosofía que en el de las matemáticas. Todo lo bueno que tuvo la Era de la Razón para todas las áreas, fue en parte perturbador para esta materia.

Pedagógicamente también se planteaban dudas. La Universidad de Cambridge como ejemplo, a principios del siglo XIX, se preguntaba qué lógica regía sobre las operaciones con números complejos que permitiese su enseñanza. Así surgían preguntas como ¿$i \times 2 = 2 \times i$?, ¿es $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ para cualquier a y b negativos?, no obtenían respuestas satisfactorias.

En el siglo XIX ya proponen algunos matemáticos, de Cambridge principalmente, que debía haber unas reglas que gobernasen esta herramienta que ya demostraba a todas luces su utilidad para muchos.

La representación geométrica de los complejos como puntos del plano tiene sus primeras citas en los trabajos de 1797 del noruego **Caspar Wessel** y en 1806 en los del suizo **Jean-Robert Argand**. No obstante sería la referencia de Gauss de 1831 la que tendría el impacto suficiente.

En 1833, **William Rowan Hamilton** (Inglaterra 1805-1865) da la primera definición algebraica rigurosa de los complejos como pares de números reales.

A.-L. Cauchy (1789-1857)

El 1847 es **Agoustin-Louis Cauchy** (Francia, 1789-1857) quien da una definición abstracta de los números complejos como clases de congruencias de polinomios reales, basándose en las clases de congruencias de enteros dada por Gauss.

Ya comenzada la segunda mitad del siglo XIX, las dudas y misterios sobre los números complejos ya han desaparecido, aunque haya textos del siglo XX que aún huían de utilizarlos.

La presencia de los números complejos en diversas áreas de las matemáticas en este siglo puede ser clasificadas de manera muy genérica de la siguiente forma:

a) ALGEBRA. La solución de ecuaciones algebraicas motivó la introducción de los números complejos. Estos complejos constituyen por su parte un cuerpo cerrado donde muchos problemas de álgebra lineal y otras áreas del álgebra abstracta encontraron solución.

b) ANALISIS. El siglo XIX fué testigo del desarrollo de una poderosísima y bellísima rama de las matemáticas, la teoría de funciones complejas. Uno de los elementos más sorprendentes es que la condición de diferenciable implica la de infinitamente diferenciable, hecho sin análogo en las funciones reales.

c) GEOMETRIA. Los números complejos introdujeron generalidad y propiedades de simetría en varias ramas de la geometría, tanto en la euclídea como la no euclídea.

d) TEORIA DE NUMEROS. Ciertas ecuaciones diofánticas pueden ser resueltas con el uso de complejos.

   Hadamard decía que *"el camino más corto entre dos verdades en el campo real pasa a través del campo complejo"*. Un ejemplo de este autor es altamente ilustrativo: el producto de la suma de cuadrados es de nuevo suma de cuadrados, y lo probaba de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}(a^2+b^2)(c^2+d^2) &= (a+bi)(a-bi)(c+di)(c-di)\\ &= [(a+bi)(c+di)][(a-bi)(c-di)]\\ &= (u+iv)(u-iv)\\ &= u^2+v^2\end{aligned}$$

Bibliografía:

I. Kleiner, *"Thinking the Unthinkable: The Story of Complex Numbers (with a Moral)"*, The Mathematics Teacher, 81:7 (1988), 583-592.

D. E. Smith, *History of Mathematics (Vol I-II)*. Dover. 1958. New York.

LISTA DE COTEJO PARA INVESTIGACION DOCUMENTAL(ENSAYO)

DATOS GENERALES			
Nombre del alumno: MARIA DE JESUS HERNANDEZ TEPOC			
GRUPO:	301-A	ESPECIALIDAD:	ING INDUSTRIAL

ITSSAT		NOMBRE DEL CURSO: ALGEBRA LINEAL
NOMBRE DEL DOCENTE: HUMBERTO VEGA MULATO		FIRMA DEL DOCENTE
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN		
PRODUCTO:ENSAYO NUMEROS COMPLEJOS	FECHA: 01/08/2025	PERIODO ESCOLAR: Ag-dic-2025
INSTRUCCIONES DE APLICACIÓN		
Revisar las actividades que se solicitan y marque con una X en los apartados “SI” cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” escriba indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.		

VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
0.4%	Presentación El trabajo cumple con los requisitos de: **a.** Buena presentación	X		
0.8%	**b.** Introducción	X		
0.2%	**c.** Ortografía	X		
0.2%	**d.** Desarrollo coherente del tema	X		
0.4%	**e.** citar fuentes de información	X		
1%	**Enfoque:** buscar información para dar respuestas satisfactorias a cuestionamientos sobre fenómenos, estudiar profundamente un problema a fin de obtener datos suficientes que permitan hacer ciertas proyecciones.	X		
5%	**Elaboración**: Debe partir de una selección adecuada de la información	X		
2%	**Responsabilidad:** Entregó la investigación documental en la fecha y hora señalada.	X		
10%	CALIFICACIÓN	**10%**		

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox

Grupo: 301-A

02-Sep.-2025

LOS NÚMEROS COMPLEJOS Y SUS OPERACIONES FUNDAMENTALES.

Definición

Son una extensión de los núm. reales, que combinan una parte real y una imaginaria.

Se expresa como:

$z = a + bi$

$a \rightarrow$ parte real

$b \rightarrow$ parte imaginaria

$i \rightarrow$ Unidad imaginaria

$i^2 = -1$

Sus operaciones fundamentales son:

SUMA

Consiste en:

Sumar por separado la parte real e imaginaria

Fórmula:

$(a+bi)+(c+di)=(a+c) + (b+d)i$

Ejemplo:

$(3+2i)+(1+4i)$
$= (3+1)+(2+4)i$
$= 4+6i$

RESTA

Consiste en:

Restar por separado la parte real e imaginaria.

Fórmula:

$(a+bi)-(c+di)$
$= (a-c)+(b-d)i$

Ejemplo:

$(5+7i)-(2+3i)$
$= (5-2)+(7-3)i$
$= 3+4i$

MULTIPLICACIÓN

Se aplica:

La distributiva, recordando $i^2 = -1$

Fórmula:

$(a+bi)(c+di)$
$= (ac-bd)+(ad+bc)i$

Ejemplo

$(2+3i)(1+4i)$
$= 2-12+(8+3)i$
$= -10+11i$

DIVISIÓN

Consiste en:

Multiplicar numerador y denominador por el conjugado del denominador.

Fórmula:

$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{c^2+d^2}$

Ejemplo

$\frac{3+2i}{1-i} = \frac{(3+2i)(1+i)}{1+1}$

$= \frac{3+3i+2i+2i^2}{2}$

$= \frac{1+5i}{2}$

$= 0.5+2.5i$

CONJUGADO

Se cambia:

El signo de la parte imaginaria.

Representación:

$\bar{z} = a - bi$

Ejemplo:

Si $z = 4+3i$, entonces $\bar{z} = 4-3i$

MÓDULO

¿Qué es?

Distancia que hay al origen del plano.

Representación:

$|z| = \sqrt{a^2+b^2}$

Ejemplo:

$|3+4i| = \sqrt{3^2+4^2}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$

LISTA DE COTEJO PARA INVESTIGACION DOCUMENTAL(MAPA CONCEPTUAL)

DATOS GENERALES			
Nombre del alumno: MARIA DE JESUS HERNANDEZ TEPOC			
GRUPO:	301-A	ESPECIALIDAD:	ING INDUSTRIAL

ITSSAT		NOMBRE DEL CURSO: ALGEBRA LINEAL
NOMBRE DEL DOCENTE: HUMBERTO VEGA MULATO		FIRMA DEL DOCENTE
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN		
PRODUCTO:MAPA CONCEPTUAL NUMEROS COMPLEJOS	FECHA: 01/08/2025	PERIODO ESCOLAR: Ag-dic-2025
INSTRUCCIONES DE APLICACIÓN		
Revisar las actividades que se solicitan y marque con una X en los apartados “SI” cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” escriba indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.		

VALOR DEL REACTIVO	CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE		OBSERVACIONES
		SI	NO	
0.4%	Presentación El trabajo cumple con los requisitos de: **a.** Buena presentación	X		
0.8%	**b.** Introducción	X		
0.2%	**c.** Ortografía	X		
0.2%	**d.** Desarrollo coherente del tema	X		
0.4%	**e.** citar fuentes de información	X		
1%	**Enfoque**: buscar información para dar respuestas satisfactorias a cuestionamientos sobre fenómenos, estudiar profundamente un problema a fin de obtener datos suficientes que permitan hacer ciertas proyecciones.	X		
5%	**Elaboración**: Debe partir de una selección adecuada de la información	X		
2%	**Responsabilidad**: Entregó la investigación documental en la fecha y hora señalada.	X		
10%	CALIFICACIÓN	**10%**		

Alumna: María de Jesús Hernández Tepox. 301-A

Problemario - Unidad 1.

28/08/2025

1.2 Operaciones fundamentales con números complejos.

1. Efectuar las siguientes sumas y restas de números complejos.

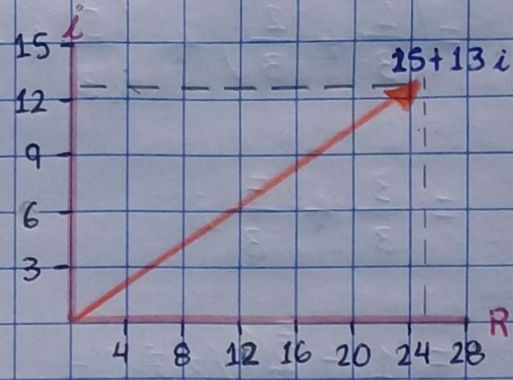
a) $(5+15i)+(20-2i)$

$z = 5+15i$

$w = 20-2i$

$z+w = (5+15i)+(20-2i)$

$z+w = 25+13i$



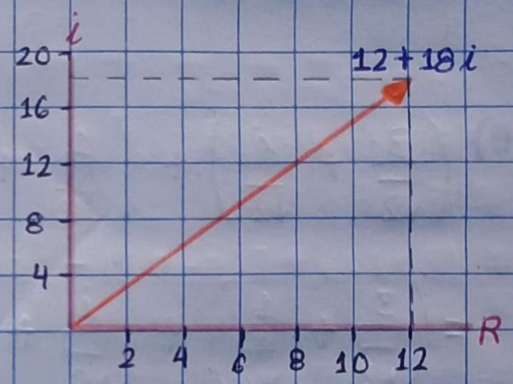
b) $(10+10i)+(2+8i)$

$z = 10+10i$

$w = 2+8i$

$z+w = (10+10i)+(2+8i)$

$z+w = 12+18i$



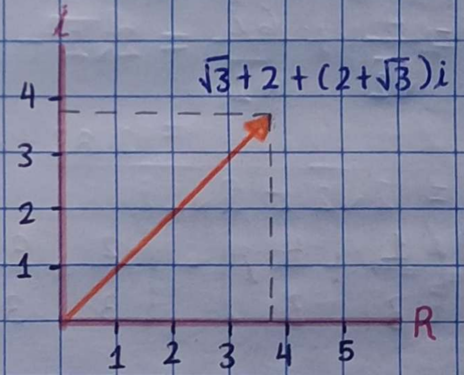
c) $(\sqrt{3}+2i)+(2+\sqrt{3}i)$

$= (\sqrt{3}+2)+(2i+\sqrt{3}i)$

$= (\sqrt{3}+2)+(2+\sqrt{3})i$

$= 1.73+2+(2+1.73)i$

$= 3.73+3.73i$



Ferrini

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

28/08/2025

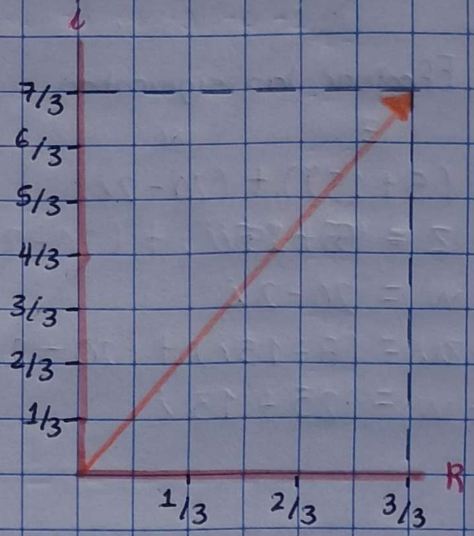
d) $\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{3}i\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}i\right)$

$=\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{5}{3}+\frac{2}{3}\right)i$

$=\frac{3}{3}+\frac{7}{3}i$

$=1+2\frac{1}{3}i$

$=1+2.33i$

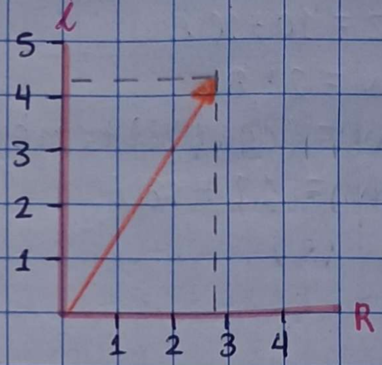


e) $\left(\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{i}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{5i}{\sqrt{2}}\right)$

$=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{i}{\sqrt{2}}+\frac{5i}{\sqrt{2}}\right)$

$=\frac{4}{\sqrt{2}}+\frac{6i}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2i}$

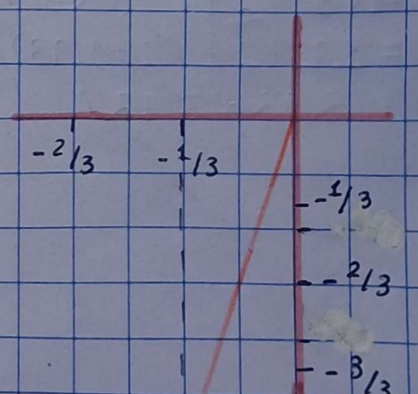
$=2.83+4.24$



f) $\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{3}i\right)-\left(\frac{2}{3}+\frac{8}{3}i\right)$

$=\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{4}{3}-\frac{8}{3}\right)i$

$=-\frac{1}{3}-\frac{4}{3}i=-\frac{1}{3}-1\frac{1}{3}$



Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

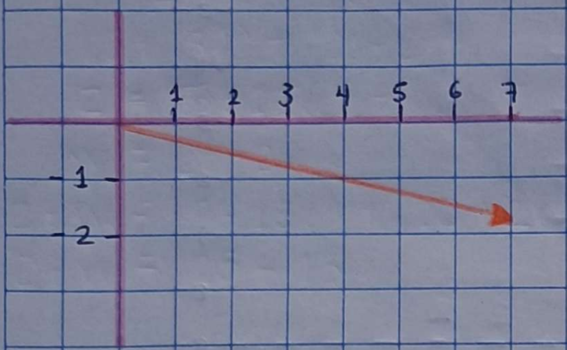
28/08/2025

g) $5+(2-\sqrt{3}i)$

$=(5+2)-\sqrt{3}i$

$=7-\sqrt{3}i$

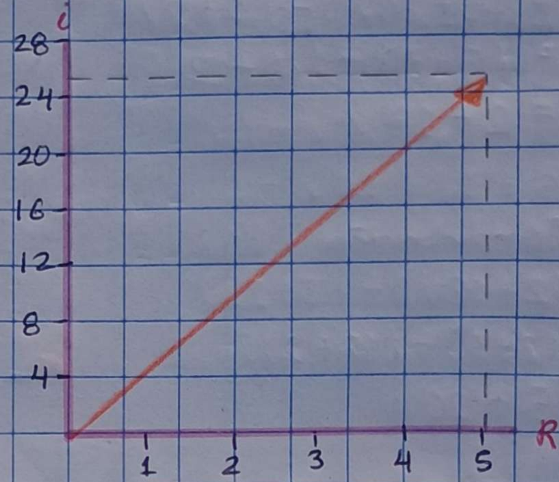
1.73



h) $6i+(5+16i)$

$=5+(6i+16i)$

$=5+22i$

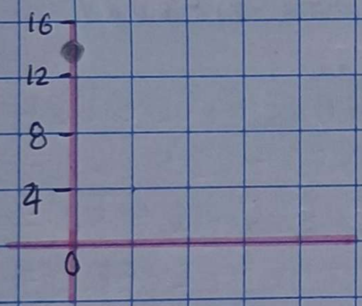


i) $5i+(0+9i)$

$=0+(5i+9i)$

$=0+14i$

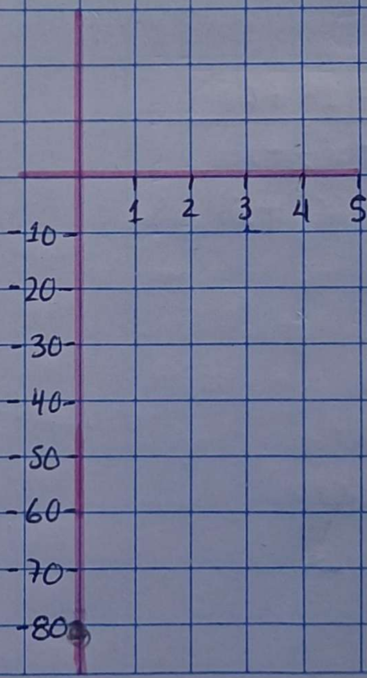
$=14i$



j) $6i-87i$

$=0-81i$

$=-81i$



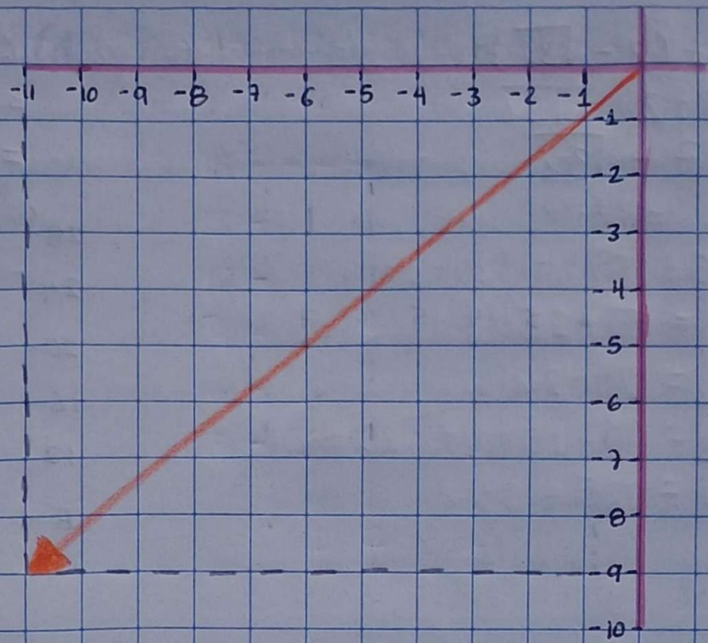
Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

28/08/2025

k) $(-10-8i)+(-1-i)$

$=(-10-1)+(-8i-i)$

$=-11-9i$



2. Hallar el resultado de las siguientes operaciones.

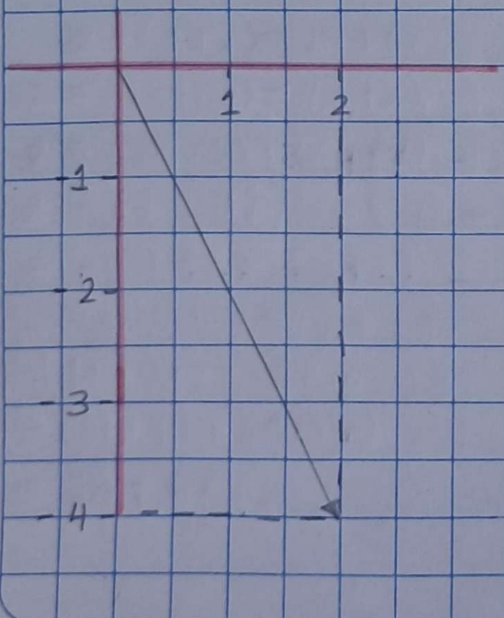
a) $(3+2i)+[(4-5i)-(5+i)]$

$=(3+2i)+[(4-5)+(-5i-i)]$

$=(3+2i)+(-1-6i)$

$=(3-1)+(2-6)i$

$=2-4i$



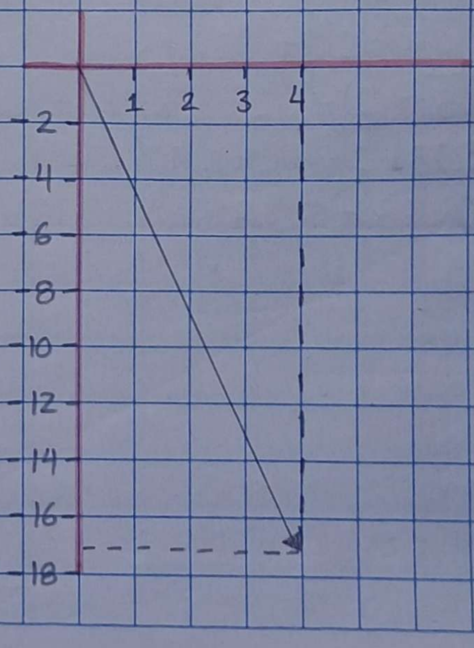
b) $[(1-9i)+(7-2i)]-(4+6i)$

$=[(1+7)+(-9i-2i)]-(4+6i)$

$=(8-11i)+(-4-6i)$

$=(8-4)+(-11+6)i$

$=4-17i$



Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

28/08/25

c) $\left(\frac{3}{5}+\frac{16}{5}i\right)+\left[\left(\frac{1}{20}+\frac{8}{5}i\right)+\left(\frac{10}{20}+\frac{6}{5}i\right)\right]$

Nota: $\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$

$=\left(\frac{3}{5}+\frac{16}{5}i\right)+\left[\left(\frac{1}{20}+\frac{10}{20}\right)+\left(\frac{8}{5}+\frac{6}{5}\right)i\right]$

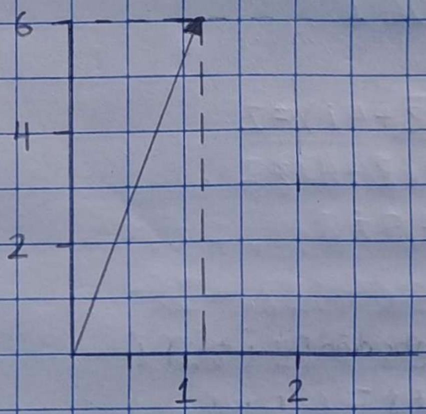
$=\left(\frac{3}{5}+\frac{16}{5}i\right)+\left(\frac{11}{20}+\frac{14}{5}i\right)$

$=\left(\frac{12}{20}+\frac{11}{20}\right)+\left(\frac{16}{5}+\frac{14}{5}\right)i$

$=\frac{23}{20}+\frac{30}{5}i$

$=1\,{}^{3}/_{20}+6i$

$=1.15+6i$



d) $[(16-i)+(1-8i)]-(17-9i)$

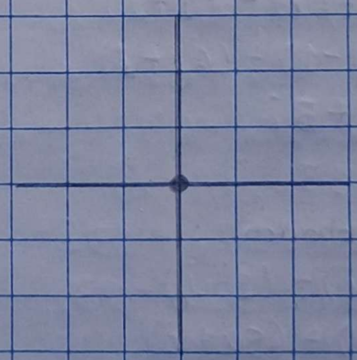
$=[(16+1)+(-i-8i)]-(17-9i)$

$=(17-9i)-(17-9i)$

$=(17-17)+(-9+9)i$

$=0+0i$

$=0$



Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

28/08/2025

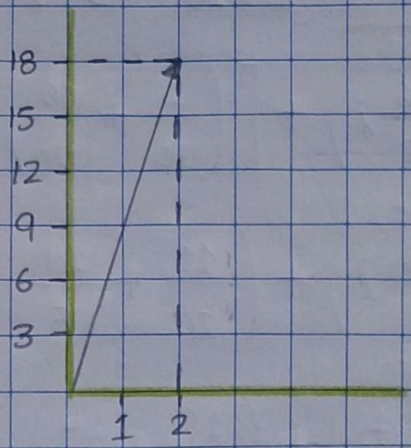
3. En cada caso, hallar un número complejo z con la condición dada.

a) $z+(3+2i)=5+20i$

$z=(5+20i)-(3+2i)$

$z=(5-3)+(20-2)i$

$z=2+18i$



Comprobación

$(2+18i)+(3+2i)$

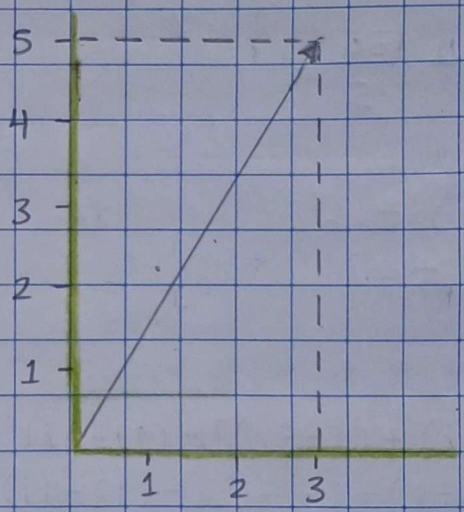
$=(2+3)+(18+2)i$

$=5+20i$

b) $i+(3+4i)=z$

$z=3+(i+4i)$

$z=3+5i$



Comprobación:

$(3+5i)-i$

$=3\ (5i-i)$

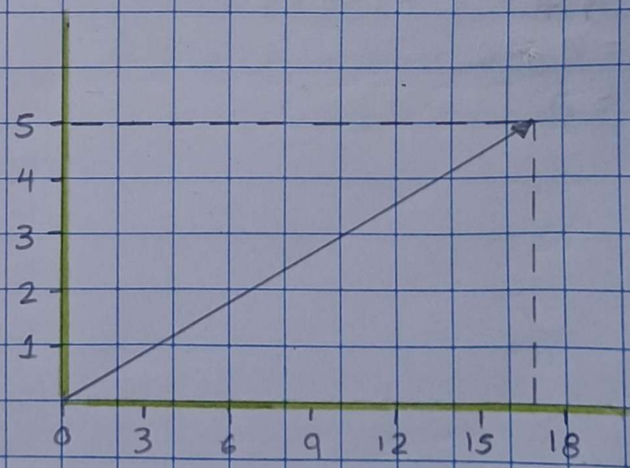
$=3+4i$

c) $z+(1+i)=18+6i$

$z=(18+6i)-(1+i)$

$z=(18-1)+(6i-i)$

$z=17+5i$



Comprobación:

$(17+5i)+(1+i)$

$=(17+1)+(5i+i)$

$=18+6i$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

28/08/2025

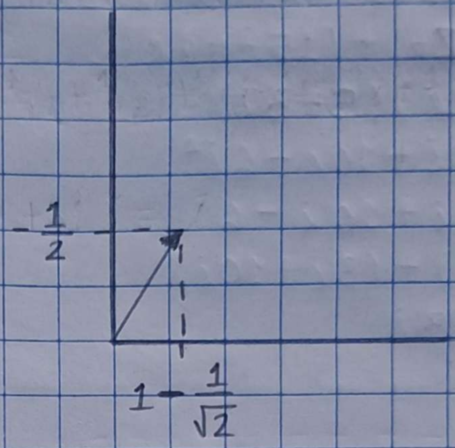
d) $z + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} i\right) = i$

$z = i - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} i\right)$

$z = -\frac{1}{2} + \left(i - \frac{1}{\sqrt{2}} i\right)$

$z = -\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) i$

$= 0.50 + 0.29 i$



Comprobación:

$\left(-\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) i\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} i\right)$

$= \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\left(1 - \cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right) i + \cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}} i\right)$

$= \cancel{0} + 1 i$

$= i$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

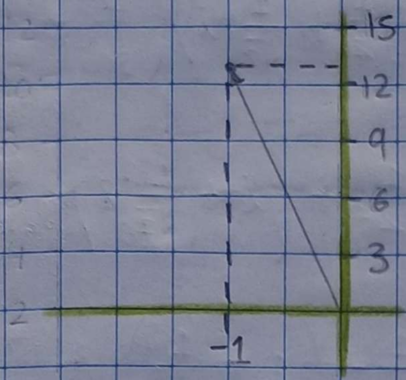
EJERCICIOS 2

28/08/2025

1. Sean los números complejos $z_1 = 1+2i$, $z_2 = 5+3i$ y $z_3 = 4+i$.
Efectuar las siguientes operaciones.

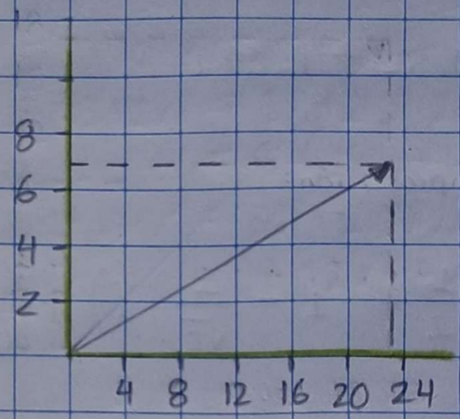
a) $z_1 \cdot z_2$

$= (1+2i)(5+3i)$
$= 5+3i+10i+6i^2$
$= 5+3i+10i-6$
$= (5-6)+(3i+10i)$
$= -1+13i$



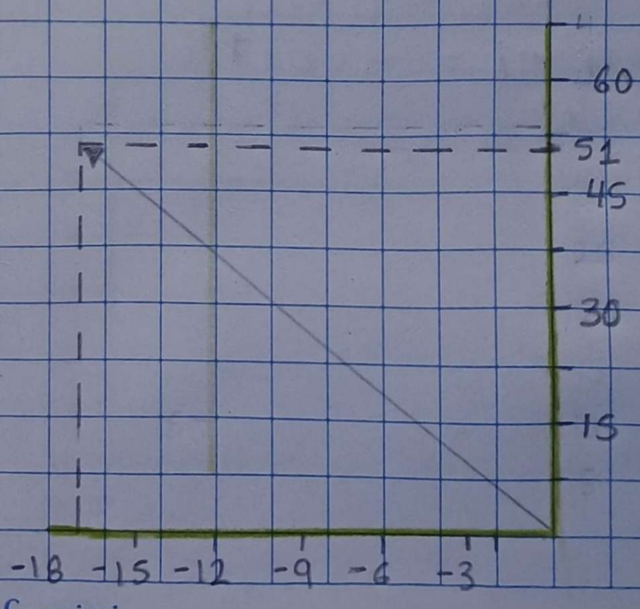
b) $z_2 \cdot \overline{z_3}$

$= (5+3i)\overline{(4+i)}$
$= (5+3i)(4-i)$
$= 20-5i+12i-3i^2$
$= 20-5i+12i+3$
$= (20+3)+(-5+12)i$
$= 23+7i$



c) $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$

$= (1+2i)(5+3i)(4+i)$
$= (5+3i+10i+6i^2)(4+i)$
$= (5+3i+10i-6)(4+i)$
$= (-1+13i)(4+i)$
$= -4-1i+52i+13i^2$
$= -4-1i+52i-13$
$= (-4-13)+(-1+52)i$
$= -17+51i$



Ferrini

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

28/08/2025

d) z_1 / z_2

Conjugado

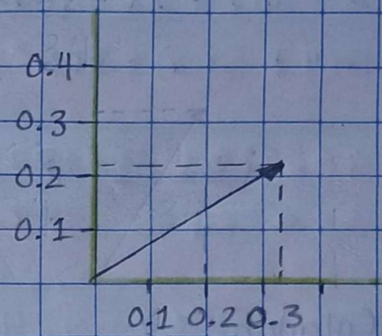
$z_2 = 5+3i$

$\overline{z_2} = 5-3i$

$$= \frac{(1+2i)}{(5+3i)} \cdot \frac{5-3i}{5-3i}$$

$$= \frac{5-3i+10i-6i^2}{25-15i+15i-9i} = \frac{5+6-3i+10i}{25+9}$$

$$= \frac{11+7i}{34} = \frac{11}{34} + \frac{7}{34} i$$



e) $(z_1+z_2)/(z_3-z_2)$

Conjugado:

$z_3 - z_2 = -1-2i$

$\overline{z_3 - z_2} = -1+2i$

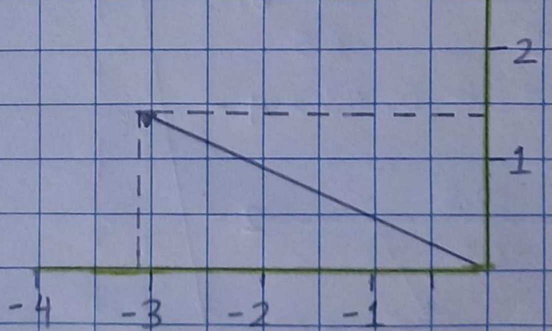
$$= \frac{(1+2i)+(5+3i)}{(4+i)-(5+3i)} = \frac{(6+5i)}{(-1-2i)} \cdot \frac{-1+2i}{-1+2i}$$

$$= \frac{-6+12i-5i+10i^2}{1-2i+2i-4i^2} = \frac{-6+12i-5i-10}{1-2i+2i+4}$$

$$= \frac{-16+7i}{1+4} = \frac{-16+7i}{5}$$

$$= -\frac{16}{5} + \frac{7}{5} i$$

$$= -3\,{}^{1}/_{5} + 1\,{}^{2}/_{5}\, i$$



Alumna: Mana de Jesús Hernández Tepox. 301 - A

28/08/2025

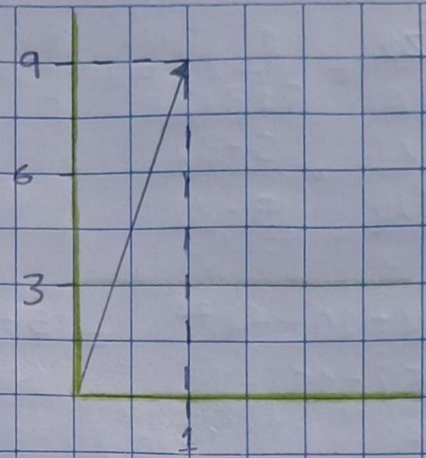
F) $5z_2 - 6z_3$

$= (5(5+3i)) - (6(4+i))$

$= (25+15i) - (24+6i)$

$= (25-24) + (15-6)i$

$= 1+9i$



2. Calcular.

a) $(3+2i)^2 - (4+2i)$

$= (9+12i+4i^2) - (4+2i)$

$= (9+12i-4) - (4+2i)$

$= (9-4-4) + (12i-2i)$

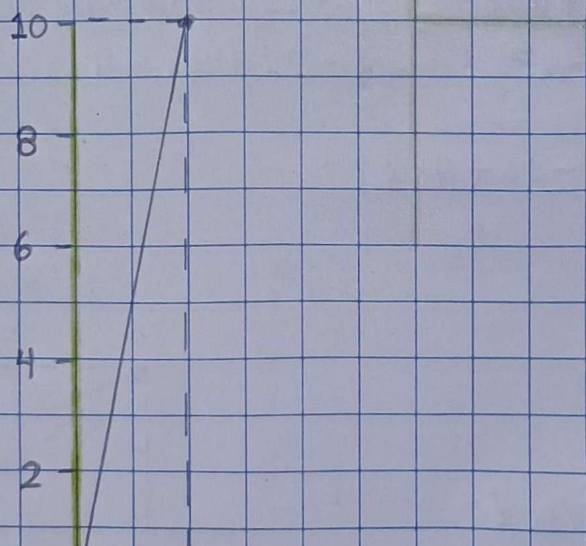
$= 1+10i$

Binomio al cuadrado=

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(3+2i)^2 = (3)^2 + 2(3)(2i) + (2i)^2$

$= 9 + 12i + 4i^2$



Ferrini

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

28/08/2025

b) $[(5+2i)+(4-i)]/((6+5i)$

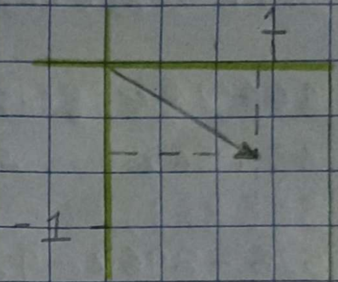
Conjugado

$6+5i = 6-5i$

$$= \frac{(5+2i)+(4-i)}{6+5i} = \frac{9+i}{6+5i} \cdot \frac{6-5i}{6-5i}$$

$$= \frac{54-45i+6i-5i^2}{36-30i+30i-25i^2} = \frac{54-45i+6i+5}{36+25}$$

$$= \frac{59-39i}{61} = \frac{59}{61} - \frac{39}{61}i$$



c) $\overline{(5+2i)+6}$

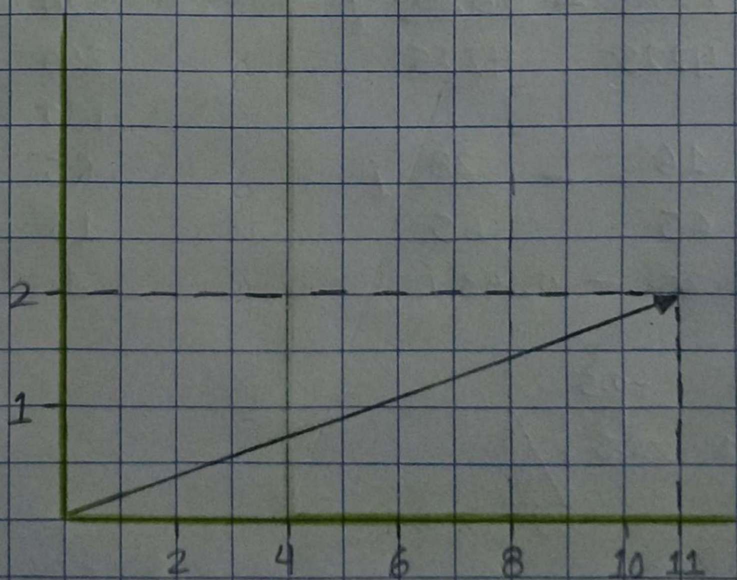
Conjugado =

$\overline{11-2i} = 11+2i$

$$= \overline{(5+6)-2i}$$

$$= \overline{11-2i}$$

$$= 11+2i$$



Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301 - A

28/08/2025

d) $(6+2i)(1-5i)/(7+4i)^2$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(7+4i)^2 = (7)^2+2(7)(4i)+(4i)^2$

$= 49+56i+16i^2$

$= \frac{(6+2i)(1-5i)}{(7+4i)^2}$

$= \frac{6-30i+2i-10i^2}{49+56i+16i^2} = \frac{6-30i+2i+10}{49+56i-16}$

$= \frac{16-28i}{33+56i} \cdot \frac{33-56i}{33-56i}$

$= \frac{528-896i-924i+1568i^2}{1089-1848i+1848i-3136i^2}$

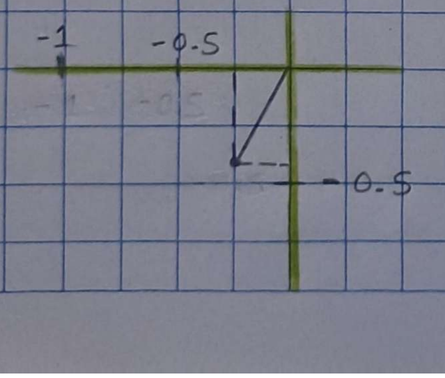
$= \frac{528-896i-924i-1568}{1089+3136}$

$= \frac{-1040-1820i}{4225}$

$= -\frac{1040}{4225} - \frac{1820}{4225}i$

$= -\frac{16}{65} - \frac{28}{65}i$

$= -0.25 - 0.43i$



Máximo Común Divisor

1040	2	4225	5	1820	2
520	2	845	5	910	2
260	2	169	13	455	5
130	2	13	13	91	7
65	5	1		13	13
13	13			1	
1					

$MCD = 5 \times 13 = 65$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A.

28/08/2025

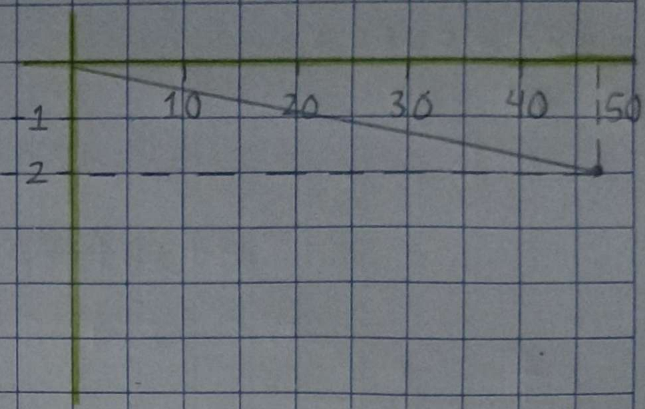
e) $5(1-i)+6(7+1/2i)$

$=(5-5i)+(42+\frac{6}{2}i)$

$=(5-5i)+(42+3i)$

$=(5+42)+(-5i+3i)$

$=47-2i$



f) $(-3-i)+(4-8i)[(5+3i)-(6+7i)]$

$=(-3-i)+(4-8i)[(5-6)+(3i-7i)]$

$=(-3-i)+(4-8i)(-1-4i)$

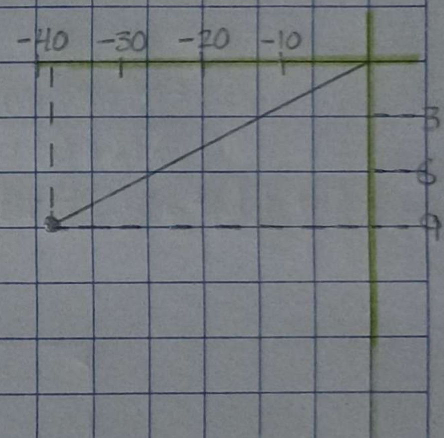
$=(-3-i)+(-4-16i+8i+32i^2)$

$=(-3-i)+(-4-32-16i+8i)$

$=(-3-i)+(-36-8i)$

$=(-3-36)+(-i-8i)$

$=-39-9i$



g) $(5+4i)^2-(1-5i)^2$

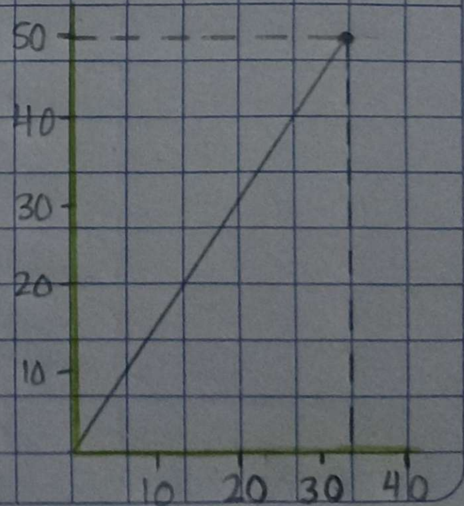
$=(25+40i+16i^2)-(1-10i+25i^2)$

$=(25+40i-16)-(1-10i-25)$

$=(9+40i)-(-24-10i)$

$=(9+24)+(40+10)i$

$=33+50i$



Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

28/08/2025

h) $5(\overline{(3+2i)}+(3+2i)(1+5i))$

$= 5((3-2i)+(3+2i)(1+5i))$

$= 5((3-2i)+(3+15i+2i+10i^2))$

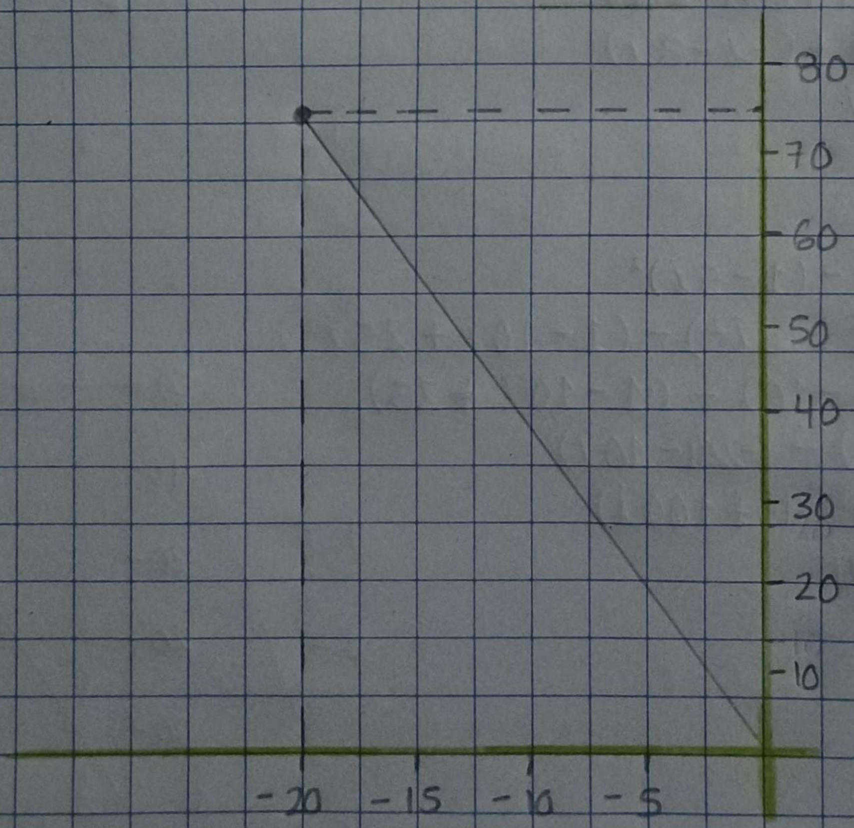
$= 5((3-2i)+(3-10+15i+2i))$

$= 5((3-2i)+(-7+17i))$

$= 5((3-7)+(-2i+17i))$

$= 5(-4+15i)$

$= -20+75i$



Alumna: María de Jesús Hernández Tepox. 301-A

PROBLEMARIO 2 - UNIDAD 1.

02/09/2025

1.4. Forma Polar y Exponencial de un número complejo.

Rectangular $\rightarrow$ Polar

$z = \alpha + Bi \rightarrow r\cos\theta + r\,\text{sen}\,\theta i \rightarrow re^{\theta i}$

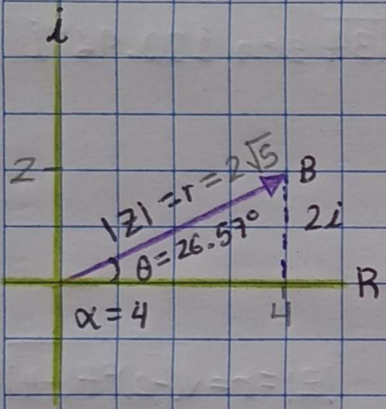
1. $4+2i$

$= \alpha + Bi$

$\theta \tan^{-1} \frac{B}{\alpha}$

$|z| = r = \sqrt{(4)^2+(2)^2}$

$r = \sqrt{16+4}$



$\theta = \tan^{-1} \frac{2}{4}$

$r = \sqrt{20}$

$\theta = 26.57°$

$r = 2\sqrt{5}$

$\downarrow$

No notable

$|z| = 2\sqrt{5} \cos 26.57 + 2\sqrt{5}\,\text{sen}\, 26.57\, i$

$z = 2\sqrt{5}\, e^{26.57 i}$

---

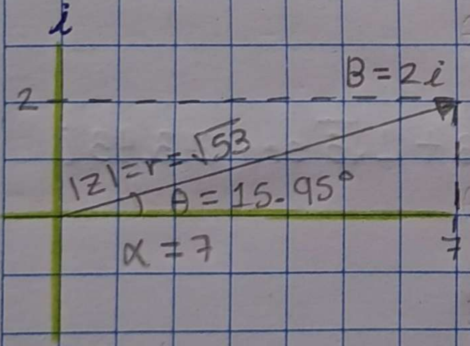
2. $7+2i$

$= \alpha + Bi$

$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{\alpha}$

$|z| = r = \sqrt{(7)^2+(2)^2}$

$r = \sqrt{49+4}$



$\theta = \tan^{-1} \frac{2}{7}$

$r = \sqrt{53}$

$\theta = 15.95° \rightarrow$ No notable

$|z| = \sqrt{53} \cos 15.95 + \sqrt{53}\,\text{sen}\, 15.95\, i$

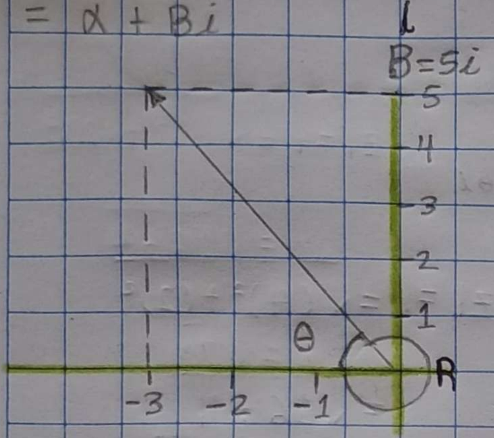
$z = \sqrt{53}\, e^{15.95 i}$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301 - A

02/09/2025

3. $-3+5i$

$= \alpha + Bi$



$\alpha = -3$

$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{\alpha}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{5}{-3}$

$\theta = -59.04° + 180°$

$\theta = 120.96° \rightarrow$ No notable

$Z = r = \sqrt{(-3)^2 + (5)^2}$

$r = \sqrt{9+25}$

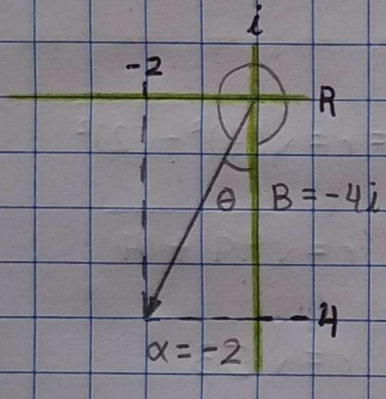
$r = \sqrt{34}$

$|Z| = \sqrt{34} \cos 120.96 + \sqrt{34} \text{ sen } 120.96\, i$

$Z = \sqrt{34}\, e^{120.96 i}$

4. $-2-4i$

$= \alpha + Bi$



$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{\alpha}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{-4}{-2}$

$\theta = 63.43° + 180°$

$\theta = 243.43°$

$|Z| = r = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2}$

$r = \sqrt{4+16}$

$r = \sqrt{20}$

$r = 2\sqrt{5}$

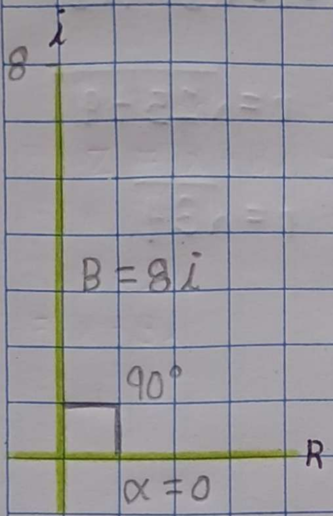
$|Z| = 2\sqrt{5} \cos 243.43 + 2\sqrt{5} \text{ sen } 243.43\, i$

$Z = 2\sqrt{5}\, e^{243.43 i}$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301 - A

02/09/2025

5. $8i$



$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{\alpha}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{8}{0}$

$\theta = 90° = \frac{\pi}{2}$

$|z| = r = \sqrt{(0)^2 + (8)^2}$

$r = \sqrt{0 + 64}$

$r = \sqrt{64}$

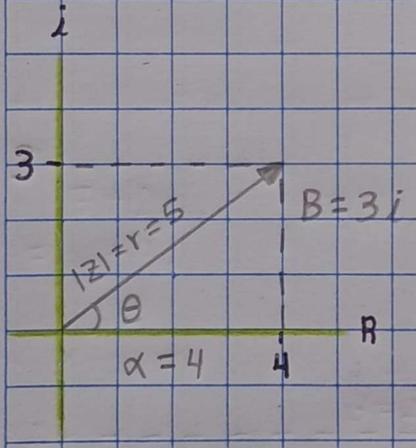
$r = 8$

$|z| = 8 \cos \frac{\pi}{2} + 8 \text{ sen } \frac{\pi}{2} i$

$z = 8 e^{\frac{\pi}{2} i}$

---

6. $4 + 3i$



$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{\alpha}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{3}{4}$

$\theta = 36.87°$

$\downarrow$

No notable

$|z| = r = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$

$r = \sqrt{16 + 9}$

$r = \sqrt{25}$

$r = 5$

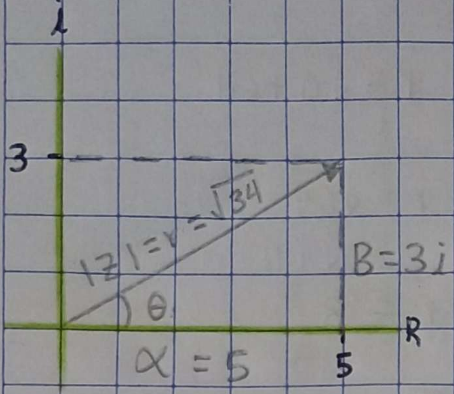
$|z| = 5 \cos 36.87 + 5 \text{ sen } 36.87 i$

$z = 5 e^{36.87 i}$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

02/09/2025

7. $5+3i$



$\theta=\tan^{-1}\frac{B}{\alpha}$

$|z|=r=\sqrt{(5)^2+(3)^2}$

$r=\sqrt{25+9}$

$\theta=\tan^{-1}\frac{3}{5}$

$r=\sqrt{34}$

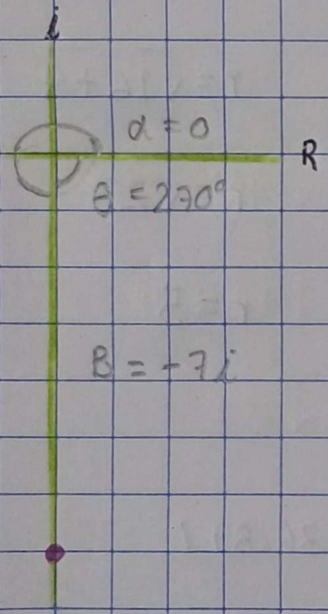
$\theta=30.96°$

No notable

$|z|=\sqrt{34}\cos 30.96+\sqrt{34}\operatorname{sen} 30.96 i$

$z=\sqrt{34}\,e^{30.96 i}$

8. $-7i$



$\theta=\tan^{-1}\frac{B}{\alpha}$

$|z|=r=\sqrt{(0)^2+(-7)^2}$

$r=\sqrt{0+49}$

$\theta=\tan^{-1}\frac{-7}{0}$

$r=\sqrt{49}$

$\theta=270°=\frac{3}{2}\pi$

$r=7$

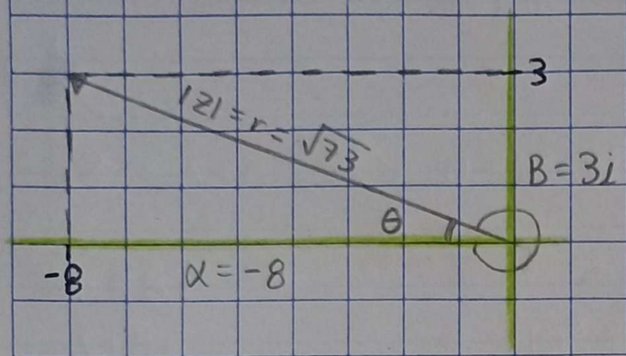
$|z|=7\cos\frac{3}{2}\pi+7\operatorname{sen}\frac{3}{2}\pi i$

$z=7e^{\frac{3}{2}\pi}$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

02/09/2025

9. $-8+3i$



$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{\alpha}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{-3}{-8}$

$\theta = -20.56 + 180°$

$\theta = 159.44° \rightarrow$ No notable

$|z| = r = \sqrt{(-8)^2+(3)^2} = \sqrt{64+9} = \sqrt{73}$

$|z| = \sqrt{73} \cos 159.44 + \sqrt{73} \operatorname{sen} 159.44\, i$

$z = \sqrt{73}\, e^{159.44 i}$

Alumna: María de Jesús Hernández Tepox. 301 - A

PROBLEMARIO 3 - UNIDAD 1.

03/09/2025

1.4 Forma polar y exponencial de un número complejo

Exponencial → $z = re^{\theta i}$ → Polar → $z = r\cos\theta + r\operatorname{sen}\theta\, i$ → Rectangular → $z = a + bi$

1. $7\left(\cos\frac{\pi}{3} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{3} i\right)$

Forma exponencial:

$$7\left(\cos\frac{\pi}{3} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{3} i\right)$$

$$= 7\cos\frac{\pi}{3} + 7\operatorname{sen}\frac{\pi}{3} i$$

$$= 7e^{\frac{\pi}{3} i}$$

Forma rectangular:

$$7\left(\cos\frac{\pi}{3} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{3} i\right)$$

$$= 7\cos\frac{\pi}{3} + 7\operatorname{sen}\frac{\pi}{3} i$$

$$= 7 \cdot \frac{1}{2} + 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$= \frac{7}{2} + \frac{7\sqrt{3}}{2} i$$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301 - A

03/09/2025

2. $\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{5} + \operatorname{sen}\frac{2\pi}{5}\, i\right)$

Forma exponencial:

$\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{5} + \operatorname{sen}\frac{2\pi}{5}\, i\right)$

$= \sqrt{2}\cos\frac{2\pi}{5} + \sqrt{2}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{5}\, i$

$= \sqrt{2}\, e^{\frac{2\pi}{5} i}$

Forma rectangular:

$\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{5} + \operatorname{sen}\frac{2\pi}{5}\, i\right)$

$= \sqrt{2}\cos\frac{2\pi}{5} + \sqrt{2}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{5}\, i$

$= \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4} + \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}\, i\right)$

$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)}{4} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{10+2\sqrt{5}})}{4}\, i$

$= 0.4370 + 1.3451\, i$

3. $5\left(\cos\frac{3}{4}\pi + \operatorname{sen}\frac{3}{4}\pi\, i\right)$

Forma exponencial:

$5\left(\cos\frac{3}{4}\pi + \operatorname{sen}\frac{3}{4}\pi\, i\right)$

$= 5\cos\frac{3}{4}\pi + 5\operatorname{sen}\frac{3}{4}\pi\, i$

$= 5\, e^{\frac{3\pi}{4} i}$

Forma rectangular:

$5\left(\cos\frac{3}{4}\pi + \operatorname{sen}\frac{3}{4}\pi\, i\right)$

$= 5\cos\frac{3}{4}\pi + 5\operatorname{sen}\frac{3}{4}\pi\, i$

$= 5\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) i$

$= -\frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\, i$

Ferrini

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

03/09/25

4. $4e^{\frac{3}{5}\pi i}$

Forma polar:

$4e^{3/5\pi i}$

$= 4\cos\frac{3}{5}\pi + 4\operatorname{sen}\frac{3}{5}\pi i$

$= 4(\cos\frac{3}{5}\pi + \operatorname{sen}\frac{3}{5}\pi i)$

Forma rectangular:

$4e^{3/5\pi i}$

$= 4\cos\frac{3}{5}\pi + 4\operatorname{sen}\frac{3}{5}\pi i$

$= 4\left(\frac{-\sqrt{5}+1}{4} + \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4} i\right)$

$= \cancel{4}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{\cancel{4}}\right) + \cancel{4}\left(\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\cancel{4}} i\right)$

$= (1-\sqrt{5}) + (\sqrt{10+2\sqrt{5}}\, i)$

5. $-4e^{\frac{\pi}{7}i}$

Forma polar:

$z = -4e^{\frac{\pi}{7}i} \rightarrow -1 = e^{i\pi}$

$z = 4(e^{i\pi})(e^{\frac{\pi}{7}i})$

$z = 4e^{i(\pi+\frac{\pi}{7})} = 4e^{\frac{8}{7}\pi i}$

$z = 4\cos\frac{8}{7}\pi + 4\operatorname{sen}\frac{8}{7}\pi i$

$z = 4(\cos\frac{8}{7}\pi + \operatorname{sen}\frac{8}{7}\pi i)$

Forma rectangular:

$-4e^{\frac{\pi}{7}i} = -4(\cos\frac{\pi}{7} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{7} i)$

$= -4\cos\frac{\pi}{7} - 4\operatorname{sen}\frac{\pi}{7} i$

$\downarrow$

No notable

$= -4(\cos\frac{\pi}{7} + \operatorname{sen}\frac{\pi}{7} i)$

$= -4(0.9010 + 0.4339 i)$

$= -3.6040 - 1.7356 i$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

03/09/2025

6. $-2e^{\frac{5}{9}\pi i}$

Forma polar:

$z = -2e^{\frac{5}{9}\pi i} \rightarrow -1 = e^{i\pi}$

$z = 2e^{(\frac{5}{9}\pi + \pi)} = 2e^{\frac{14}{9}\pi}$

$z = 2\cos\frac{14}{9}\pi + 2\,\text{sen}\frac{14}{9}\pi i$

$z = 2(\cos\frac{14}{9}\pi + \text{sen}\frac{14}{9}\pi i)$

Forma rectangular:

$-2e^{\frac{5}{9}\pi i} = -2(\cos\frac{5}{9}\pi + \text{sen}\frac{5}{9}\pi i)$

$= -2\cos\frac{5}{9}\pi - 2\,\text{sen}\frac{5}{9}\pi i$

No notable

$= -2(\cos\frac{5}{9}\pi + \text{sen}\frac{5}{9}\pi i)$

$= -2(-0.1736 + 0.9848 i)$

$= 0.3472 - 1.9696 i$

7. $3e^{-\frac{4}{7}\pi i}$

Forma Polar:

$\theta = -\frac{4}{7}\pi + 2\pi = -\frac{4}{7}\pi + \frac{14}{7}\pi$

Se pasa a positivo $\rightarrow = \frac{10}{7}\pi$

$z = 3e^{\frac{10}{7}\pi i}$

$z = 3\cos\frac{10}{7}\pi + 3\,\text{sen}\frac{10}{7}\pi i$

$z = 3(\cos\frac{10}{7}\pi + \text{sen}\frac{10}{7}\pi i)$

Forma rectangular

$z = 3[\cos(-\frac{4}{7}\pi) + \text{sen}(-\frac{4}{7}\pi)]$

$z = 3(\cos\frac{4}{7}\pi - \text{sen}\frac{4}{7}\pi i)$

No notable

$z = 3(-0.2225 - 0.9750 i)$

$z = -0.6675 - 2.9250 i$

Alumna: María de Jesús Hernández Tepox. 301-A

PROBLEMARIO 4 - UNIDAD 1

09/09/2025

1.5 Teorema de Moivre, potencias y extracción de raíces de un número complejo.

1. $z = -2 + 2i$

$n = 2$

$$z^{1/n} = re^{\frac{\theta + 2\pi k}{n} i}$$

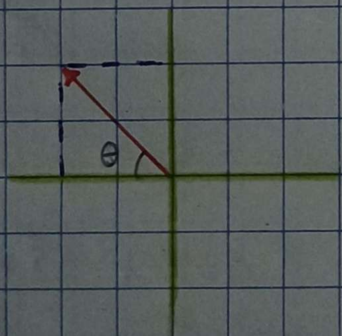
$$z^{1/n} = r\left[\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + \operatorname{sen} \frac{\theta + 2\pi k}{n} i\right]$$

$k = 0, 1, 2, 3 \ldots n-1$

$2 - 1 = 1$

$k = 0, 1$

$|z| = r = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$



$\arg z = \theta = \pi + tg^{-1} \frac{B}{\alpha}$

$\pi - \frac{\pi}{4} \therefore \theta = \frac{3}{4}\pi$

$k = 0$

$$z^{1/2} = (2\sqrt{2})^{1/2} \left[\cos \frac{\frac{3}{4}\pi + 2\pi(0)}{2} + \operatorname{sen} \frac{\frac{3}{4}\pi + 2\pi(0)}{2} i\right]$$

$$z^{1/2} = \sqrt{2\sqrt{2}} \left[\cos \underbrace{\frac{3}{8}\pi}_{67.5} + \operatorname{sen} \frac{3}{8}\pi i\right]$$

$$z^{1/2} = 1.68 (0.3827 + 0.92 i)$$

$$z_0^{1/2} = 0.64 + 1.54 i$$

Ferrini

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

09/09/25

$k = 1$

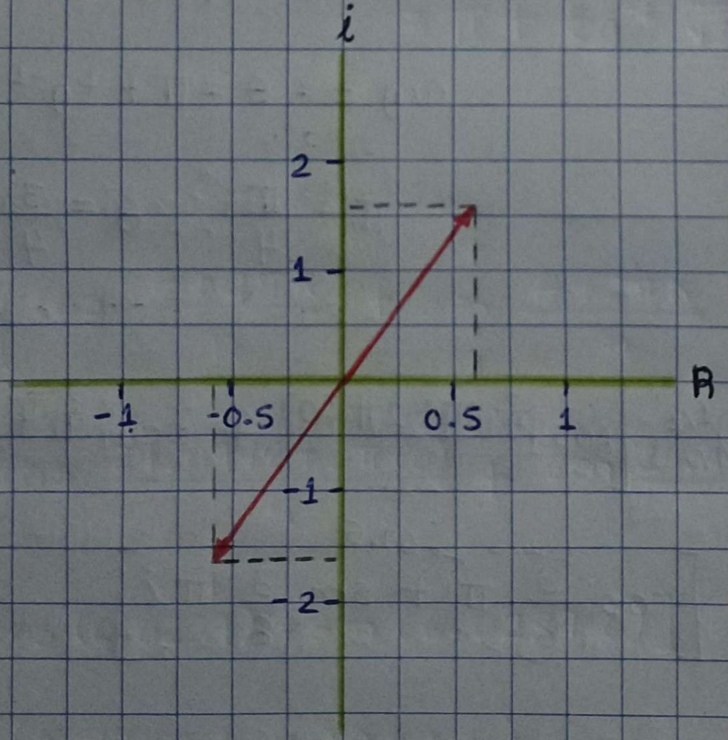
$$z^{1/2} = \sqrt{2\sqrt{2}}\left[\cos\frac{\frac{3}{4}\pi + 2\pi(1)}{2} + \text{sen}\,\frac{\frac{3}{4}\pi + 2(1)}{2}\, i\right]$$

$$z^{1/2} = 1.68\left(\cos\frac{\frac{11}{4}}{2}\pi + \text{sen}\,\frac{\frac{11}{4}}{2}\pi\, i\right)$$

$$z^{1/2} = 1.68\left(\cos\frac{11}{8}\pi + \text{sen}\,\frac{11}{8}\pi\, i\right)$$

$$z^{1/2} = 1.68\,(-0.3827 - 0.9239\, i)$$

$$z^{1/2} = -0.6429 - 1.5523\, i$$



Alumna: Mana de Jesús Hernández Tepox. 301-A

09/09/25

2. $z = \sqrt{5} + i$

$n = 4$

$$Z^{1/n} = re^{\frac{\theta + \sqrt{5}\pi k}{n} i}$$

$$Z^{1/n} = r\left[\cos \frac{\theta + 2\pi k}{2} + \operatorname{sen} \frac{\theta + 2\pi k}{2}\right]$$

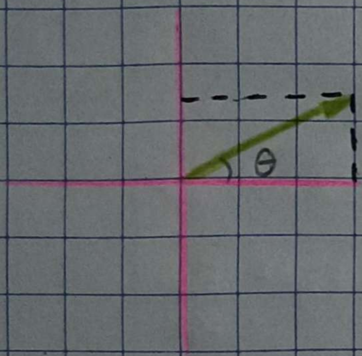
$k = 0, 1, 2, 3 \ldots n-1$

$4 - 1 = 3$

$k = 0, 1, 2, 3$

$$|z| = r = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{5+1} = \sqrt{6}$$



$$\arg z = \pi + tg^{-1} \frac{B}{\alpha}$$

$$= \pi + tg^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} = 24.0948°$$

No notable

$k = 0$

$$Z^{1/4} = r^{1/2}\left(\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + \operatorname{sen} \frac{\theta + 2\pi k}{n} i\right)$$

$$= \sqrt{\sqrt{6}}\left[\cos \frac{24.0948 + 2\pi(0)}{4} + \operatorname{sen} \frac{24.0948 + 2\pi(0)}{4} i\right]$$

$$= \sqrt{\sqrt{6}}\left[\cos(6.0237) + \operatorname{sen}(6.0237 i)\right]$$

$$= 1.5651\,(0.9945 + 0.1049\, i)$$

$$Z_0^{1/4} = 1.5565 + 0.1642\, i$$

Alumna: Maria Hernández Tepox

09/09/25

$k=1$

$$z^{1/4} = \sqrt{\sqrt{6}}\left[\cos \frac{24.0948+2\pi(1)}{4} + \operatorname{sen}\frac{24.0948+2\pi(1)}{4} i\right]$$

$$= 1.5651(\cos(7.5945) + \operatorname{sen}(7.5945\, i))$$

$$= 1.5651(0.9912 + 0.1322\, i)$$

$$z_1^{1/4} = 1.5513 + 0.2069\, i$$

$k=2$

$$z^{1/4} = \sqrt{\sqrt{6}}\left[\cos \frac{24.0948+2\pi(2)}{4} + \operatorname{sen}\frac{24.0948+2\pi(2)}{4} i\right]$$

$$= 1.5651(\cos(9.1653) + \operatorname{sen}(9.1653\, i))$$

$$= 1.5651(0.9872 + 0.1539\, i)$$

$$z_2^{1/4} = 1.5451 + 0.2409\, i$$

$k=3$

$$z^{1/4} = \sqrt{\sqrt{6}}\left[\cos \frac{24.0948+2\pi(3)}{4} + \operatorname{sen}\frac{24.0948+2\pi(3)}{4} i\right]$$

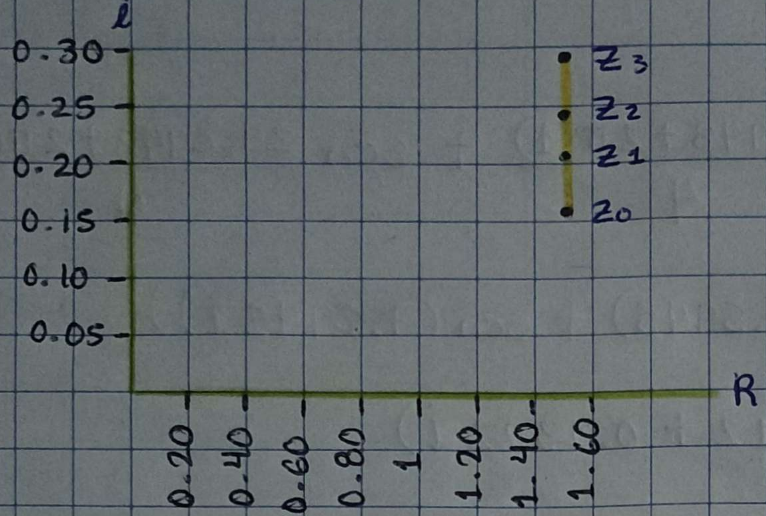
$$= 1.5651(\cos(10.7361) + \operatorname{sen}(10.7361\, i))$$

$$= 1.5651(0.9825 + 0.1863\, i)$$

$$z_3^{1/4} = 1.5377 + 0.2916\, i$$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

09/09/25



3. $z = 1 - 3i$

$n = 2$

$$z^{1/n} = r e^{\frac{\theta + 2\pi k}{n} i}$$

$$z^{1/n} = r \left[\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + \operatorname{sen} \frac{\theta + 2\pi k}{n} i \right]$$

$k = 0, 1, 2, 3 \ldots n-1$

$2 - 1 = 1$

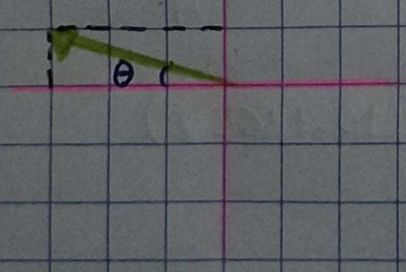
$k = 0, 1$

$|z| = r = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2}$

$r = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$

$\operatorname{Arg} z = \theta = \pi + tg^{-1} \frac{\beta}{\alpha}$

$= -71.5651$



Alumna: Mana Hernández Tepox

09/09/25

$k=0$

$$z^{1/n} = (\sqrt{10})^{1/2}\left[\cos \frac{-71.5651\ \pi(0)}{2} + \operatorname{sen} \frac{-71.5651\ \pi(0)}{2} i\right]$$

$$= \sqrt{\sqrt{10}}\ [\cos(-35.7826) + \operatorname{sen}(-35.7826\ i)]$$

$$= 1.7783\ (0.8112 - 0.5847 i)$$

$$z_0^{1/2} = 0.9671 - 1.1936 i$$

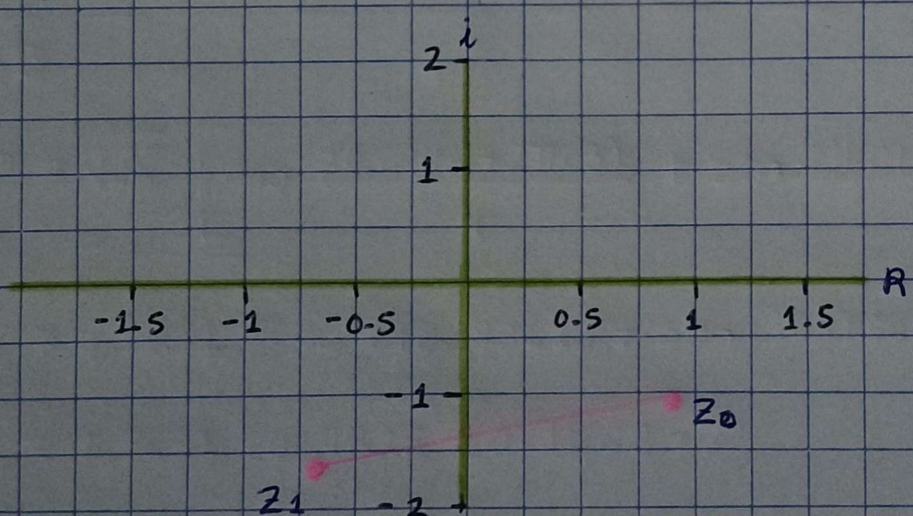
$k=1$

$$z^{1/n} = \sqrt{\sqrt{10}}\left[\cos \frac{(-71.5651\ \pi(1))}{2} + \operatorname{sen} \frac{(-71.5651\ \pi(1))}{2} i\right]$$

$$= 1.7783\ (\cos(-112.4142) + \operatorname{sen}(-112.4142)\ i)$$

$$= 1.7783\ (-0.3813 - 0.9245 i)$$

$$= -0.6781 - 1.6440 i$$



Ferrini

Alumna: Maria Hernández. 301-A

09/09/25

4. $z = -4 - 2i$

$n = 4$

$$z^{1/n} = re^{\frac{\theta + 2\pi k}{n} i}$$

$$z^{1/n} = r\left[\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + \text{sen} \frac{\theta + 2\pi k}{n} i\right]$$

$k = 0, 1, 2, 3 \dots n-1$

$4 - 1 = 3$

$k = 0, 1, 2, 3$

$|z| = r = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2}$

$r = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20}$

$= 2\sqrt{5}$

$$\text{Arg } z\theta = \pi + tg^{-1} \frac{B}{\alpha} = 26.5651°$$

$k = 0$

$$z^{1/4} = (2\sqrt{5})^{1/4} \left[\cos \frac{26.5651 + 2\pi(0)}{4} + \text{sen} \frac{26.5651 + 2\pi(0)}{4} i\right]$$

$= 1.4542 \left[\cos (6.6413) + \text{sen} (6.6413) i\right]$

$= 1.4542 (0.9933 + 0.1157 i)$

$z_0^{1/4} = 1.1445 + 0.1683 i$

$k = 1$

$$z^{1/4} = (2\sqrt{5})^{1/4} \left[\cos \frac{26.5651 + 2\pi}{4} + \text{sen} \frac{26.5651 + 2\pi}{4} i\right]$$

Ferrini

Alumna: Maria de Je. Hernández Tepox. 301-A

09/09/2025

$= 1.4542\,[\cos(8.2121) + \operatorname{sen}(8.2121\,i)]$

$= 1.4542\,(0.9897 + 0.1428\,i)$

$z_1^{1/4} = 1.4392 + 0.2077$

$k = 2$

$z^{1/4} = (2\sqrt{5})^{1/4}\left[\cos\dfrac{26.5651 + 2\pi(2)}{4} + \operatorname{sen}\dfrac{26.5651 + 2\pi(2)}{4}\,i\right]$

$= 1.4542\,[\cos(9.7829) + \operatorname{sen}(9.7829\,i)]$

$= 1.4542\,(0.9855 + 0.1699\,i)$

$z_2^{1/4} = 1.4331 + 0.2471\,i$

$k = 3$

$z^{1/4} = (2\sqrt{5})^{1/4}\left[\cos\dfrac{26.5651 + 2\pi(3)}{4} + \operatorname{sen}\dfrac{26.5651 + 2\pi(3)}{4}\,i\right]$

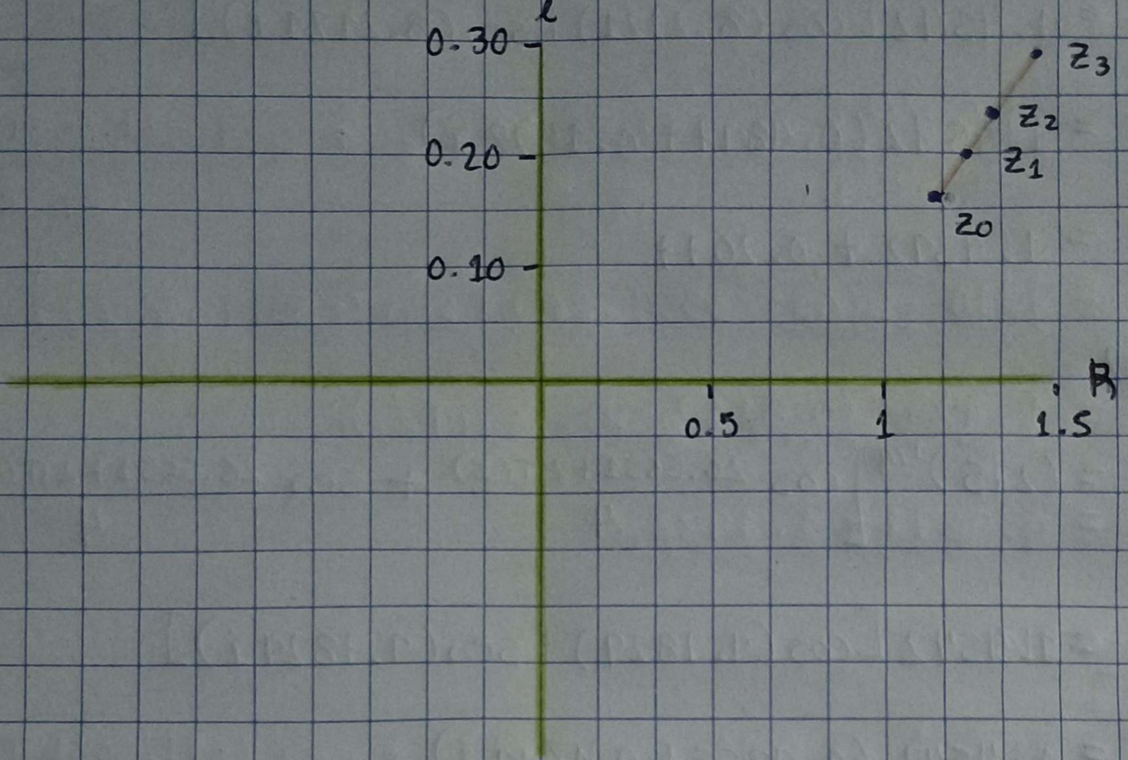
$= 1.4542\,[\cos(11.3537) + \operatorname{sen}(11.3537\,i)]$

$= 1.4542\,(0.9804 + 0.1969\,i)$

$= 1.4257 + 0.2863\,i$

Alumna: Maria de Jesús Hernández Tepox. 301-A

09/09/25



Ferrini

INSTITUTO TECNOLOGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA

LISTA DE COTEJO DE PROBLEMARIO

DOCENTE: **HUMBERTO VEGA MULATO**		ASIGNATURA: ALGEBRA LINEAL
	DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN	
ITSSAT	NOMBRE DEL ALUMNO: MARIA DE JESUS HERNANDEZ TEPOX	**UNIDAD: UNO**
PERIODOAGOSTO - DICIEMBRE 2025 / **GRUPO: 301-A**		**FECHA DE ENTREGA: 28/08/2025**
	INSTRUCCIONES	
	Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.	

VALOR DEL REACTIVO		CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)	CUMPLE SI	CUMPLE NO	OBSERVACIONES
6%		**PRESENTACIÓN:** El trabajo cumple con los requisitos de **a.** Buena presentación **b.** No tiene faltas de ortografía **c.** Ordenado y limpio	X		
4%		**FORMATO DE ENTREGA**: Hoja de presentación (asignatura, unidad, tema de estudio, docente, fecha, nombre del alumno), fuente de información, lista de cotejo con datos correspondientes y presentar en su cuadernillo de tareas.	X		
10%		**DESARROLLO DE EJERCICIOS**: Identifica los principios, leyes, normas e incluso técnicas y metodologías apropiadas, si el ejercicio lo permite, debe de presentar: Enunciado, datos, fórmula, sustitución y resultado.	X		
10%		**RESULTADO:** El alumno llega al resultado correcto, con sus respectivas unidades y presenta la interpretación lógica de cada resultado obtenido en una conclusión.	X		
10%		**RESPONSABILIDAD**: Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.	X		
400%		**CALIFICACIÓN**	40%		