Cálculo vectorial

Primer examen parcial

Nombre del alumno:

1. Demuestre que si $\hat{u}$ es un vector unitario, su magnitud siempre es la unidad
2. Encuentre la distancia entre el punto $P_1(2,5,7))$ y $P_2(3,5,1)$
3. Demuestre que si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son vectores perpendiculares, entonces $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
4. Demuestre que el producto vectorial entre los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ genera un tercer vector que es mutuamente perpendicular a los vectores que lo generaron
5. Determine la ecuación de un plano que contiene al punto $(2,5,6)$ y es perpendicular al vector $\hat{n} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$.

Primer Parcial

Domingue Obil Jose Dariel

1.- El vector unitario se define

$$\hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\bar{u}|}$$

$$|\hat{u}| = \frac{|\bar{u}|}{|\bar{u}|} = 1$$

2.- $d = \sqrt{(3-2)^2 + (5-5)^2 + (1-7)^2}$

$= \sqrt{1^2 + 36} = \sqrt{37}$

3.- Si son perpendiculares entonces el angulo es de 90

$\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| |\bar{b}| \cos 90 = 0$

4.- La ecuación de un plano es

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

$5(x-2) + 6(y-5) - 1(z-6) = 0$

$5x - 10 + 6y - 30 - z + 6 = 0$

$5x + 6y - z = 34$

Instituto Tecnológico Superior de San Andrés Tuxtla
Ingeniería Mecatrónica
Cálculo vectorial. Problemario 1

Resuelve los siguientes problemas relacionados con la suma de vectores, multiplicación por un escalar y vectores unitarios:

1. Dados los vectores $\vec{a} = (3, -2)$ y $\vec{b} = (1, 4)$, calcula $\vec{a} + \vec{b}$.
2. Considera $\vec{u} = (2, -1, 3)$ y $\vec{v} = (-1, 2, 0)$. Encuentra $\vec{u} + \vec{v}$.
3. Sea $\vec{p} = (5, -3)$, calcula $2\vec{p}$.
4. Dados $\vec{a} = (1, 2, -2)$ y $\vec{b} = (0, -1, 3)$, encuentra $\vec{a} + 3\vec{b}$.
5. Si $\vec{m} = (4, -5, 7)$, calcula $-2\vec{m}$.
6. Encuentra el vector unitario en la dirección de $\vec{v} = (6, 8)$.
7. Halla el vector unitario en la dirección de $\vec{w} = (-3, 4, 12)$.
8. Dados $\vec{a} = (1, 0, -1)$ y $\vec{b} = (2, -3, 4)$, calcula $\vec{a} + \vec{b}$ y determina la magnitud del resultado.
9. Sea $\vec{u} = (7, -24)$, encuentra su vector unitario.
10. Calcula el vector resultante de $\vec{p} = (2, -1, 5) + \vec{q} = (-3, 4, -2)$, y luego multiplica el resultado por el escalar 3.

INSTITUTO TECNOLOGICO DE SAN ANDRES TUXTLA VERACRUZ

CALCULO VECTORIAL

DIVISION: INGENIERIA MECATRÓNICA

José Dariel Dominguez Obil

Profesor:

Oscar Taxilaga Zetina

Unidad 1:
Vectores y espacio tridimensional

Problemario 1

311-A, 3er semestre Agosto 2025/ Diciembre 2025

6 de septiembre de 2025

Calculo Vectorial. Problemario 1.

Resuelve los siguientes problemas relacionados con la suma de vectores, multiplicación por un escalar y vectores unitarios:

1: Dados los vectores $\vec{a}=(3,-2)$ y $\vec{b}=(1,4)$, calcula $\vec{a}+\vec{b}$

$\vec{a}+\vec{b}=\langle 3,-2\rangle+\langle 1,4\rangle=\langle 3+1,-2+4\rangle=\langle 4,2\rangle$ $\quad$ $\vec{a}+\vec{b}=\langle 4,2\rangle$ //R

2: Considera $\vec{u}=(2,-1,3)$ y $\vec{v}=(-1,2,0)$. Encuentra $\vec{u}+\vec{v}$

$\vec{u}+\vec{v}=\langle 2,-1,3\rangle+\langle -1,2,0\rangle=\langle 2-1,-1+2,3+0\rangle=\langle 1,1,3\rangle$ $\quad$ $\vec{u}+\vec{v}=\langle 1,1,3\rangle$ //R

3: Sea $\vec{P}=(5,-3)$, calcular $2\vec{P}$

$\vec{P}=\langle 5,-3\rangle$ $\quad$ $2\vec{P}=2\langle 5,-3\rangle=\langle 10,-6\rangle$ $\quad$ $2\vec{P}=\langle 10,-6\rangle$ //R

4: Dados $\vec{a}=(1,2,-2)$ y $\vec{b}=(0,-1,3)$, encuentra $\vec{a}+3\vec{b}$

$\vec{a}+3\vec{b}=\langle 1,2,-2\rangle+3\langle 0,-1,3\rangle=\langle 1,2,-2\rangle+\langle 0,-3,9\rangle=\langle 1,-1,7\rangle$

$\vec{a}+3\vec{b}=\langle 1,-1,7\rangle$ //R

5: Si $\vec{m}=(4,-5,7)$, calcula $-2\vec{m}$

$-2\vec{m}=-2\langle 4,-5,7\rangle=\langle -8,10,-14\rangle$ $\quad$ $-2\vec{m}=\langle -8,10,-14\rangle$ //R

6: Encuentra el vector unitario en la dirección de $\vec{v}=(6,8)$

$|\vec{v}|=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$

$\hat{v}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ $\quad$ $\hat{v}=\left\langle \frac{6}{10},\frac{8}{10}\right\rangle=\left\langle \frac{3}{5},\frac{4}{5}\right\rangle=\frac{1}{5}\langle 3,4\rangle$ $\quad$ $\hat{v}=\frac{1}{5}\langle 3,4\rangle$ //R

7: Halla el vector unitario en la dirección de $\vec{w}=(-3,4,12)$.

$|\vec{w}|=\sqrt{(-3)^2+(4)^2+(12)^2}=\sqrt{9+16+144}=\sqrt{169}=13$

$\hat{w}=\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}$ $\quad$ $\hat{w}=\left\langle \frac{-3}{13};\frac{4}{13},\frac{12}{13}\right\rangle=\frac{1}{13}\langle -3,4,12\rangle$ $\quad$ $\hat{w}=\frac{1}{13}\langle -3,4,12\rangle$ //R

8: Dados $\vec{a} = (1,0,-1)$ y $\vec{b} = (2,-3,4)$, calcula $\vec{a} + \vec{b}$ y determina la magnitud del resultado.

$|\vec{a}+\vec{b}| = 3\sqrt{3}$ //R

$\vec{a} + \vec{b} = \langle 1,0,-1 \rangle + \langle 2,-3,4 \rangle = \langle 1+2, 0-3, -1+4 \rangle = \langle 3,-3,3 \rangle$

$\vec{a} + \vec{b} = \langle 3,-3,3 \rangle$ //R $\quad |\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{(3)^2+(-3)^2+(3)^2} = \sqrt{9+9+9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

9: Sea $\vec{u} = (7,-24)$, encuentra su vector unitario.

$|\vec{u}| = \sqrt{(7)^2+(-24)^2} = \sqrt{49+576} = \sqrt{625} = 25$

$\hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} \qquad \hat{u} = \left\langle \frac{7}{25}, \frac{-24}{25} \right\rangle = \frac{1}{25}\langle 7,-21 \rangle \qquad \hat{u} = \frac{1}{25}\langle 7,-21 \rangle$ //R

10: Calcula el vector resultante de $\vec{p} = (2,-1,5) + \vec{q} = (-3,4,-2)$ y luego multiplica el resultado por el escalar 3.

$\vec{p} + \vec{q} = \langle 2,-1,5 \rangle + \langle -3,4,-2 \rangle = \langle 2-3, -1+4, 5-2 \rangle = \langle -1,3,3 \rangle \qquad \vec{p}+\vec{q} = \langle -1,3,3 \rangle$ //R

$3\langle \vec{p}+\vec{q} \rangle = 3\langle -1,3,3 \rangle = \langle -3,9,9 \rangle \qquad 3\langle \vec{p}+\vec{q} \rangle = \langle -3,9,9 \rangle$ //R

<table>
<tr><th colspan="5">LISTA DE COTEJO (PROBLEMARIO)</th></tr>
<tr><td colspan="3">INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA</td><td colspan="2">ASIGNATURA: CALCULO VECTORIAL</td></tr>
<tr><td colspan="3">NOMBRE DEL DOCENTE:</td><td colspan="2">OSCAR TAXILAGA ZETINA</td></tr>
<tr><td colspan="5">DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="2">NOMBRE DEL ALUMNO:
DOMINGUEZ OBIL JOSE DARIEL</td><td colspan="2">MATRICULA:</td><td>FIRMA DEL ALUMNO(S):</td></tr>
<tr><td>PRODUCTO:</td><td>PROBLEMARIO</td><td colspan="2">FECHA:</td><td>PERIODO ESCOLAR: AGOSTO - DICIEMBRE 2025</td></tr>
<tr><td colspan="5">INSTRUCCIONES</td></tr>
<tr><td colspan="5">Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados “SI” cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque “NO”. En la columna “OBSERVACIONES” indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.</td></tr>
<tr><th rowspan="2">VALOR DEL REACTIVO</th><th rowspan="2">CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)</th><th colspan="2">CUMPLE</th><th rowspan="2">OBSERVACIONES</th></tr>
<tr><th>SI</th><th>NO</th></tr>
<tr><td>3%</td><td>Presentación El trabajo cumple con los requisitos de:
a. Buena presentación</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3%</td><td>b. Orden en la secuencia de solución</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4%</td><td>c. Legible, limpieza y coherencia.</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5%</td><td>Conocimiento del tema: Cantidad de problemas resueltos</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6%</td><td>Explicación clara de las soluciones, seleccionados aleatoriamente</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5%</td><td>Realización
Interpretación de los resultados.</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4%</td><td>Responsabilidad: Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>30%</td><td>CALIFICACIÓN</td><td colspan="3">30</td></tr>
</table>

Cálculo vectorial

Segundo examen parcial

Nombre del alumno:

1. Encuentre la pendiente de la recta tangente en el punto correspondiente: $x = t^3 - t^2$; $y = t2 + 5t$; $t = -1$
2. Encuentre la longitud de la curva $x = \dfrac{5}{3}t^3 + 2$; $y = 4t^3 + 6$; $0 \leq t \leq 2$
3. Demuestre que, en coordenadas polares, la ecuación de un círculo de radio a es $r = a$
4. Encuentre una ecuación polar que tenga la misma gráfica que la ecuación rectangular $x^2 + y^2 = 36$

Victor Manuel Soto Dominguez

1.- $\frac{dx}{dt} = 3t^2 - 2t$

$\frac{dy}{dt} = 2t + 5$

$\frac{dy}{dx} = \frac{2t+5}{3t^2-2t}$ si $t = 1$

$m = 7$

2.- La longitud de una curva es

$$L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt$$

$$= \int_0^2 \sqrt{(5t^2)^2 + (12t2)^2}\, dt$$

$$= \int_0^2 \sqrt{25t^4 + 144t^4}\, dt$$

$$= \int_0^2 \sqrt{169t^4}\, dt = \int_0^2 13t^2\, dt$$

$$= \frac{13}{3} t^3 \Big|_0^2 = \frac{104}{3}$$

3.- La ecuación de un circulo es

$x^2 + y^2 = a^2$ si $x = r\cos t$ y $y = r\,\text{sen}\,t$

$r^2\cos^2 t + r^2\,\text{sen}^2 t = a^2$

$r^2 = a^2$

$r = a$

Instituto Tecnológico Superior de San Andrés Tuxtla
Ingeniería Mecatrónica
Cálculo vectorial. Problemario 2

1. Considere las ecuaciones paramétricas
$$x = t, \quad y = t^2.$$
Elimine el parámetro y obtenga la ecuación cartesiana de la curva.

2. Dadas las ecuaciones paramétricas
$$x = 2\cos t, \quad y = 2\sin t,$$
identifique la curva y su radio.

3. Para las ecuaciones paramétricas
$$x = t^2 - 1, \quad y = t,$$
determine dos puntos de la curva cuando $t = -1$ y $t = 1$.

4. Calcule $\frac{dy}{dx}$ para la curva definida por
$$x = t^2, \quad y = t^3.$$

5. Halle el área bajo la curva definida paramétricamente por
$$x = t, \quad y = t^2, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

6. Encuentre la longitud de arco de la curva
$$x = t, \quad y = \frac{2}{3}t^{3/2}, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

7. Convierta el punto polar $(r, \theta) = (4, \pi/3)$ a coordenadas cartesianas.

8. Escriba en coordenadas polares la ecuación cartesiana
$$x^2 + y^2 = 9.$$

9. Calcule el área encerrada por la curva polar
$$r = 2, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi.$$

10. Calcule el área encerrada por la curva polar
$$r = 2\cos\theta, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

1. Dados los vectores $\vec{a}=(3,-2)$ y $\vec{b}=(1,4)$, calcula $\vec{a}+\vec{b}$.

R: $\vec{a}+\vec{b}=(3+1,-2+4)=(4,2)$

2. Considera $\vec{u}=(2,-1,3)$ y $\vec{v}=(-1,2,0)$. Encuentra $\vec{u}+\vec{v}$.

R: $\vec{u}+\vec{v}=(2+(-1),-1+2,3+0)=(1,1,3)$

3. Sea $\vec{p}=(5,-3)$, calcula $2\vec{p}$

R: $2\vec{p}=2(5,-3)=(10,-6)$

4. Dados $\vec{a}=(1,2-2)$ y $\vec{b}=(0,-1,3)$, encuentra $\vec{a}+3\vec{b}$

R: $3\vec{b}=(0,-3,9)$ |vec a + 3| vec b $=(1+0,2+(-3),-2+9)=(1,-1,7)$

5. Si $\vec{m}(4,-5,7)$, calcula $-2\vec{m}$.

R: $-2\vec{m}=-2(4,-5,7)=(-8,10,-14)$

6. Encuentra el vector unitario en la dirección d $\vec{v}=(6,8)$.

R: Magnitud: $|\vec{v}|=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$

vector unitario:

$V=\left(\frac{6}{10},\frac{8}{10}\right)=\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$

7. Halla el vector unitario en la dirección de $\vec{w}=(-3,4,12)$.

Magnitud:

$|\vec{w}|=\sqrt{(-3)^2+4^2+12^2}=\sqrt{9+16+144}=\sqrt{169}=13$

vector unitario

$\vec{w}=\left(\frac{-3}{13},\frac{4}{13},\frac{12}{13}\right)$

8. Dados $a = (1, 0, -1)$ y $b = (2, -3, 4)$ calcula $\vec{a} + \vec{b}$ y determina la magnitud del resultado

$\vec{a} + \vec{b} = (1+2, 0+(-3), -1+4) = (3, -3, 3)$

Magnitud:

$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{9+9+9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

9. Sea $\vec{w} = 7, -24)$, encuentra su vector unitario

Magnitud

$|\vec{w}| = \sqrt{7^2 + (-24)^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$

vector unitario:

$w = \left(\frac{7}{25}, \frac{-24}{25}\right)$

10. Calcula el vector resultante de $\vec{p} = (2, -1, 5)$ y $\vec{q} = (-3, 4, -2)$ y luego multiplica por el escalar 3.

$\vec{p} + \vec{q} = (2 + (-3), -1+4, 5 + (-2)) = (-1, 3, 3)$

Multiplicado por

$3(\vec{p} + \vec{q}) = 3(-1, 3, 3) = (-3, 9, 9)$

LISTA DE COTEJO (PROBLEMARIO)					
INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA			ASIGNATURA: CALCULO VECTORIAL		
NOMBRE DEL DOCENTE:			OSCAR TAXILAGA ZETINA		
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN					
NOMBRE DEL ALUMNO: SOTO DOMINGUEZ VICTOR MANUEL		MATRICULA:	FIRMA DEL ALUMNO(S):		
PRODUCTO:	PROBLEMARIO	FECHA:	PERIODO ESCOLAR: AGOSTO - DICIEMBRE 2025		
INSTRUCCIONES					
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.					

VALOR DEL REACTIVO	**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
		SI	**NO**	
3%	**Presentación** El trabajo cumple con los requisitos de: **a**. Buena presentación	X		
3%	**b**. Orden en la secuencia de solución	X		
4%	**c**. Legible, limpieza y coherencia.	X		
5%	**Conocimiento del tema:** Cantidad de problemas resueltos	X		
6%	Explicación clara de las soluciones, seleccionados aleatoriamente	X		
5%	**Realización** Interpretación de los resultados.	X		
4%	**Responsabilidad**: Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.	X		
30%	**CALIFICACIÓN**	30		

Cálculo vectorial

Tercer examen parcial

Nombre del alumno:

1. Sea la función vectorial $\mathbf{r}(t) = (2t, t^2)$. Calcule
$$\lim_{t\to 1} \mathbf{r}(t).$$

2. Sea $\mathbf{r}(t) = (t^2, \sin t)$. Calcule la derivada $\mathbf{r}'(t)$.

3. Determine si existe el siguiente límite:
$$\lim_{t\to 0}(t\cos t, t\sin t).$$

4. Sea $\mathbf{r}(t) = (t^2 - 1, 2t)$. Calcule
$$\int_0^2 \mathbf{r}(t)\, dt.$$

Dominguez Obil Jose Daniel

1.- $\lim_{t \to 1} \bar{r}(t) = (2(1), 1^2) = (2,1)$

2.- $\vec{r}\,'(t) = (2t, \cos t)$

3.- El límite existe

4.- $\int_0^2 (t^2-1)\hat{\imath} + 2t\hat{\jmath})dt = \left(\frac{t^3}{3} - t\right)\Big|_0^2 \hat{\imath} + t^2\Big|_0^2 \hat{\jmath}$

$= \frac{2}{3}\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$

Instituto Tecnológico Superior de San Andrés Tuxtla
Ingeniería Mecatrónica
Cálculo vectorial. Problemario 2

1. Sea la función vectorial $\mathbf{r}(t) = (2t, t^2)$. Calcule
$$\lim_{t\to 1} \mathbf{r}(t).$$
2. Dada la función vectorial $\mathbf{r}(t) = (t-1, 3t+2)$, determine
$$\lim_{t\to 2} \mathbf{r}(t).$$
3. Sea $\mathbf{r}(t) = (t^2, \sin t)$. Calcule la derivada $\mathbf{r}'(t)$.
4. Encuentre la derivada de la función vectorial
$$\mathbf{r}(t) = (e^t, \cos t).$$
5. Dada la función vectorial $\mathbf{r}(t) = (3t, t^3 - 1)$, calcule $\mathbf{r}'(2)$.
6. Sea $\mathbf{r}(t) = (t^2, 2t)$. Determine la integral indefinida
$$\int \mathbf{r}(t)\, dt.$$
7. Calcule la integral definida de la función vectorial
$$\mathbf{r}(t) = (t, t^2), \quad 0 \leq t \leq 1.$$
8. Sea $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t)$. Calcule $\mathbf{r}'(t)$ e interprete geométricamente el resultado.
9. Determine si existe el siguiente límite:
$$\lim_{t\to 0}(t\cos t, t\sin t).$$
10. Sea $\mathbf{r}(t) = (t^2 - 1, 2t)$. Calcule
$$\int_0^2 \mathbf{r}(t)\, dt.$$

Dominguez Obil Jose Dariel

1.- $\lim_{t\to 1} \vec{r}(t) = (2(1), 1^2) = (2,1)$

2.- $\lim_{t\to 2} \vec{r}(t) = (2-1, 3(2)+2) = (1,8)$

3.- $\vec{r}'(t) = (2t, \cos t)$

4.- $\vec{r}'(t) = (e^t, -\operatorname{sen} t)$

5.- $\vec{r}'(t) = (3, 3t^2)$, $\vec{r}'(2) = (3, 3\cdot 2^2) = (3,12)$

6.- $\int (t^2\hat{\imath} + 2t\hat{\jmath})\, dt = \frac{t^3}{3}\hat{\imath} + t^2\hat{\jmath}$

7.- $\int_0^1 (t\hat{\imath} + t^2\hat{\jmath})\, dt = \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 \hat{\imath} + \frac{t^3}{3}\Big|_0^1 \hat{\jmath} = \frac{1}{2}\hat{\imath} + \frac{1}{3}\hat{\jmath}$

8.- $\vec{r}(t) = (-\operatorname{sen} t, \cos t)$

9.- El limite si existe

10.- $\int_0^2 [(t^2-1)\hat{\imath} + 2t\hat{\jmath}]\, dt = \left(\frac{t^3}{3} - t\right)\Big|_0^2 \hat{\imath} + t^2\Big|_0^2 \hat{\jmath}$

$= \left(\frac{8}{3} - 2\right)\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$

$= \frac{2}{3}\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$

LISTA DE COTEJO (PROBLEMARIO)					
INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA			ASIGNATURA: CALCULO VECTORIAL		
NOMBRE DEL DOCENTE:			OSCAR TAXILAGA ZETINA		
DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN					
NOMBRE DEL ALUMNO: DOMINGUEZ OBIL JOSE DARIEL		MATRICULA:	FIRMA DEL ALUMNO(S):		
PRODUCTO:	PROBLEMARIO	FECHA:	PERIODO ESCOLAR: AGOSTO - DICIEMBRE 2025		
INSTRUCCIONES					
Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.					

VALOR DEL REACTIVO	**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
		SI	**NO**	
3%	**Presentación** El trabajo cumple con los requisitos de: **a**. Buena presentación	X		
3%	**b**. Orden en la secuencia de solución	X		
4%	**c**. Legible, limpieza y coherencia.	X		
5%	**Conocimiento del tema:** Cantidad de problemas resueltos	X		
6%	Explicación clara de las soluciones, seleccionados aleatoriamente	X		
5%	**Realización** Interpretación de los resultados.	X		
4%	**Responsabilidad**: Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.	X		
30%	**CALIFICACIÓN**	30		

Cálculo vectorial

Unidades 4 y 5

Nombre del alumno:

1. $\int 2x(1+x^2)^4, dx.$
2. $\int (5x-2)^6 \, dx.$
3. $\int \cos^2 x \, dx.$
4. $\int \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} \, dx.$

Primer Parcial

Dominguez Obil Jose Dariel

1.- El vector unitario se define

$$\hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\bar{u}|}$$

$$|\hat{u}| = \frac{|\bar{u}|}{|\bar{u}|} = 1$$

2.- $d = \sqrt{(3-2)^2 + (5-5)^2 + (1-7)^2}$

$= \sqrt{1^2 + 36} = \sqrt{37}$

3. Si son perpendiculares entonces el angulo es de 90

$\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| |\bar{b}| \cos 90 = 0$

4: La ecuación de un plano es

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

$5(x-2) + 6(y-5) - 1(z-6) = 0$

$5x - 10 + 6y - 30 - z + 6 = 0$

$5x + 6y - z = 34$

Instituto Tecnológico Superior de San Andrés Tuxtla
Ingeniería Mecatrónica
Cálculo vectorial. Problemario 4 y 5

1. $\int 2x(1+x^2)^4, dx.$
2. $\int \frac{3x^2}{1+x^3}\, dx.$
3. $\int (5x-2)^6\, dx.$
4. $\int e^{3x+1}\, dx.$
5. $\int \frac{1}{x \ln x}\, dx.$
6. $\int \sin^3 x\, dx.$
7. $\int \cos^2 x\, dx.$
8. $\int \sin x \cos x\, dx.$
9. $\int \tan x \sec^2 x\, dx.$
10. $\int \sec^2 x\, dx.$
11. $\int \sqrt{9-x^2}\, dx.$
12. $\int \sqrt{x^2+4}\, dx.$
13. $\int \frac{1}{\sqrt{16-x^2}}\, dx.$
14. $\int \frac{1}{x^2+9}\, dx.$
15. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\, dx.$
16. $\int \frac{2x}{x^2-5}\, dx.$
17. $\int (1+\sin x)^2\, dx.$

18. $\int \cos^3 x \, dx$.

19. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} \, dx$.

20. $\int e^x \cos(e^x) \, dx$.

Torres Molina Luis David

1. $\int 2x(1+x^2)^4 dx$

$u = 1+x^2$

$du = 2x\,dx$

$\int 2x(1+x^2)^4 dx = \int u^4 du = \frac{u^5}{5} + c = \frac{(1+x^2)^5}{5} + c$

2. $\int (5x-2)^6 dx$

$u = 5x-2$

$du = 5dx$

$\int (5x-2)^6 dx = \int \frac{u^6}{5} du = \frac{u^7}{35} + c$

$\int (5x-2)^6 dx = \frac{(5x-2)^7}{35} + c$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}} = \int \frac{dx}{4\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}} = \frac{1}{4}\int \frac{dx}{\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}}$

$\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta = 1$

Haciendo $\operatorname{sen}\theta = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 4\operatorname{sen}\theta \; ; \; \theta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x}{4}\right)$

$dx = 4\cos\theta\, d\theta$

$\frac{1}{4}\int \frac{dx}{\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}} = \frac{1}{\cancel{4}}\int \frac{\cancel{4}\cos\theta\, d\theta}{\sqrt{\cos^2\theta}}$

$= \int d\theta = \theta$

$\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}} = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x}{4}\right)$

Ejercicios 5.2

1. $\int \sqrt{1-4x}\, dx = -1/6(1-4x)^{3/2} + C$

• Derivamos

$u = 1-4x$

$du = -4\,dx \longrightarrow dx = -1/4\, du$

• Sostituimos en la Integral

$= \int \sqrt{u}\,(-1/4)\,du = 1/4 \int u^{1/2}\, du$

• Integramos la integral de $u^{1/2}$

$-1/4 \cdot \frac{u^{3/2}}{3/2} = -1/4 \cdot 2/3\, u^{3/2} = -1/6\, u^{3/2}$

• Aplicamos la Sostitucion Inversa Sostituyendo $u = 1-4x$

$-1/6(1-4x)^{3/2} + C$

3. $\int \frac{1}{(5x+1)^3}\, dx = -\frac{1}{10(5x+1)^2} + C$

• Derivamos

$u = 5x+1$

$du = 5\,dx \longrightarrow dx = du/5$

• Sostituimos u y dx en la integral

$= \int 1/u^3 \cdot du/5 = 1/5 \int u^{-3}\, du$

• Integramos u^{-3}

$\int u^{-3} du = u^{-2}/-2 = -1/2u^2$

$1/5 \int u^{-3} du = 1/5(-1/2u^2) = -1/10u^2$

• Aplicamos la sostitucion Inversa

$-1/10u^2 = -1/10(5x+1)^2 + C$

5. $\int x\sqrt{x^2+4}\, dx =$

$= x^2/2\sqrt{x^2+4} - 1/6(x^2+4)^{3/2} + 2\sqrt{x^2+4} + C$

• Derivamos

$u = \sqrt{x^2+4} \longrightarrow du = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\, dx$

$dv = x\,dx \longrightarrow v = \frac{x^2}{2}$

• Aplicamos la Integración por partes con lo derivado.

$x^2/2\sqrt{x^2+4} - \int x^2/2 \cdot x/\sqrt{x^2+4}\, dx$

7. $\int \operatorname{Sen}^5 3x \operatorname{Cos} 3x\, dx$

• Derivamos

$u = \operatorname{Sen}(3x)$

$du = 3\operatorname{Cos}(3x)\,dx \longrightarrow dx = \frac{du}{3\operatorname{Cos}(3x)}$

• Sostituimos en la integral y Resolvemos.

$= \int u^5 \frac{du}{3} = 1/3 \int u^5\, du$

· Simplificamos la integral restante

$$\int \frac{x^3}{2\sqrt{x^2+4}}\,dx$$

· Sustituimos $u = x^2+4$ para la integral restante

$$du = 2x\,dx \longrightarrow dx = \frac{du}{2x}$$

$$\int \frac{x^3}{2\sqrt{x^2+4}} = \int \frac{x^3}{2\sqrt{u}} \cdot \frac{du}{2x} = 1/4 \int \frac{x^2}{\sqrt{u}}\,du$$

$$1/4 \int \frac{u-4}{\sqrt{u}}\,du = 1/4 \left(\int \sqrt{u}\,du - 4\int u^{-1/2}\,du \right)$$

· Calculamos las integrales

$$\int \sqrt{u}\,du = 2/3\, u^{3/2}, \quad \int u^{-1/2}\,du = 2u^{1/2}$$

$$1/4 \left(2/3\, u^{3/2} - 8u^{1/2} \right) = 1/6\, u^{3/2} - 2u^{1/2}$$

· Volvemos a la variable original

$$u = x^2+4 \longrightarrow u^{3/2} = (x^2+4)^{3/2}$$

$$u^{1/2} = \sqrt{x^2+4}$$

· Combinamos todo

$$= x^2/2\,\sqrt{x^2+4} - \left(1/6\,(x^2+4)^{3/2} - 2\sqrt{x^2+4} \right) + C$$

$$\int u^5\,du = \frac{u^6}{6} + C$$

$$I = 1/3 \cdot \frac{u^6}{6} + C = \frac{u^6}{18} + C$$

· Sustituimos $u = \operatorname{Sen}(3x)$

$$I = \frac{\operatorname{Sen}^6(3x)}{18} + C$$

9. $\int \tan^2 2x \operatorname{Sec}^2 2x\,dx$

· Derivamos

$u = \tan(2x)$

$$du = 2\sec^2(2x)\,dx \longrightarrow dx = \frac{du}{2\sec^2(2x)}$$

· Sustituimos en la integral y Resolvemos

$$= \int u^2 \operatorname{Sec}^2(2x) \cdot \frac{du}{2\operatorname{Sec}^2(2x)} = \frac{1}{2}\int u^2\,du$$

$$= \int u^2\,du = \frac{u^3}{3} + C$$

$$= 1/2 \cdot \frac{u^3}{3} + C = \frac{u^3}{6} + C$$

· Sustituimos $u = \tan(2x)$

$$= \frac{\tan^3(2x)}{6} + C$$

43. $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$

· Sostituimos

$u = e^x$

$du = e^x dx$

· Sostituimos en la Integral

$\int \frac{1}{1+u^2} du$

$\int \frac{1}{1+u^2} du = \arctan(u)+C$

· Sostituimos y Obtenemos el resultado

$\boxed{= \arctan(e^x)+C}$

45. $\int \frac{2x-3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

· Dividimos la integral en dos partes

$\int \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}} dx - 3\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

· Resolvemos la primer Integral:

$u = 1-x^2 \longrightarrow du = -2x\,dx$

$\int \frac{-du}{\sqrt{u}} = -2\sqrt{u}+C_1 = -2\sqrt{1-x^2}+C_1$

· Resolvemos la segunda Integral

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsen(x)+C_2$

· Juntamos los resultados y Listo

$= \int \frac{2x-3}{\sqrt{1-x^2}} dx = -2\sqrt{1-x^2} - 3\arcsen(x)+C$

47. $\int \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} dx$

Sostituimos y Derivamos

$u = \tan^{-1}x \rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$

$= du = \frac{1}{1+x^2} dx$

· Sostituimos u y du en la Integral

$\int u\,du$

$1/2\,u^2 + C$

· Sostituimos U otra vez por $\tan^{-1}x$

$\boxed{1/2(\tan^{-1}x)^2 + C}$

• Evaluamos la Integral y Sostituimos nuevamente $t = e^{x} + e^{-x}$

$\ln(|t|)$
$\ln(|e^{x} + e^{-x}|)$

• Simplificamos la expresión

$\ln(e^{2x} + 1) - x$

$\boxed{\ln(e^{2x} + 1) - x + C}$

39. $\int \frac{1}{\sqrt{5 - x^2}} dx$

• Sostituimos Trigonometricamente
$x = \sqrt{5}\, \text{Sen}(\theta)$
$dx = \sqrt{5}\, \text{Cos}(\theta)\, d\theta$

• Sostitumos en la Integral.

$\int \frac{1}{\sqrt{5 - 5\,\text{sen}^2(\theta)}} \sqrt{5}\,\text{Cos}(\theta)\, d\theta =$

$\int \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5(1 - \text{Sen}^2(\theta))}} \text{Cos}(\theta)\, d\theta$

• Simplificamos la Integral

$\int \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\,\text{Cos}(\theta)} \cos(\theta)\, d\theta = \int d\theta = \theta + C$

• Deshaciendo la sostitución nos queda

$\boxed{\theta = \text{arcsen}\left(\frac{x}{\sqrt{5}}\right) + C}$

41. $\int \frac{1}{1 + 25x^2} dx$

• Sostituimos Trigonometricamente
$5x = \tan(u)$

• Derivamos ambos lados
$5dx = \text{Sec}^2(u)\, du$
$dx = \frac{1}{5} \text{Sec}^2(u)\, du$

• Sostituimos en la integral

$\int \frac{1}{1 + \tan^2(u)} \frac{1}{5} \sec^2(u)\, du$

• Simplificamos la integral

$\int \frac{1}{\sec^2(u)} \frac{1}{5} \sec^2(\theta)\, du = \int \frac{1}{5} du$

• Integramos con respecto a u

$\frac{1}{5} u + C$

• Deshacemos la sustitución

$5x = \tan(u)$
$= u = \arctan(5x)$

• La solución es:

$\boxed{\frac{1}{5} \arctan(5x) + C}$

· Sostituimos u por $\ln x$ $\int e^u du = e^u + C$ = Integral de e^u
$= -\cos(\ln x) + C$

El resultado es:

$$\boxed{= -\cos(\ln x) + C}$$

31 $\int e^{10x} dx$

Aplicamos la regla de Integración para funciones exponenciales

$\frac{1}{k} e^{kx} + C$ donde $k = 10$

· El resultado es

$$\boxed{= \frac{1}{10} e^{10x} + C}$$

33. $\int x^2 e^{-2x^3} dx$

· Sostituimos
$u = 2x^3 \longrightarrow du = -6x^2 dx$
$dx = -\frac{du}{6x^2}$

· Sostituimos x^2 y dx en la Integral

$= \int x^2 e^u \left(\frac{-du}{6x^2}\right)$

· Eliminamos los x^2

$= -1/6 \int e^u du$

$= -1/6\, e^u + C$

· Sostituimos u nuevamente por $-2x^3$

$$\boxed{= -1/6\, e^{-2x^3} + C}$$

35. $\int \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

· Sostituimos $u = \sqrt{x}$
$x = u^2$ y $dx = 2u\, du$

· Sostituimos en la integral

$= \int \frac{e^{-u}}{u} (2u\, du) = 2 \int e^{-u} du$

$\int e^{-u} du = -e^{-u} + C$ = Integral de e^{-u}

$= 2(-e^{-u}) + C = -2e^{-u} + C$

· Sostituyendo u por $\sqrt{x}$

$$\boxed{= -2e^{-\sqrt{x}} + C}$$

37. $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$

· Sostituimos $t = e^x + e^{-x}$

$\int \frac{1}{t} dt$

$= \frac{1}{2}(\ln|u| + C) = \frac{1}{2}\ln|u| + C$

· Hacemos el reemplazo de u por x^2+1

$$\boxed{= \frac{1}{2}\ln|x^2+1| + C}$$

25. $\int \frac{x}{x+1}\,dx$

· Simplificamos y dividimos x entre x+1

$x/x+1 = 1 - 1/x+1$

· Escribimos la integral

$= \int (1 - 1/x+1)\,dx$

· Integramos Termino a Termino

$= \int 1\,dx - \int 1/x+1\,dx$

· Calculamos la Integral

$\int 1\,dx = x$

$\int 1/x+1\,dx = \ln|x+1| + C$

· Juntamos todo y nos queda

$$\boxed{= x - \ln|x+1| + C}$$

27. $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx$

· Sustituimos

$u = \ln x \rightarrow du = 1/x\,dx$

$dx = x\,du = e^u\,du$

· Sustituimos en la integral

$= \int \frac{1}{x \cdot u} \cdot e^u\,du$

· Reescribimos la integral

$\int \frac{1}{e^u \cdot u} \cdot e^u\,du = \int 1/u\,du$

$\int 1/u\,du = \ln|u| + C$ = Integral de $1/u$

· Sustituimos u por ln x

$$\boxed{= \ln|\ln x| + C}$$

29. $\int \frac{\operatorname{Sen}(\ln x)}{x}\,dx$

· Sustituimos

$u = \ln x \rightarrow du = 1/x\,dx$

$dx = x\,du = e^u\,du$

· Sustituimos en la integral

$= \int \operatorname{Sen}(u)\,du$

$= -\cos(u) + C$ = Integral de Sen (u)

$= \frac{1}{3}\tan(u) + C$

· Sostituyendo $U = x^3$ nuevamente.

$$\boxed{= \frac{1}{3}\tan(x^3) + C}$$

19. $\displaystyle\int \frac{\csc\sqrt{x}\,\cot\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$

· Cambiamos la variable

$u = \sqrt{x} \rightarrow x = u^2 \rightarrow dx = 2u\,du$

· Sostituimos en la integral

$= \displaystyle\int \frac{\csc u \cot u}{u} \cdot 2u\,du =$

$2\displaystyle\int \csc u \cot u\,du$

· Tenemos que $\int \csc u \cot u\,du =$

$= -\csc u + C$

· Sostituimos esta en la integral

$= 2(-\csc u + C) = 2\csc u + C$

· Revertimos el cambio de variable

$u = \sqrt{x}$

$$\boxed{= -2\csc(\sqrt{x}) + C}$$

21. $\displaystyle\int \frac{1}{7x+3}\,dx$

· Usamos el metodo de sustitución y cambiamos la variable

$u = 7x+3 \rightarrow du = 7\,dx \rightarrow dx = \frac{du}{7}$

· Sostituimos en la integral

$\displaystyle\int \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{7} = \frac{1}{7}\int \frac{1}{u}\,du$

$\displaystyle\int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + C =$ Integral de $\frac{1}{u}$

$\frac{1}{7}(\ln|u| + C) = \frac{1}{7}\ln|u| + C$

· Reemplazamos u por $7x+3$

$$\boxed{= \frac{1}{7}\ln|7x+3| + C}$$

23 $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+1}\,dx$

· Usamos el metodo de sustitución y cambiamos la variable

$u = x^2+1 \rightarrow du = 2x\,dx \rightarrow dx = \frac{du}{2x}$

· Sostituimos en la integral

$\displaystyle\int \frac{x}{u} \cdot \frac{du}{2x} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\,du$

$\displaystyle\int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + C =$ Integral de $\frac{1}{u}$

11. $\int Sen\ 4x\ dx$

• Usamos la regla de integra-cion para funciones seno

• En este caso $k = 4$

$$\boxed{= -\tfrac{1}{4} Cos(4x) + C}$$

13. $\int (\sqrt{2t} - Cos\ 6t)\, dt$

• Separamos la integral en dos partes y Resolvemos $\int \sqrt{2t}\, dt$

$= \int \sqrt{2t}\, dt - \int Cos(6t)\, dt$

$= \sqrt{2t} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{t} = \sqrt{2}\, t^{1/2}$

• Aplicamos la regla de Integración para $n^{1/2}$

$= \int \sqrt{2t}\, dt = \sqrt{2} \cdot \dfrac{t^{3/2}}{3/2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3} t^{3/2}$

• Resolvemos $\int Cos(6t)\, dt$ para $k = 6$

$= \int Cos(6t)\, dt = \tfrac{1}{6} Sen(6t)$

• Combinamos todo

$$\boxed{= \dfrac{2\sqrt{2}}{3} t^{3/2} - \tfrac{1}{6} Sen(6t) + C}$$

15. $\int x\ Sen\ x^2 dx$

• Sostituimos.

$U = x^2 \longrightarrow du = 2x\ dx \longrightarrow dx = \dfrac{du}{2x}$

• Sostituimos x en termino de U.

$x = \sqrt{u} \longrightarrow dx = \dfrac{du}{2\sqrt{u}}$

• Reescribimos la integral

$\int x\ sen(x^2)\, dx = \int sen(u) \cdot \tfrac{1}{2} du$

$= \tfrac{1}{2} \int Sen(u)\, du.$

• Resolvemos la integral

$\int Sen(u)\, du = -Cos(u) + C$

$= \tfrac{1}{2}(-Cos(u)) + C = -\tfrac{1}{2} Cos(x^2) + C$

$$\boxed{= -\tfrac{1}{2} Cos(x^2) + C}$$

17. $\int x^2\, Sec^2\, x^3\, dx$

• Sostituimos.

$U = x^3 \longrightarrow du = 3x^2 dx \longrightarrow dx = \dfrac{du}{3x^2}$

• Sostituimos U en la integral.

$\int x^2\, Sec^2(u) \cdot \dfrac{du}{3x^2} = \tfrac{1}{3} \int Sec^2(u)\, du.$

$\int Sec^2(u)\, du = tan(u) + C$

LISTA DE COTEJO (PROBLEMARIO)

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE SAN ANDRES TUXTLA	ASIGNATURA: CALCULO VECTORIAL
NOMBRE DEL DOCENTE:	OSCAR TAXILAGA ZETINA

DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN

NOMBRE DEL ALUMNO: TORRES MOLINA LUIS DAVID	MATRICULA:	FIRMA DEL ALUMNO(S):

PRODUCTO:	PROBLEMARIO	FECHA:	PERIODO ESCOLAR: AGOSTO - DICIEMBRE 2025

INSTRUCCIONES

Revisar las actividades que se solicitan y marque en los apartados "SI" cuando la evidencia se cumple; en caso contrario marque "NO". En la columna "OBSERVACIONES" indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas, si fuese necesario.

VALOR DEL REACTIVO	**CARACTERÍSTICA A CUMPLIR (REACTIVO)**	**CUMPLE**		**OBSERVACIONES**
		SI	**NO**	
3%	**Presentación** El trabajo cumple con los requisitos de: **a**. Buena presentación	X		
3%	**b**. Orden en la secuencia de solución	X		
4%	**c**. Legible, limpieza y coherencia.	X		
5%	**Conocimiento del tema:** Cantidad de problemas resueltos	X		
6%	Explicación clara de las soluciones, seleccionados aleatoriamente	X		
5%	**Realización** Interpretación de los resultados.	X		
4%	**Responsabilidad**: Entregó el problemario en la fecha y hora señalada.	X		
30%	**CALIFICACIÓN**	30		